МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗКА
04 – 06 март 2022 г.
Тема за X клас (четвърта състезателна група)
Примерни решения и указания

Решение 1.1. Нека да означим целия обем на леда с V, а обема на леда, който се намира под водата с V'. На леда действат две сили – сила на тежестта mg и Архимедова сила $F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} V' g$, които се уравновесяват:

$$mg = \rho_{\text{в}} V' g = \rho_{\text{л}} V g. \ \textbf{(1 т.)} \tag{1}$$

От тук може да определим отношението $V'/V = \rho_{\text{л}}/\rho_{\text{в}}$, така за търсеното отношение получаваме:

$$\frac{V - V'}{V} = 1 - \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} = 10.4\,\%. \ \textbf{(1.5 т.)}$$

Решение 1.2. Когато тюленът се качи върху леда, Архимедовата сила уравновесява силата на тежестта на леда и тази на тюлена, но този път целият лед е под водата, така че може да запишем:

$$\rho_{\text{в}} V g = \rho_{\text{л}} V g + mg, \ \textbf{(1 т.)} \tag{2}$$

където m е масата на тюлена. От (2) може да пресметнем масата:

$$m = V(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) = SH(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) = 3.7 \times 0.9 \times (1027 - 920)\ \text{kg} = 356\,\text{kg}. \ \textbf{(1.5 т.)}$$

Решение 1.3. Когато ледът се намира в равновесно положение, е изпълнено равенство (1). Ако потопим леда на дълбочина Δx, обемът на потопената част нараства с $\Delta V = S\Delta x$, съответно Архимедовата сила ще нарасне с $\Delta F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} \Delta V g$. Като заместим изменението на обема, получаваме:

$$\Delta F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} g S \Delta x. \ \textbf{(1.5 т.)}$$

Тъй като отместването Δx и силата $\Delta F_{\text{А}}$ са в различни посоки и $\Delta F_{\text{А}} \propto \Delta x$, то може да кажем, че допълнителната сила $\Delta F_{\text{А}}$ играе роля на квазиеластична сила. **(1 т.)** Тогава коефициентът пред Δx ще играе роля на коефициент на квазиеластичност k **(0.5 т.)** и за периода на вертикалните трептения на леда може да запишем:

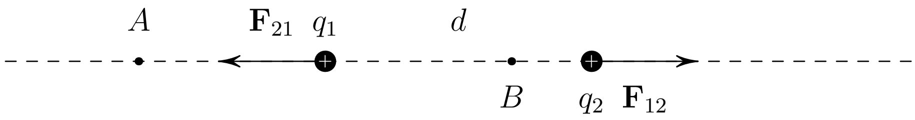
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho_{\text{в}} g S}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_{\text{л}} V}{\rho_{\text{в}} g S}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_{\text{л}} H}{\rho_{\text{в}} g}} = 1.8\,\text{s}. \ \textbf{(2 т.)}$$

Решение 2.1. Силата, с която двата точкови заряда си взаимодействат, се определя от формулата:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}, \ \textbf{(1 т.)}$$

като в случая това е сила на отблъскване, защото зарядите са едноименни. Нишката задържа двата заряда неподвижни, така че силата, с която зарядите ще действат на нишката, ще е същата по големина и обратна по посока.

Решение 2.2. Електростатичната сила е насочена по линията, свързваща двата заряда, които си взаимодействат. Това ще рече, че трябва да поставим третия заряд на линията, свързваща q_1 и q_2. Тогава силите, действащи на всеки от зарядите, ще имат еднакви направления. **(0.5 т.)** При тези условия имаме две възможности, зарядът $\pm q$ да бъде отляво на другите два заряда (т. A) или между двата заряда (т. B). q може да се намира и отдясно на двата заряда, но това е аналогично на първия случай (т. A). **(0.5 т.)**



Единствената възможна комбинация, при която резултантната сила действаща на всеки от зарядите да е нула, е ако поставим отрицателен заряд в т. B. **(1 т.)** Нека той се намира на разстояние x от q_1. За силите, действащи на q_1, може да запишем:

$$\frac{q_1|q|}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2} \text{ или } \frac{|q|}{x^2} = \frac{q_2}{d^2}. \ \textbf{(1.5 т.)} \tag{3}$$

Аналогично, от силите, действащи на q_2 може да запишем:

$$\frac{q_2|q|}{4\pi\varepsilon_0 (d-x)^2} = \frac{q_2 q_1}{4\pi\varepsilon_0 d^2} \text{ или } \frac{|q|}{(d-x)^2} = \frac{q_1}{d^2}. \ \textbf{(1.5 т.)} \tag{4}$$

От (3) и (4) може да изключим $|q|$ и получаваме:

$$q_2\frac{x^2}{d^2} - q_1\frac{(d-x)^2}{d^2} = 0, \ \left(\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}x\right)^2 - (d-x)^2 = 0,$$

$$\left(\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}x - d + x\right)\left(\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}x + d - x\right) = 0. \tag{5}$$

Решения на (5) са:

$$x_1 = \frac{d}{1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}} \text{ и } x_2 = \frac{d}{1-\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}, \ \textbf{(2 т.)}$$

в случая само $x_1 \in (0, d)$, така че зарядът q трябва да се намира на разстояние

$$x = \frac{d}{1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}} \ \textbf{(0.5 т.)} \tag{6}$$

от заряда q_1. До същия отговор, но сравнително по-кратко, може да стигнем и ако използваме силата, действаща на заряда q.

За да определим големината на заряда q може да използваме (3) и (6):

$$|q| = q_2\frac{x^2}{d^2} = \frac{q_1 q_2}{(\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2})^2},\ q<0\ \mathbf{(1.5\,т.)}$$

Решение 3.1. Да разгледаме първо лявата схема. В нея амперметърът е вързан последователно на съпротивлението R и ще измерва тока I през него, но волтметърът ще измерва напрежението върху амперметъра (R_A) и R, т. е. като използваме закона на Ом за съпротивлението в този случай ще получим $R_1 = \dfrac{IR_\mathrm{A}+IR}{I} = R_\mathrm{A}+R$. **(1 т.)** За относителна грешка на измерването получаваме:

$$\frac{\Delta R_1}{R} = \frac{R_1 - R}{R} = \frac{R_\mathrm{A}}{R}.\ \mathbf{(0.5\,т.)} \tag{7}$$

Във втората схема на свързване волтметърът е свързан успоредно на R и ще измерва истинското напрежение U, но амперметърът ще показва тока през R и волтметъра (R_V). В този случай, от закона на Ом, за съпротивлението получаваме $R_2 = \dfrac{U}{I_\mathrm{V}+I_R} = \dfrac{U}{\frac{U}{R_\mathrm{V}}+\frac{U}{R}} = \dfrac{R}{1+\frac{R}{R_\mathrm{V}}}$. **(1 т.)** Относителната грешка при измерването е:

$$\frac{\Delta R_2}{R} = \frac{R_2 - R}{R} = -\frac{R}{R_\mathrm{V}+R}.\ \mathbf{(0.5\,т.)} \tag{8}$$

От (7) и (8) се вижда, че ако използваме идеални прибори ($R_\mathrm{A}\to 0$ и $R_\mathrm{V}\to\infty$) относителните грешки и в двата случая клонят към нула. Освен това се вижда, че при фиксирани стойности на R_A и R_V, $\Delta R_1/R$ е малко за големи стойности на R, а $\Delta R_2/R$ е малко за малки стойности на R. Първата схема е подходяща за измерване на големи съпротивления, докато втората е подходяща за измерване на малки съпротивления. **(1 т.)**

Решение 3.2. Нека означим с $\mathcal{E}$ напрежението на източника, а с r вътрешното му съпротивление. Съпротивлението на амперметъра да бъде R_A, а когато $R_x = R$ токът през амперметъра да бъде I. Тогава от закона на Ом за цялата верига може да запишем:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r+R_\mathrm{A}+R}.\ \mathbf{(1\,т.)} \tag{9}$$

Аналогично, когато $R_x = 3R$ и $R_x = 0\,\Omega$ може да запишем съответно:

$$\frac{I}{2} = \frac{\mathcal{E}}{r+R_\mathrm{A}+3R}\ \text{и}\ nI = \frac{\mathcal{E}}{r+R_\mathrm{A}},\ \mathbf{(2\,т.)} \tag{10}$$

където с n сме означили колко пъти ще се промени токът през амперметъра.

За да определим n може да опростим системата, като въведем следните променливи $x = I/\mathcal{E}$ и $y = r + R_\mathrm{A}$. **(1 т.)** Така (9) и (10) се преобразуват до:

$$x = \frac{1}{y+R},\ \frac{x}{2} = \frac{1}{y+3R}\ \text{и}\ nx = \frac{1}{y}.\ \mathbf{(1\,т.)}$$

Заместваме x от първото равенство във второто и получаваме $2(y+R) = y+3R$ или $y = R$. Заместваме получената стойност за y в първото равенство и получаваме $x = 1/(2R)$. Накрая заместваме x и y в третото равенство и получаваме $n = 2$. **(1 т.)**