МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
Варна, 05 – 06.03.2023 г.
Тема 12.клас (Шеста възрастова група)
Решения и указание за оценяване

Задача 1. Топлинни машини

А. а) В хладилния цикъл работното вещество получава количество топлина Q_2 от студения топлинен резервоар с температура $T_2 = 273\,\mathrm{K}$, отдава количество топлина Q_1 на горещия топлинен резервоар с температура $T_1 = 373\,\mathrm{K}$, при което външен източник извършва работа A върху работното тяло. **[0,5 т.]** Тези величини са свързани с равенството

$$A = Q_1 - Q_2 \ . \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

В идеалната топлинна машина е изпълнено съотношението

(1) $$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \ . \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

От друга страна имаме

(2) $$Q_1 = m_1 r \ . \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

С отчитане на последните две равенства намираме

$$A = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) m_1 r \approx 606\ \mathrm{kJ}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

б) Тъй като имаме

$$Q_2 = m_2 \lambda \ , \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

можем да използваме (1) и (2), при което получаваме

$$m_2 = \frac{T_2}{T_1} \frac{r}{\lambda} m_1 \approx 4{,}94\ \mathrm{kg} \ . \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Б. а) Топлинната помпа е топлинна машина, която работи по обратен (хладилен) цикъл. **[0,25 т.]** В конкретния случай работното вещество получава количество топлина Q_2 от студения топлинен резервоар (външния въздух) с температура $T_2 = 258\,\mathrm{K}$, отдава количество топлина Q_1 на горещия топлинен резервоар (въздуха в стаята) с температура $T_1 = 293\,\mathrm{K}$, при което външен източник (електричният ток) извършва работа A върху работното тяло. **[0,5 т.]** Ефективността на топлинната помпа се определя с коефициента $\psi = Q_1 / A$, който показва колко ефективно се нагрява горещият резервоар в сравнение с вложената работа. **[0,25 т.]**

б) Ще означим с q_1 количеството топлина, което се предава за една секунда на стайния въздух. Тогава имаме

$$q_1 = P \ . \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Консумираната мощност от топлинната помпа е

$$P' = q_1 - q_2 \ , \qquad \textbf{[0,25 т.]}$$

където q_2 е количеството топлина, която се отнема от студения въздух за една секунда. Помпата има максимална ефективност, когато работи като идеална машина (обратен цикъл на Карно). **[0,25 т.]** Следователно е в сила равенството

(3) $$\frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2}.$$ **[0,25 т.]**

Окончателно намираме

$$P' = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) P \approx 59{,}7\ \mathrm{W}.$$ **[1,25 т.]**

В. Климатикът работи като хладилник. Потребяваната мощност

$$P'' = q_1' - q_2'.$$ **[0,25 т.]**

Като отчетем равенство (3), получаваме

$$P'' = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) q_2',$$ **[1 т.]**

където $T_1 = 313\ \mathrm{K}$, $T_2 = 293\ \mathrm{K}$.**[0,5 т.]** Тъй като при включена лампа q_2' нараства с P_0, ще означим нарастването на P'' с ΔP. Следователно имаме

$$\Delta P = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) P_0 \approx 10{,}2\ \mathrm{W}.$$ **[1,25 т.]**

Задача 2. Идеален газ от електрони

А. Плътността на електроните се дава с израза

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_\mathrm{A}}{V_\mu} = \frac{N_\mathrm{A}\rho}{\mu},$$ **[1 т.]**

откъдето получаваме $n \approx 8{,}4.10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$. **[0,5 т.]**

Б. За случай на двукомпонентна система от водород и хелий от общата маса и отношението на масите на компонентите

$$m = m_1 + m_2, \quad m_1 / m_2 = p / q$$

намираме

$$m_1 = \frac{p}{p+q} m, \quad m_2 = \frac{q}{p+q} m.$$ **[0,5 т.]**

От друга страна имаме

(1) $$m_1 = N_1 m^{(1)}, \quad m_2 = N_2 m^{(2)},$$ **[0,5 т.]**

където $m^{(1)}$ и $m^{(2)}$ са съответно масите на ядрата на водорода и хелия. За напълно йонизирана водородно-хелиева смес броят на електроните е

$$N = N_1 + 2N_2.$$ **[0,5 т.]**

Като изразим N_1 и N_2 от (1), имаме

$$n = \frac{N}{V} = \frac{1}{p+q} \frac{m}{V} \left(\frac{p}{m^{(1)}} + 2\frac{q}{m^{(2)}}\right) = \frac{N_\mathrm{A}\rho}{\mu},$$ **[1 т.]**

където

$$\mu = \frac{(p+q)\mu_1\mu_2}{2q\mu_1 + p\mu_2}. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

В. Средното разстояние между електроните определяме по обема, който се пада на една частица. Тогава намираме

$$\bar{r} = \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3} = n^{-1/3}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

От друга страна дължината на вълната на Дьо Бройл е

$$\lambda_T = \frac{h}{m_0 \upsilon_T}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Като характерна скорост на топлинното движение при температура T използваме средноквадратичната скорост

$$\upsilon_T = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

откъдето получаваме

$$\lambda_T \approx \frac{h}{\sqrt{3m_0 kT}}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Тогава търсената температура е

(2) $$T_0 \approx \frac{h^2 n^{2/3}}{3m_0 k}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Г. а) Като използваме (2), намираме

$$T_0 \approx \frac{h^2 n^{2/3}}{3m_0 k} \approx \frac{(6,63)^2.10^{-68}}{3.9,1.10^{-31}.1,38.10^{-23}}(85)^{2/3}.10^{18} \approx 1,6.10^5 \text{ K}. \textbf{[0,5 т.]}$$

б) Първоначално пресмятаме моларната маса на сместа

$$\mu = \frac{3\mu_1\mu_2}{4\mu_1 + \mu_2} = 1,5 \text{ g/mol}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

След това намираме плътността

$$n = \frac{N_A \rho}{\mu} = \frac{6,02.10^{23} 0,16}{1,5.10^{-3}} \approx 6,4.10^{31} \text{ m}^{-3}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Като използваме (2), намираме

$$T_0 \approx \frac{h^2 n^{2/3}}{3m_0 k} \approx \frac{(6,63)^2.10^{-68}}{3.9,1.10^{-31}.1,38.10^{-23}}(64)^{2/3}.10^{20} \approx 1,9.10^6 \text{ K}. \textbf{[1 т.]}$$

Задача 3. Относителност на движението

а) Ще запишем уравнението на движение на всяко едно от телата спрямо страничен наблюдател, като отчетем, че силата на опън T действа на макарата както в хоризонтална, така и във вертикална посока **[0,5 т.]**. При хоризонталното движение на количката масите M и M_2 образуват единно цяло, при което имаме

(1) $$(M + M_2)a = F - T. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

За движението на тялото 1, можем да запишем

(2) $$M_1(a+a_1)=T\,,$$ **[0,5 т.]**

а като приемем, че вертикалното движение на тялото 2 е надолу, имаме

(3) $$M_2a_1=M_2g-T\,.$$ **[0,5 т.]**

От почленното събиране на (1) и (2) намираме

(4) $$(M+M_1+M_2)a+M_1a_1=F\,,$$ **[0,5 т.]**

а от събирането на (2) и (3) имаме

(5) $$M_1a+(M_1+M_2)a_1=M_2g\,.$$ **[0,5 т.]**

Уравненията (4) и (5) дават възможност да определим ускоренията a и a_1. Като елиминираме a_1, за a намираме израза

$$\left(m-\frac{M_1}{M_2}\mu\right)a=F-\mu g\,,$$ **[0,5 т.]**

където сме положили

$$m=M+M_1+M_2\,,\qquad \mu=\frac{M_1M_2}{M_1+M_2}\,.$$

Окончателно за a имаме

$$a=\frac{F-\mu g}{m-\dfrac{M_1}{M_2}\mu}\,.$$ **[0,5 т.]**

След като заместим този резултат в (4) или (5) намираме

$$a_1=\frac{\mu}{M_1}\,\frac{mg-\dfrac{M_1}{M_2}F}{m-\dfrac{M_1}{M_2}\mu}\,.$$ **[1 т.]**

б) Силата на опън T определяме от равенството (2) или (3), в което заместваме изразите за ускоренията a и a_1. След преобразуване на израза получаваме

$$T=\frac{M_1}{m-\dfrac{M_1}{M_2}\mu}\left[\left(1-\frac{\mu}{M_2}\right)F+\mu\left(\frac{m}{M_1}-1\right)g\right].$$ **[1 т.]**

в) Явният вид на ускорението a_1 дава възможност да се изследват видовете движения на телата 1 и 2 в зависимост от големината на силата F при определени маси на телата. Направените пресмятания предполагат, че ускорението $a_1>0$ **[0,5 т.]**, т. е.

$$F<\frac{M_2}{M_1}(M+M_1+M_2)g\,.$$ **[0,5 т.]**

Това означава че тялото 1 се движи спрямо M по посоката, опрелена от F, а тялото 2 се спуска надолу **[0,5 т.]**. Ако приложената сила F е

$$F=\frac{M_2}{M_1}(M+M_1+M_2)g\,,$$ **[0,5 т.]**

ускорението $a_1 = 0$, което означава че тялото 1 е неподвижно спрямо M **[0,5 т.]** . В случай, че приложената сила F удовлетворява условието

$$F > \frac{M_2}{M_1}(M + M_1 + M_2)g\,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

ускорението $a_1 < 0$ **[0,5 т.],** т. е. при пресмятането избраната му от нас посока е обратна на истинската и тялото 1 се движи в посока противоположна на посоката на F, а тялото 2 се движи нагоре **[0,5 т.]**.