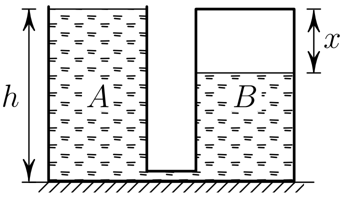
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
08 – 10 март 2024 г., гр. Кърджали
Тема за IX клас (трета състезателна група)
Примерни решения и указания

Решение 1.1. Първият процес, който разглеждаме е изобарен. Нека означим параметрите описващи газа в началния момент с p_1, V_1 и T_1, а в края на процеса с p', V' и T'. Тъй като $p = \mathrm{const}$ може да запишем $V_1/T_1 = V'/T'$. **(1 т.)** След това разглеждаме изохорен процес с начални параметри p', V' и T' и крайни параметри p_2, V_2 и T_2. От това, че $V = \mathrm{const}$ може да запишем $p'/T' = p_2/T_2$, **(1 т.)** но $p' = p_1$ и $V' = V_2$, тогава получаваме: $V_1/T_1 = V_2/T'$ и $p_1/T' = p_2/T_2$. **(0.5 т.)** Умножаваме последните две равенства почленно и получаваме $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$. **(0.5 т.)**



Решение 1.2. А. При наливане на вода в съд A, в B остава въздух, който не може да излезе и започва да се свива при постоянна температура T_0. Ако определим крайния обем $V_в$ на въздуха в съд B то обемът на водата ще е $V = 2Sh - V_в$. **(0.5 т.)** Да означим с x височината на въздуха затворен в B, а налягането му с p. Тъй като двата цилиндъра образуват скачени съдове то може да запишем, че $p = p_0 + \rho g x$. **(0.5 т.)** От друга страна, въздухът се свива изотермно и като отчетем, че началният обем на въздуха е Sh, а крайният Sx може да запишем $p_0Sh = pSx$. **(0.5 т.)** От последните две равенства може да получим квадратно уравнение за x: $\rho g x^2 + p_0 x - p_0 h = 0$, което има решения $x_{1,2} = \dfrac{-p_0 \pm \sqrt{p_0^2 + 4p_0\rho g h}}{2\rho g}$. **(1 т.)** Физичен смисъл има само положителният корен или $x = \left(\sqrt{1 + 4\rho g h/p_0} - 1\right)p_0/(2\rho g)$. **(0.5 т.)** Обемът на водата в системата ще е:

$$V = 2S\left[h - \left(\sqrt{1 + 4\rho g h/p_0} - 1\right)p_0/(4\rho g)\right].\ \mathbf{(1\ т.)}$$

Решение 1.2. Б. При нагряване въздухът в цилиндър B ще избутва водата в A, като при този процес се променят налягането, обема и температурата на въздуха, тогава може да използваме връзката от **1.1.** – $pV/T = \mathrm{const}$. **(1 т.)** Преди нагряването параметрите описващи въздуха са налягане: $p_0 + \rho g x$, обем: Sx и температура: T_0. **(0.5 т.)** След нагряването са съответно $p_0 + \rho g h$, Sh и T **(0.5 т.)**, като връзката между тях е:

$$(p_0 + \rho g x)Sx/T_0 = (p_0 + \rho g h)Sh/T \text{ или за температурата получаваме}$$

$$T = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0 + \rho g x}\frac{h}{x}T_0 = (1 + \rho g h/p_0)T_0.\ \mathbf{(1\ т.)}$$

Решение 2. А. Константата a може да изразим като $a = U_л/I_л^2$ или $[a] = [U_л]\,/\left[I_л^2\right] = \mathrm{V/A^2} = \Omega/\mathrm{A}$. **(0.5 т.)** Лампата и реостата са свързани последователно. **(0.5 т.)** От закона на Ом за цялата верига може да запишем, че $\mathscr{E} = IR_x + U = IR_x + aI^2$, **(1 т.)** където сме отчели, че напрежението на лампата е $U = aI^2$. **(0.5 т.)** За да намерим тока I решаваме квадратното уравнение $aI^2 + IR_x - \mathscr{E} = 0$, което има корени $I_{1,2} = (-R_x \pm \sqrt{R_x^2 + 4a\mathscr{E}})/(2a)$. **(1 т.)** В случая, физичен смисъл има само положителният корен $I = (-R_x + \sqrt{R_x^2 + 4a\mathscr{E}})/(2a)$. **(0.5 т.)**

Решение 2. Б. Мощността отделена в реостата е $P_x = IU_x = I^2R_x$, **(0.5 т.)** а тази в лампата $P = IU = I^3a$. **(0.5 т.)** Ние търсим за какви стойности на R_x ще е изпълнено $P > P_x$ или $I^3a > I^2R_x$, откъдето получаваме $R_x < Ia$. **(0.5 т.)** Заместваме тока I и изразяваме R_x:

$$R_x < Ia = (-R_x + \sqrt{R_x^2 + 4a\mathscr{E}})/2, \quad 3R_x < \sqrt{R_x^2 + 4a\mathscr{E}}, \quad 9R_x^2 < R_x^2 + 4a\mathscr{E}, \quad 8R_x^2 < 4a\mathscr{E}$$

$$R_x < \sqrt{a\mathscr{E}/2},\ \mathbf{(1\ т.)} \quad R_x \in [0, \sqrt{a\mathscr{E}/2}).\ \mathbf{(0.5\ т.)}$$

Решение 2. В. Показанието на волтметъра ще е $U_в = aI^2$, където ако в израза за I (от подусловие **А.**) заместим $R_x = \sqrt{a\mathscr{E}/2}$, получаваме $U_в = \mathscr{E}/2$. **(1 т.)** При изгоряла лампа веригата ще е отворена, няма да тече ток и волтметърът ще показва електродвижещото напрежение $\mathscr{E}$. **(1 т.)** Ако лампата е изгоряла и затворим ключа K във веригата ще тече ток $I = \mathscr{E}/R$, а напрежението, което ще показва волтметъра е $U_\text{в} = I(R - R_x) = (1 - R_x/R)\mathscr{E}$. **(1 т.)**

Решение 3.1. И в двата случая монетата пада свободно без начална скорост и се движи с ускорение g спрямо земята. **(0.5 т.)** Да разгледаме движението на монетата спрямо асансьора. Ускорението ѝ, когато той се движи нагоре, ще е $a_\text{м} = g + a$, **(1 т.)** а когато се движи надолу ще е $a_\text{м} = g - a$. **(1 т.)** Нека монетата изминава разстояние H, тогава за двата случая може да запишем $H = (g + a)t_1^2/2$ и $H = (g - a)t_2^2/2$. Приравняваме десните страни на последните две равенства и изразяваме $a = \dfrac{t_2^2 - t_1^2}{t_1^2 + t_2^2}g$. **(0.5 т.)** Времето за падане при спрял асансьор може да определим от $H = gt^2/2$, където изразяваме H от кое да е от горните две равенства и получаваме $t = \sqrt{\dfrac{2t_1^2t_2^2}{t_1^2 + t_2^2}}$. **(0.5 т.)**

Решение 3.2. Средната мощност на електромотора на асансьора може да определим като намерим работата A извършена от електромотора и я разделим на разликата във времената $t_4 - t_3$. **(0.5 т.)** Нека в момента t_3 асансьорът се намира на височина h_3 и има скорост v_3. Съответно в момента t_4 се намира на височина h_4 и има скорост v_4. Изменението на пълната механична енергия на асансьора е $mgh_4 + mv_4^2/2 - mgh_3 - mv_3^2/2$. **(1 т.)** В случая това ще е полезната работа $A_\text{п}$ извършена от електромотора. Пълната работа A може да определим от коефициента на полезно действие $\eta = A_\text{п}/A$ или $A = A_\text{п}/\eta$ **(0.5 т.)** От закона за пътя и закона за скоростта при равноускорително движение определяме $h_3 = at_3^2/2$, $h_4 = at_4^2/2$, $v_3^2 = (at_3)^2$ и $v_4^2 = (at_4)^2$. Така за пълната работа получаваме:

$$A = \left[mg\left(h_4 - h_3\right) + m\left(v_4^2 - v_3^2\right)/2\right]/\eta = \left[mga\left(t_4^2 - t_3^2\right)/2 + ma^2\left(t_4^2 - t_3^2\right)/2\right]/\eta$$

$$A = ma(g + a)\left(t_4^2 - t_3^2\right)/(2\eta),\ \textbf{(1 т.)}\ \text{а за средната мощност}\ P = A/(t_4 - t_3),\ \text{се получава}$$

$$P = ma(g + a)\left(t_4 + t_3\right)/(2\eta).\ \textbf{(1 т.)}$$

Силата на опън може да определим от втория закон на Нютон: $T - F - mg = ma$, където F е силата на триене. По условие знаем, че загубите на енергия са свързани изцяло със силите на триене, тогава може да пресметнем тяхната работа като разликата:

$$A_F = A - A_\text{п} = A_\text{п}(1 - \eta)/\eta = \left[mg\left(h_4 - h_3\right) + m\left(v_4^2 - v_3^2\right)/2\right](1 - \eta)/\eta$$

$$A_F = \left[mg\left(h_4 - h_3\right) + ma\left(h_4 - h_3\right)\right](1 - \eta)/\eta = m(g + a)\left(h_4 - h_3\right)(1 - \eta)/\eta,\ \textbf{(0.5 т.)}$$

където сме използвали, че $h_4 - h_3 = \left(v_4^2 - v_3^2\right)/(2a)$. **(0.5 т.)** От $A_F = F\left(h_4 - h_3\right)$ получаваме, че силата на триене е $F = m(g + a)(1 - \eta)/\eta$, **(1 т.)** а за силата, с която въжето действа на кабината се получава $T = ma + mg + F = m(g + a) + m(g + a)(1 - \eta)/\eta = m(g + a)/\eta$. **(0.5 т.)**