

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
9 МАРТ 2024 г., КЪРДЖАЛИ
Специална тема (седма възрастова група)

Задача 1. От „П“ към „М“.

Две тела, всяко с маса m , са вързани на краищата на достатъчно дълга неразтеглива нишка с пренебрежима маса. Нишката е праметната през две макари с пренебрежима маса, така че да образува буквата „П“. Разстоянието между макарите е $2d$. В средата на нишката е фиксирано трето тяло със същата маса m . Земното ускорение е g .

а) При какъв ъгъл α , ако системата е в покой, е в равновесие (нишката има форма на буквата „М“). [0.2 т.]

б) Ако първоначално системата е била в покой и нишката е имала формата на буквата „П“, какво ще бъде максималното вертикално пропадане L на средното (централно) тяло. [0.5 т.]

в) Каква ще бъде скоростта $v_{\text{рав}}$ на средното тяло, когато минава през точката си на равновесие? [1.6 т.]

г) Каква ще бъде максималната скорост v_{max} на средното тяло при неговото движение и при какво пропадане H се достига? Резултатите в това подусловие получите числено (таблично или графично) с точност около процент (т.е. числовите коефициенти в получените формули). [2.1 т.]

д) Нека средното тяло леко е отклонено вертикално от положението си на равновесие. Получете формула за честотата ν_v на малки вертикални трептения на системата. [2.5 т.]

е) Нека средното тяло леко е отклонено хоризонтално от положението си на равновесие. Получете формула за честотата ν_h на малки хоризонтални трептения на средното тяло. [2.5 т.]

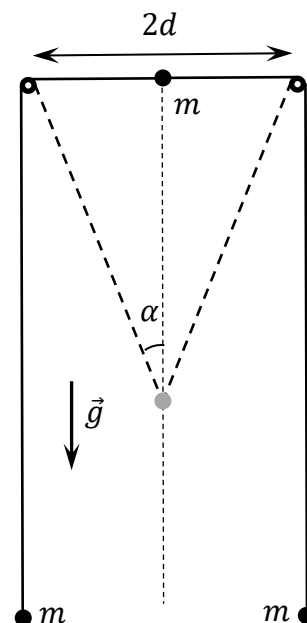
ж) Изчислете отношението на честотите ν_v/ν_h . [0.2 т.]

з) Ако средното тяло тръгне от положението си на равновесие с малка скорост в произволна посока, какво ще бъде неговото движение? Опишете качествено неговата траектория. [0.4 т.]

Полезна математика:

$$\sqrt{1+x+x^2} \approx 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2, \text{ когато } |x| \ll 1.$$

$$\sqrt{1 \pm \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}x^2} \approx 1 \pm \frac{3}{4}x + \frac{3}{32}x^2, \text{ когато } |x| \ll 1.$$



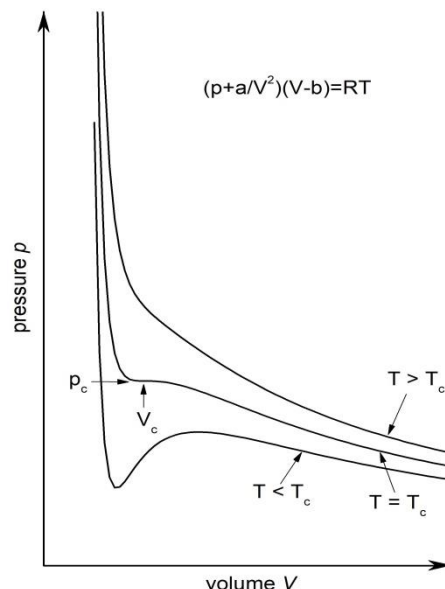
Задача 2. Реален газ

В модела на идеалния газ се пренебрегва размера на частиците в газа и взаимодействията между тях. Едно по-добро описание на реалните газове е да се отчете по възможно най-простия начин размера на частиците и взаимодействията между тях. Това води до модификация на уравнението на идеалния газ $pV = RT$ (за един mol) като в него се вмъкват допълнителни членове и емпирични константи (зависещи от химичната природа на газа). Един възможен вариант е т.нар. уравнение на Ван-дер-Ваалс. За един mol то изглежда така $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$. Константата a отчита привличането между частиците на газа, а константата b отчита техния краен обем.

а) Напишете уравнението на Ван-дер-Ваалс за n мола газ. [0.5 т.]

Веществата могат да съществуват в различни агрегатни състояния. Известно е, че температурата на кипене на всяко вещество нараства с нарастване на налягането. Тъй като плътността на течностите намалява с увеличаване на температурата, а плътността на наситените пари на всяко вещество нараства с увеличаване на температурата, то може да се направи извода, че съществува температура T_c , наречена критична, при която плътностите на течната и газовата фаза ще се изравнят и те ще станат неразличими. Налягането p_c на газа при тези условия се нарича критично, а обемът V_c на един мол при тези условия – критичен. Над тази критична температура T_c не може да се наблюдава фазов преход течност-газ.

Оказва се, че с помощта на уравнението на Ван-дер-Ваалс може се изчислят тези критични параметри. Ако се чертаят изотерми, получени с уравнението на Ван-дер-Ваалс на $p - V$ диаграма, за температури над критичната, изотермата е монотонно намаляваща крива, за температури под критичната, изотермата има минимум и максимум (които нямат физичен смисъл и в тази задача не са важни), а при критичната температура T_c изотермата има инфлексна точка (с координати p_c и V_c), в която допирателната е хоризонтална (виж фигурата).



б) Използвайки уравнението на Ван-дер-Ваалс, изразете T_c , p_c и V_c чрез двата емпирични параметри a и b и универсалната газова константа R . [3 т.]

в) За газ от азотни молекули (N_2), $a = 0.137 \text{ N}\cdot\text{m}^4/\text{mol}^2$ и $b = 3,87 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Изчислете стойностите на T_c , p_c и V_c за този газ. Универсалната газова константа е $R = 8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$. [1.5 т.]

г) Газ азот (N_2) с маса $m = 10.0 \text{ kg}$ и моларна маса $\mu = 28,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ е поставен в стоманена бутилка с обем $V = 50,0 \text{ l}$ (литра) при стайна температура $T = 300 \text{ K}$. Изчислете налягането на газа в бутилката по два начина: 1. предполагайки, че е идеален газ и 2. предполагайки, че е Ван-дер-Ваалсов газ. [1.5 т.]

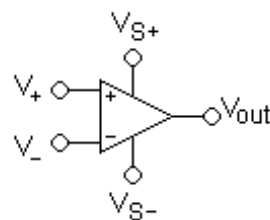
д) Ако се въведат безразмерни променливи за налягане, температура и обем по следния начин: $\pi = \frac{p}{p_c}$, $\tau = \frac{T}{T_c}$ и $\varphi = \frac{V}{V_c}$, получите уравнението на Ван-дер-Ваалс за безразмерните променливи π , τ и φ . В него освен променливите трябва да има само числа (т.е. оказва се, че в тези променливи уравнението е „универсално“ и не зависи от химичната природа на газа). [1.5 т.]

е) Газ азот (N_2) с моларна маса $\mu = 28,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ се намира при стайно налягане $p = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ и стайна температура $T = 300 \text{ K}$. Изчислете плътността ρ на газа по два начина: 1. предполагайки, че е идеален газ и 2. предполагайки, че е Ван-дер-Ваалсов газ. За втория случай получите резултата числено (таблично или графично) с точност около процент. [2 т.]

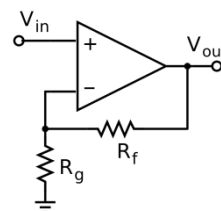
Задача 3. Мултивибратор.

а) Кондензатор, предварително зареден до напрежение U_0 , и резистор със съпротивление R са свързани последователно към батерия с електродвижещо напрежение E . Отрицателно заредената плоча на кондензатора е свързана към положителния полюс на батерията. Получете как зависи напрежението $U(t)$ на кондензатора от времето. Предположете, че това напрежение зависи от времето така: $U(t) = A + Be^{at}$. В кой момент време t_0 кондензаторът е напълно разреден? [1.5 т.]

Операционен усилвател (ОУ) се нарича интегрална схема (чип) с няколко извода (минимум 5, виж фигурата). Два от тях са за захранване (с положително V_{S+} и отрицателно V_{S-} напрежение) и нататък няма да ни интересуват и няма да се чертаят. Има два входа „положителен“ V_+ и „отрицателен“ V_- и един изход V_{out} . Схемата работи така, че изходното напрежение (V_{out} , спрямо „маса“) е пропорционално на входното напрежение между двата входа: $V_{out} = G(V_+ - V_-)$, като „коэффициентът на усилване“ може да се приеме, че е безкрайно голям (реално е 10^5 или по-голям). Това води до факта, че когато $V_+ \neq V_-$, $V_{out} = +V_{max}$ (когато $V_+ > V_-$) или $V_{out} = -V_{max}$ (когато $V_+ < V_-$). V_{max} е характерно максимално напрежение (близко по стойност до V_{S+}) за даден тип ОУ. Също така може да се приеме, че когато $V_{out} < |V_{max}|$, то $V_+ \approx V_-$. Входното съпротивление на схемата (между V_+ и V_-) е много голямо, така че входовете на схемата не консумират ток. Също така може да се приеме, че изходното съпротивление на схемата е пренебрежимо (т.е. V_{out} не зависи от тока, който се консумира от изхода).



б) Дадена е следната схема на „неинвертиращ усилвател“. Оказва се, че $V_{out} = A \cdot V_{in}$, където A е число - коэффициентът на усилване на схемата. Изразете A чрез стойностите на резисторите R_f и R_g . [1.5 т.]



в) Мултивибраторът е схема, която генерира периодично напрежение. Вдясно е дадена схема на мултивибратор, използващ ОУ. Предположете, че при първоначалното пускане (в момента $t = 0$) на захранването на схемата кондензаторът с капацитет C е напълно разрежен и че изходното напрежение V_o (в т. с) веднага става положително. Максимално възможната стойност на V_o е $|V_o| = V_m$. Мултивибраторът започва да генерира променливо (импулсно) напрежение. Намерете периода T на това импулсно напрежение (в т. с). Начертайте на една и съща графика времевите зависимости на напрежението на изхода на мултивибратора $V_c(t)$ и напрежението на кондензатора $V_b(t)$. Нарисувайте точно формата на графиките и отбележете стойностите на техните характерни точки. [7 т.]

