МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
Кърджали, 08 – 10.03.2024 г.
Тема 12.клас (Шеста възрастова група)
Решения и указание за оценяване

Задача 1. а) За да покажем равенството на коефициентите в случай на идеален газ, разглеждаме следните състояния и връзките между тях:

$$\boxed{P_0, V_0, \theta = 0\,^\circ\text{C}} \xrightarrow{P=\text{const}} \boxed{P_0, V, \theta} \xrightarrow{\theta=\text{const}} \boxed{P, V_0, \theta}\,. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

При изобарния процес имаме

$$V = V_0(1+\alpha_P\theta)\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

а при изотермния –

$$PV_0 = P_0V = P_0V_0(1+\alpha_P\theta)\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

което е еквивалентно на равенството

$$P = P_0(1+\alpha_P\theta) = P_0(1+\alpha_V\theta)\,. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

От последното равенство следва

$$\alpha_P = \alpha_V = \alpha\,. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

б) При $V = \text{const}$ налягането може да се запише във вида

$$P = P_0(1+\alpha\theta) = P_0\alpha\left(\frac{1}{\alpha}+\theta\right), \quad \alpha = \frac{1}{273{,}15}\,^\circ\text{C}^{-1}\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

Тогава можем да въведем нова температурна скала (скала на Келвин), в която температурата се дава с израза

$$T = \frac{1}{\alpha} + \theta\,. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

Тъй като налягането е неотрицателно, температурата по Келвин е $T \geq 0$.**(0,5 т.)** Освен това от равенството $\Delta T = \Delta\theta$, следва избор на единицата $1\,\text{K} = 1\,^\circ\text{C}$.**(0,5 т.)** Тогава температурата по Целзий θ_0, при която $T = 0$, е

$$\theta_0 = -\frac{1}{\alpha} = -273{,}15\,^\circ\text{C}\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

а температурата T_0, при която $\theta = 0\,^\circ\text{C}$, е

$$T_0 = \frac{1}{\alpha} = 273{,}15\,\text{K}\,. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

в) Следователно можем да запишем

$$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0} = \text{const}\,, \qquad V = \text{const}\,, \qquad \textbf{(0,25 т.)}$$

$$\frac{V}{T}=\frac{V_0}{T_0}=\mathrm{const}\,,\qquad P=\mathrm{const}\,. \qquad \textbf{(0,25 т.)}$$

г) От последните две равенства можем да получим уравнението на състояние на идеалния газ, като свържем състоянията

$$\boxed{P_0,V_0,T_0}\xrightarrow{V=\mathrm{const}}\boxed{P,V_0,T'}\xrightarrow{P=\mathrm{const}}\boxed{P,V,T}\,. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Тогава състоянията 1 и 2 са свързани с равенството

$$\frac{P}{T'}=\frac{P_0}{T_0}\,, \qquad \textbf{(0,25 т.)}$$

а състоянията 2 и 3 –

$$\frac{V}{T}=\frac{V_0}{T'}\,. \qquad \textbf{(0,25 т.)}$$

За състоянията 1 и 3 имаме

$$\frac{PV}{T}=\frac{P_0V_0}{T_0}\,. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

Като разделим това равенство на броя молове n намираме

$$\frac{PV}{nT}=\frac{P_0(V_0/n)}{T_0}=\frac{1{,}013.10^5(\mathrm{N.m^{-2}}).22{,}4.10^{-3}(\mathrm{m^3.mol^{-1}})}{273{,}15\,\mathrm{K}}\approx 8{,}31\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol.K}}\,. \textbf{(1 т.)}$$

Получената стойност е стойността на универсалната газова константа R. Тогава получаваме израза

$$PV=nRT\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

което е уравнението на състояние на идеалния газ.

Задача 2. а) В началния момент на топчето 1 действа само силата на тежестта $G_1=mg$, която определя ускорението $a_1'=g$, насочено надолу. **(0,5 т.)** При движението му се запазва пълната механична енергия, тъй като силата на опън е перпендикулярна на скоростта и не извършва работа. **(0,25 т.)** Ако изберем нулата на потенциалната енергия в равновесното положение, **(0,25 т.)** имаме

$$mgl=\frac{m\upsilon^2}{2}\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

т.е. скоростта непосредствено преди удара е $\upsilon^2=2gl$.**(0,25 т.)** Тъй като ускорението е само центростремително, намираме

$$a_1''=\frac{\upsilon^2}{l}=2g\,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

като то е насочено нагоре. **(0,25 т.)**

б) След удара топчето 1 остава на място, а топчето 2 се задвижва със скорост υ, тъй като масите им са равни и ударът е абсолютно еластичен. **(0,5 т.)** Непосредствено след удара ускорението му е само центростремително:

$$a_2' = \frac{\upsilon^2}{l/2} = 4g \,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

което е насочено нагоре. **(0,25 т.)** При движение на топчето 2 по дъга от окръжност с радиус $l/2$ скоростта му намалява по големина, което означава намаляване на центростремителното ускорение и следователно намалява силата на опън T на нишката. **(0,5 т.)** Когато тя стане нула, ускорението се определя само от силата на тежестта, т.е. имаме $a_2'' = g$,**(0,5 т.)** насочено надолу. **(0,25 т.)**

в) Ще приемем, че $T = 0$ на височина h_1 над равновесното положение, когато скоростта е υ_0. **(0,5 т.)** От ЗЗЕ имаме

$$\upsilon_0^2 + 2gh_1 = \upsilon^2 , \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

а от уравнението на движение –

$$\frac{\upsilon_0^2}{l/2} = g\cos\alpha \,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

където α е ъгълът между радиуса, в това положение на топчето 2, и вертикалата. Като отчетем, че

$$h_1 = \frac{l}{2}(1 + \cos\alpha) \,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

от горните две уравнения намираме

$$\upsilon_0^2 = \frac{1}{3} gl \,, \qquad \cos\alpha = \frac{2}{3} . \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Тогава величината

$$h_1 = \frac{5}{6} l \,, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

а от тази точка нататък имаме движение на топчето 2 като на тяло, хвърлено под ъгъл α спрямо хоризонталата с начална скорост υ_0 .**(0,25 т.)** Максималната височина h_2 при това движение е

$$h_2 = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{5}{6.9} l . \qquad \textbf{(0,75 т.)}$$

Така достигнатата максимална височина на топчето 2 над равновесното положение е

$$h = h_1 + h_2 = \frac{25}{27} l . \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

Задача 3. а) Началното налягане на газа е

$$P_1 = P_0 + \rho g h, \qquad \textbf{(1 т.)}$$

където $h = H/2 = 0,76\,\mathrm{m}$. Като използваме конкретните стойности, за налягането, упражнявано от живака върху газа, намираме

$$\rho g h = 13,6.10^3 \times 9,81 \times 0,76 \text{ Pa} \approx 1,01.10^5 \text{ Pa} = P_0. \textbf{(0,5 т.)}$$

Следователно имаме

$$P_1 = 2P_0. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

б) Нека при нагряването газът да е увеличил своя обем с $V_1 = xS$, т.е. обемът му е

$$V = hS + xS = V_0(1+z), \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

където V_0 е началният му обем, а безразмерната величина $z = x/h$. Налягането на газа в това състояние е

$$P = P_0 + \rho g(h-x) = P_0(2-z). \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

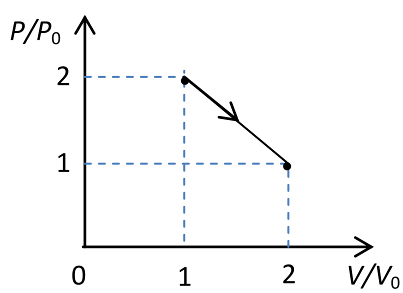
Тогава можем да запишем

$$\frac{V}{V_0} = 1+z, \qquad \frac{P}{P_0} = 2-z, \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

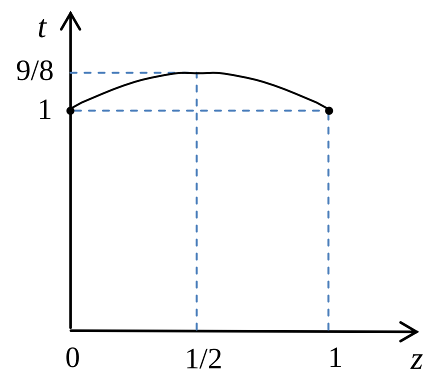
откъдето следва равенството

$$\frac{P}{P_0} + \frac{V}{V_0} = 3. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

На P,V- диаграма (фиг. 1), където по оста $0x$ се нанасят стойностите на V/V_0, а по оста



Фиг. 1



Фиг. 2

$0y$ – стойностите на P/P_0, графиката на процеса е отсечка, свързваща точките (1,2) и (2,1). **(1 т.)**

в) За да намерим как се променя температурата на газа при разглеждания процес, използваме връзката на параметрите на началното състояние и тези, когато той е увеличил обема си с V_1:

$$\frac{2P_0V_0}{T_0} = \frac{PV}{T}. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Това равенство може да се запише във вида

$$T = T_0\left[\frac{1}{2}(2-z)(1+z)\right] = T_0 t. \qquad \textbf{(0,5 т.)}$$

Като отделим пълен квадрат, имаме

$$t = \frac{9}{8} - \frac{1}{2}\left(z - \frac{1}{2}\right)^2. \qquad \textbf{(1 т.)}$$

Следователно графиката на $t = T/T_0$ в зависимост от $z = V_1/V_0$ има универсален вид и е показана на фиг. 2. **(1 т.)** От диаграмата следва, че температурата на газа се повишава от T_0 до $(9/8)T_0$, когато обемът му се променя от V_0 до $(3/2)V_0$, и след това се понижава до T_0, когато обемът му нараства $(3/2)V_0$ до $2V_0$.**(1 т.)**