МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
04–06 март 2023 г. – гр. Варна
Тема за X клас (четвърта състезателна група)
Примерни решения и указания

Решение 1.1. При напомпване на въздух в тръбата той избутва част от водата и нивото ѝ в отворения край се повишава, докато налягането от двете страни на тръбата не се изравни. Да означим налягането на въздуха от страна на помпата с $p_в$. При достигане на равновесие трябва да е изпълнено, че $p_в = \rho_в g h_0 + p_0$. **(0.5 т.)** Манометърът измерва разликата между абсолютното и атмосферното налягане, **(0.5 т.)** така че ще показва стойност равна на $p_м = \rho_в g h_0$. **(0.5 т.)**

Решение 1.2. Налягането на височината, на която се намира границата между двете течности, трябва да е едно и също и в двете части на тръбата. Ако нивото на водата се е променило с d, а височината на стълба масло означим с l, е изпълнено, че $2d + h = l$. **(0.5 т.)** Равенството на наляганията изглежда така $\rho_М g l = \rho_в g 2d$. **(0.5 т.)** Изразяваме $l = 2d\rho_в/\rho_М$ от последното равенство и заместваме в предното, за да изразим $h = l - 2d = 2d(\rho_в/\rho_м - 1)$. **(0.5 т.)**

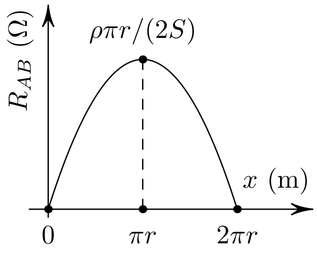
Решение 1.3. За простота нека използваме означенията от **1.2**, като при разклащането на тръбата приемем, че нивото на водата се повишава с x, съответно това на маслото намалява с x. В този случай наляганията от двете страни на тръбата няма да са еднакви и течностите ще се движат под действието на сила $F = S\Delta p = S\left[\rho_в g(2d + x) - \rho_М g(l - x)\right] = (\rho_м + \rho_в) g S x = (\rho_м + \rho_в) g \pi R^2 x$. **(3 т.)** Тази сила е пропорционална на отместването x от равновесното положение и играе роля на квазиеластична сила. **(0.5 т.)** В този случай $(\rho_м + \rho_в) g \pi R^2$ е коефициентът на квазиеластичност. **(0.5 т.)** За периода на трептенията получаваме:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_М V_м + \rho_в V_в}{(\rho_м + \rho_в) g \pi R^2}}.\textbf{(3 т.)}$$

Решение 2.1. Ако означим дължината на малката дъга $\overset{\frown}{AB}$ с $l_1 = x$, то дължината на голямата дъга $\overset{\frown}{AB}$ ще е равна на $l_2 = 2\pi r - x$, където r е радиусът на окръжността. **(0.5 т.)** Съпротивлението на всяка от дъгите ще е $R_i = \rho l_i/S$, $i = 1, 2$. **(1 т.)** Двете съпротивления са свързани успоредно, **(0.5 т.)** така че еквивалентното съпротивление R_{AB} ще е равно на:

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho}{S}\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2} = \frac{\rho}{S}\frac{x(2\pi r - x)}{x + 2\pi r - x} = \frac{\rho}{S}\frac{x(2\pi r - x)}{2\pi r} = \frac{\rho}{S}\left(x - \frac{1}{2\pi r}x^2\right).\textbf{(2 т.)} \qquad (1)$$

Решение 2.2. Графиката на функцията $R_{AB}(x)$ е парабола отворена надолу, защото коефициента пред x^2 е отрицателен. **(1 т.)** Тя трябва да минава през точки $(0, R_{AB}(0)) \equiv (0, 0)$ и $(2\pi r, R_{AB}(2\pi r)) \equiv (2\pi r, 0)$, защото $x \in [0, 2\pi r]$. **(2 т.)**[(1)]



Решение 2.3. Параболата е симетрична спрямо най-високата си точка, което ще рече, че R_{AB} ще е максимална при $x = \pi r$ **(0.5 т.)** и ще има стойност $R_{AB}^{\max} = \rho\pi r/(2S)$. **(0.5 т.)**

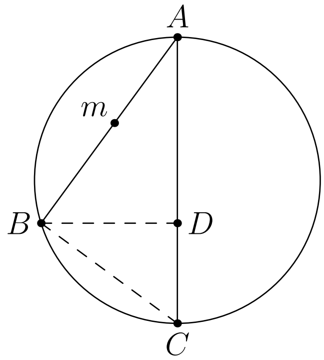
Решение 2.4. Да означим средата на късата дъга $\overset{\frown}{AB}$ с C, а средата на дългата дъга с D. Тъй като се използва един и същ проводник, съпротивлението между две точки

[(1)]Една от двете точки се дава за правилно нарисувана графика с означени точки и оси.

ще е пропорционално на дължината на проводника които ги свързва. Тогава може да запишем:

$$\frac{R_{AC}}{R_{CB}} = \frac{R_{AD}}{R_{DB}}.\textbf{(1 т.)}$$

Ако подадем напрежение между точки A и B от последното равенство следва, че между точки C и D няма да има потенциална разлика (схемата е еквивалентна на уравновесен Уитстонов мост) и съпротивлението няма да се промени в сравнение с (1). **(1 т.)**



Решение 3.1. Нека хордата AB да сключва произволен ъгъл α с диаметъра AC. Да означим т. D такава че $BD \perp AC$. Тъй като нямаме триене между мънистото и спицата може да използваме закона за запазване на енергията, **(1 т.)** като изберем за нулево ниво на потенциалната енергия хоризонталата през BD. В началната точка (т. A) мънистото ще има само потенциална енергия $E_A = mgh$, **(1 т.)** където сме означили $AD = h$. В крайната точка (т. B) мънистото ще има само кинетична енергия $E_B = mv^2/2$, **(1 т.)** където v е крайната скорост на мънистото. Ако означим изминатото разстояние $AB = l$, то може да запишем, че $l = v^2/(2a)$ или $a = v^2/(2l)$. **(0.5 т.)** Приравняваме $E_A = E_B$, **(0.5 т.)** за да изразим $v^2 = 2gh$ **(0.5 т.)** и заместваме в израза за a, $a = 2gh/(2l) = gh/l$. **(0.5 т.)** От $\triangle ABD$ имаме, че $h/l = \cos\alpha$ **(0.5 т.)** или за ускорението получаваме $a = g\cos\alpha$. **(0.5 т.)**

Решение 3.2. Времето t може да определим като използваме закона за пътя $l = at^2/2$, $t = \sqrt{2l/a} = \sqrt{2l/(g\cos\alpha)}$. **(0.5 т.)** $\triangle ABC$ е правоъгълен, тъй като AC е диаметър на описаната около триъгълника окръжност, **(0.5 т.)** тогава $l/\cos\alpha = 2R$. **(0.5 т.)** Заместваме последното равенство в израза за времето и получаваме $t = \sqrt{4R/g}$. **(0.5 т.)** Полученият отговор не зависи от ъгъла α, който беше избран произволно, тогава времето за изминаване на хордата AB винаги ще е едно и също, без значение от ъгъла α. **(0.5 т.)**

Решение 3.2. Средната скорост е отношението на изминатия път и времето за което е изминат, в случая $v_{\text{ср}} = l/t$. **(0.5 т.)** Тъй като $t = \text{const}$, то $v_{\text{ср}}$ ще е максимално когато l е максимално – $l_{\max} = 2R$ при $\alpha_v = 0^\circ$ **(0.5 т.)** или $v_{\text{ср}}^{\max} = 2R/t = 2R/\sqrt{4R/g} = \sqrt{gR}$. **(0.5 т.)**