Министерство на образованието и науката
Национално пролетно състезание по физика,
13 март 2021 г., Стара Загора
Тема за 9.клас (III състезателна група)
Решения и указания

Задача 1А.

а) В интервала $0-2\,\mathrm{s}$ ускорението е постоянно и има стойност $a=1\,\mathrm{m/s^2}$. Тъй като движението започва от състояние на покой на тялото, то е *равноускорително* без начална скорост.**[0,25 т.]** В интервала $2\,\mathrm{s}-4\,\mathrm{s}$ ускорението е равно на нула и понеже тялото е достигнало определена скорост при равноускорителното движение, в този интервал движението е равномерно, т. е. с постоянна скорост.**[0,25 т.]** В интервала $4\,\mathrm{s}-6\,\mathrm{s}$ ускорението е постоянно и отново е $a=1\,\mathrm{m/s^2}$. Тъй като за този интервал началната скорост е различна от нула, са възможни два вида движение. Ако посоката на ускорението съвпада с посоката на скоростта в момента $t=4\,\mathrm{s}$, движението е *равноускорително* с начална скорост.**[0,25 т.]**. Когато посоката на ускорението е противоположна на посоката на скоростта при $t=4\,\mathrm{s}$, движението на тялото в интервала $4\,\mathrm{s}-6\,\mathrm{s}$ е равнозакъснително.**[0,25 т.]**

б) Като отчетем вида на движението за всеки от интервалите, можем да запишем следните изрази за скоростта

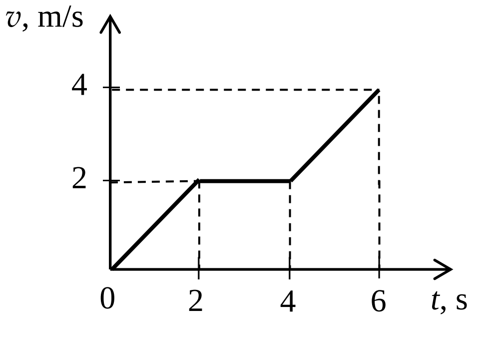
$$\upsilon = at, \quad 0 \le t \le 2\,\mathrm{s}, \qquad \textbf{[0,25 т.]}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 = \upsilon(2\,\mathrm{s}) = 2\,\mathrm{m/s}, \quad 2\,\mathrm{s} \le t \le 4\,\mathrm{s}, \qquad \textbf{[0,25 т.]}$$

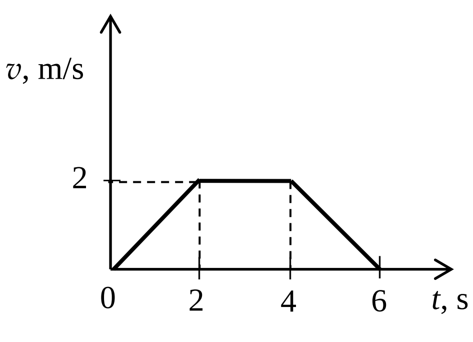
$$\upsilon = \upsilon_0 + a(t-4), \quad 4\,\mathrm{s} \le t \le 6\,\mathrm{s}$$ – при равноускорително движение, **[0,25 т.]**

$$\upsilon = \upsilon_0 - a(t-4), \quad 4\,\mathrm{s} \le t \le 6\,\mathrm{s}$$ – при равнозакъснително движение. **[0,25 т.]**

Графиките на скоростта са показани съответно на фиг. 1А, *а* и фиг. 1А, *б*.



Фиг. 1А, *а*
[0,5 т.]



Фиг. 1А, *б*
[0,5 т.]

в) Средната скорост за интервала $0-6\,\mathrm{s}$ се определя по формулата

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{s}{t} = \frac{s_1+s_2+s_3}{t},$$

където $t = 6\ \mathrm{s}$. Когато в интервала $4\ \mathrm{s} - 6\ \mathrm{s}$ движението е равноускорително, имаме

$$s_1 = \frac{\upsilon_0 t_1}{2} = 2\ \mathrm{m}, \quad s_2 = \upsilon_0 t_2 = 4\ \mathrm{m}, \quad s_3 = \frac{(\upsilon_0 + \upsilon_{\max})t_3}{2} = 6\ \mathrm{m}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

при което намираме

$$\upsilon_{\text{ср}} = 2\ \mathrm{m/s}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Ако в интервала $4\ \mathrm{s} - 6\ \mathrm{s}$ движението е равнозакъснително, имаме

$$s_1 = \frac{\upsilon_0 t_1}{2} = 2\ \mathrm{m}, \quad s_2 = \upsilon_0 t_2 = 4\ \mathrm{m}, \quad s_3 = \frac{(\upsilon_0 + \upsilon_{\min})t_3}{2} = 2\ \mathrm{m}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

откъдето получаваме

$$\upsilon_{\text{ср}} = 1{,}33\ \mathrm{m/s}. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Задача 1Б. а) Приемаме, че тялото 1 се движи надолу, а тялото 2 – нагоре. Уравненията на движение са:

$$m_1 a_1 = m_1 g - T, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

$$m_2 a_2 = T - m_2 g - f. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Тъй като нишката е с фиксирана дължина $a_1 = a_2 = a$.**[0,5 т.]** Събираме почленно уравненията, при което получаваме

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g - f}{m_1 + m_2} \approx 1{,}7\ \mathrm{m/s^2}. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

(Положителният знак на ускорението a показва, че правилно сме избрали посоката на движение на телата.)

б) От първото уравнение изразяваме T:

$$T = m_1(g - a) \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

и като заместим ускорението a, намираме

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g + \frac{m_1}{m_1 + m_2} f \approx 4{,}2\ \mathrm{N}. \qquad \textbf{[1,5 т.]}$$

Задача 2. Обем на примеси

а) Да означим обема на водата с V_0, а обема на чистата захар с V_1. Тъй като плътността на разтвора се дава с израза

$$\rho = \frac{m_0 + m_1}{V_0 + V_1}, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

като отчетем равенствата

$$m_1 = \rho_1 V_1, \qquad V_0 = \frac{m_0}{\rho_0} \qquad \textbf{[2 т.]}$$

и ги заместим в израза за плътността на разтвора, намираме

(1) $$V_1 = \frac{m_0}{\rho_0} \times \frac{\rho_0 - \rho}{\rho - \rho_1}. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

б) Първоначалното показание на везната е

$$P_1 = m_0 g + Mg + \rho_0 (V_1 + V) g \,, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

където M е масата на съда, а V_1 – обемът на захарта. След пълното разтваряне на захарта във водата показанието на везната е

$$P_2 = (m_0 + \rho_1 V_1) g + Mg + \rho V g \,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

Изменението на показанието на везната след разтваряне на захарта е

$$\Delta P = P_2 - P_1 = (\rho - \rho_0) V g + (\rho_1 - \rho_0) V_1 g \,, \qquad \textbf{[1 т.]}$$

откъдето намираме

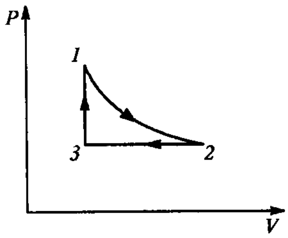
$$V = \frac{\Delta P}{(\rho - \rho_0) g} - \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho - \rho_0} V_1 \,. \qquad \textbf{[1 т.]}$$

След заместване на (1) за обема на примесите имаме

$$V = \frac{\Delta P}{(\rho - \rho_0) g} - \frac{m_0}{\rho_0} \times \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 - \rho} \,. \qquad \textbf{[2 т.]}$$

Задача 3. Кръгов процес

а) На фиг. 1 е показан процесът 1–2–3–1



Фиг. 1 **[1 т.]**

б) За състоянието върху изохората е изпълнено условието

$$\frac{p'}{T'} = \frac{p_3}{T_3} \,, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

а за състоянието върху изобарата имаме

$$\frac{V''}{T''} = \frac{V_3}{T_3} \,. \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

Като отчетем, че $V_3 = V'$, $p_3 = p''$ и $T_3 = T' \dfrac{p''}{p'}$ $\left(\text{или} \quad T_3 = T'' \dfrac{V'}{V''}\right)$ **[0,75 т.]**, намираме

$$\frac{p'V'}{T'} = \frac{p''V''}{T''} \,. \qquad \textbf{[0,25 т.]}$$

Тъй като състоянията са избрани произволно, можем да запишем за всяко състояние на газа равенството

$$\frac{pV}{T} = B = \text{const} \,.$$

в) Тъй като при изохорния процес температурата нараства от T_3 до T_1, а при изобарния процес температурата намалява от T_2 до T_3, имаме $T_{\min} = T_3$. За адиабатния процес температурата намалява от T_1 до T_2 и $T_{\max} = T_1$ **[1 т.]**. От първия принцип на термодинамиката $\Delta U = Q - A'$ за всеки един от процесите имаме:

за адиабатния процес 1–2

$\Delta U\big|_{12} = \frac{3}{2} B(T_2 - T_{\max}) < 0$, $\quad A'_{12} = A$, $\quad Q_{12} = 0$, т. е. газът нито получава, нито отдава топлина **[1 т.]**

за изобарния процес 2–3

$\Delta U\big|_{23} = \frac{3}{2} BT_3 - \frac{3}{2} BT_2 = \frac{3}{2} B(T_{\min} - T_2)$, $\quad A'_{23} = p_2(V_3 - V_2) = B(T_{\min} - T_2)$,

$Q_{23} = \Delta U\big|_{23} + A'_{23} = \frac{5}{2} B(T_{\min} - T_2) < 0$, т. е. газът отдава топлина **[1 т.]**

за изохорния процес 3–1

$\Delta U\big|_{31} = \frac{3}{2} BT_1 - \frac{3}{2} BT_3 = \frac{3}{2} B(T_{\max} - T_{\min})$, $\quad A'_{31} = 0$, т. е. газът получава топлина **[1 т.]**.

Тъй като от първия принцип на термодинамиката, приложен за адиабатния процес, следва

$$T_2 = T_{\max} - \frac{2A}{3B}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

намираме

$$Q_{\text{пол}} = Q_{31} = \frac{3}{2} B(T_{\max} - T_{\min}), \quad Q_{\text{отд}} = -Q_{23} = \frac{5}{2} B(T_{\max} - T_{\min}) - \frac{5}{3} A . \textbf{[1 т.]}$$

г) За процеса 1–2–3–1 имаме $\Delta U = 0$, откъдето следва $A_0 = Q_{\text{пол}} - Q_{\text{отд}}$ **[0,25 т.]**

$$\eta = \frac{Q_{\text{пол}} - Q_{\text{отд}}}{Q_{\text{пол}}} = \frac{(5/3)A - B(T_{\max} - T_{\min})}{(3/2)(T_{\max} - T_{\min})}, \qquad \textbf{[0,5 т.]}$$

откъдето изразяваме

$$T_{\max} - T_{\min} = \frac{(5/3)\mathrm{A}}{(\frac{3}{2}\eta + 1)B} \approx 77\ \mathrm{K}. \qquad \textbf{[0,75 т.]}$$