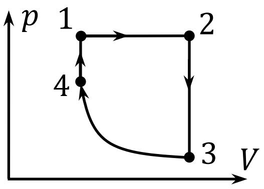
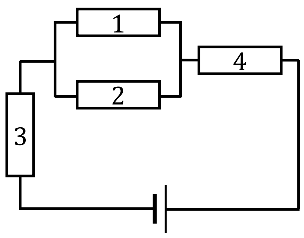
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
13 март 2021 г.
Решения на темата за VI състезателна група

Задача 1. Топлинна машина

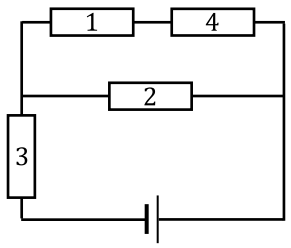


а) Процесите са представени на pV-диаграмата вляво. **[1 т.]**
б) Тъй като процесът 3-4 е изотермен, температурата на газа в състояния (3) и (4) е една и съща: $T_3 = T_4$. При процеса 4-1 газът се нагрява изохорно и получава топлина $Q_{41} = U_1 - U_4 = \frac{3B(T_1-T_4)}{2} = \frac{3B(T_1-T_3)}{2}$, където U_1 и U_4 са вътрешните енергии на газа в състояния (1) и (4). **[0,5 т.]** Получаваме $T_1 - T_3 = \frac{2Q_{41}}{3B} \approx 24$ K. **[1 т.]**
в) Газът извършва положителна работа $A'_{12} = p_1(V_2 - V_1)$ **[0,5 т.]** при процеса 1-2, който е изобарен, т.е. $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ **[0,5 т.]**. Оттук $A'_{12} = \frac{p_1V_1}{T_1}T_2 - p_1V_1 = B(T_2 - T_1)$. **[0,5 т.]** Процесите 2-3 и 4-1 са изохорни, т.е. не се извършва работа. При процеса 3-4 газът извършва отрицателна работа $A'_{34} = -A_{34}$. Пълната работа, извършена от газа за един цикъл, е $A' = A'_{12} + A'_{34} = B(T_2 - T_1) - A_{34} > 0$. **[0,5 т.]** При процеса 1-2 газът получава топлина $Q_{12} = U_2 - U_1 + A'_{12} = \frac{3B(T_2-T_1)}{2} + B(T_2 - T_1) = \frac{5B(T_2-T_1)}{2}$, като с U_2 сме означили вътрешната енергия на газа в състояние (2) и сме използвали първия принцип на термодинамиката. **[0,5 т.]** При процесите 2-3 и 3-4 газът отдава топлина. **[0,5 т.]** Получената от газа топлина по време на цикъла е топлината, приета при процесите 1-2 и 4-1: $Q_{\text{пол}} = Q_{12} + Q_{41} = \frac{5B(T_2-T_1)}{2} + Q_{41}$. **[0,5 т.]** КПД на машината е $\eta = \frac{A'}{Q_{\text{пол}}} = \frac{2[B(T_2-T_1)-A_{34}]}{5B(T_2-T_1)+2Q_{41}}$ **[0,5 т.]**, откъдето следва, че $T_2 - T_1 = \frac{2(A_{34}+\eta Q_{41})}{(2-5\eta)B}$ **[1 т.]**. Като използваме, че $T_1 - T_3 = \frac{2Q_{41}}{3B}$, и съберем последните две уравнения, получаваме разликата $T_2 - T_3 = \frac{2[3A_{34}+2(1-\eta)Q_{41}]}{3(2-5\eta)B} \approx 159$ K **[1 т.]**.
г) Отдадената от газа топлина $Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}} - A'$ **[0,5 т.]**, откъдето следва, че $Q_{\text{отд}} = \frac{5B(T_2-T_1)}{2} + Q_{41} - B(T_2 - T_1) + A_{34} = \frac{3B(T_2-T_1)}{2} + Q_{41} + A_{34} = \frac{3(A_{34}+\eta Q_{41})}{2-5\eta} + Q_{41} + A_{34} = \frac{(1-\eta)(5A_{34}+2Q_{41})}{2-5\eta} = 2{,}48$ kJ **[1 т.]**.

Задача 2. Електрическа верига



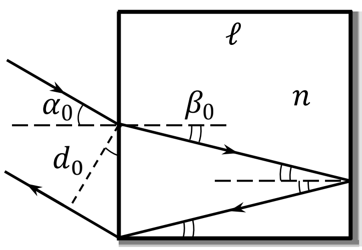
а) Еквивалентната схема на електрическата верига е представена вляво. **[0,5 т.]** Резисторите „1“ и „2“ са свързани успоредно помежду си и последователно на резисторите „3“ и „4“. Напреженията върху „1“ и „2“ са еднакви, откъдето отношението $\frac{R_1}{R_2} = \frac{P_2}{P_1} = 2$, т.е. $R_1 = 2R_2$. **[0,5 т.]** Токовете през „3“ и „4“ са едни и същи, т.е. $\frac{R_3}{R_4} = \frac{P_3}{P_4} = \frac{3}{4}$. **[0,5 т.]** Оттук $R_3 = \frac{3}{4}R_4$. **[0,2 т.]** Резисторите „1“ и „2“ са еквивалентни на резистор със съпротивление $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, в който се отделя мощност $P_1 + P_2$. **[0,5 т.]** Следователно $\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)R_3} = \frac{2R_2}{3R_3} = \frac{P_1+P_2}{P_3} = 1$ **[0,5 т.]**, откъдето $R_2 = \frac{3}{2}R_3 = \frac{9}{8}R_4$ **[0,5 т.]**. Съпротивлението $R_1 = 2R_2 = \frac{9}{4}R_4$. **[0,3 т.]** Еквивалентното съпротивление на веригата е $R_{\text{екв}} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + R_3 + R_4 = \frac{3}{4}R_4 + \frac{3}{4}R_4 + R_4 = \frac{5}{2}R_4$. **[0,5 т.]**



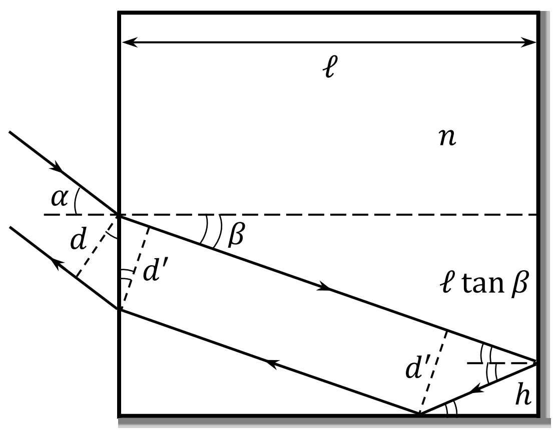
б) Еквивалентната схема на новата електрическа верига е представена вляво. **[1 т.]** Резисторите „1“ и „4“ са свързани последователно един на друг и успоредно на резистора „2“. Резисторът „3“ е свързан последователно към останалите. Еквивалентното съпротивление на новата верига е $R'_{\text{екв}} = R_3 + \frac{R_2(R_1+R_4)}{R_1+R_2+R_4} = \frac{3}{4}R_4 + \frac{117}{140}R_4 = \frac{111}{70}R_4$. **[0,5 т.]** Търсеното отношение е $\frac{R_{\text{екв}}}{R'_{\text{екв}}} = \frac{175}{111}$. **[0,5 т.]**

в) Тъй като резисторите „1“ и „4“ са свързани последователно, през тях минава един и същ ток, откъдето $\frac{P'_1}{P'_4} = \frac{R_1}{R_4} = \frac{9}{4}$. **[0,5 т.]** По условие $\frac{P'_1}{P'_4} = \frac{1}{z}$, т.е. $z = \frac{P'_4}{P'_1} = \frac{4}{9}$. **[0,5 т.]** Резисторите „1“ и „4“ са еквивалентни на резистор със съпротивление $R_1 + R_4$ и мощност $P'_1 + P'_4$. **[0,5 т.]** Оттук $\frac{P'_1+P'_4}{P'_2} = \frac{R_2}{R_1+R_4} = \frac{9}{26}$. **[0,5 т.]** От друга страна $\frac{P'_1+P'_4}{P'_2} = \frac{1+z}{x}$, откъдето следва, че $x = \frac{26(1+z)}{9} = \frac{338}{81}$. **[0,5 т.]** Успоредно свързаните резистори в случая са еквивалентни на резистор със съпротивление $\frac{R_2(R_1+R_4)}{R_1+R_2+R_4}$ и мощност $P'_1 + P'_2 + P'_4$. **[0,5 т.]** Следователно $\frac{P'_1+P'_2+P'_4}{P'_3} = \frac{R_2(R_1+R_4)}{R_3(R_1+R_2+R_4)} = \frac{39}{35}$. **[0,5 т.]** От условието се вижда, че $\frac{P'_1+P'_2+P'_4}{P'_3} = \frac{1+x+z}{y}$, откъдето получаваме $y = \frac{35(1+x+z)}{39} = \frac{1225}{243}$. **[0,5 т.]**

Задача 3. Геометрична оптика



а) При минималния ъгъл на падане α_0 светлинният лъч се отразява от дясната стена, след което се отразява от долния ляв ръб на куба, както е показано на фигурата вляво. **[0,5 т.]** Вижда се, че ъглите на падане и отражение от дясната стена са равни на съответния ъгъл на пречупване β_0, като $\tan\beta_0 = 0{,}25$. **[0,5 т.]** Оттук $\sin\alpha_0 = n\sin\beta_0 = \frac{n\tan\beta_0}{\sqrt{1+\tan^2\beta_0}} \approx 0{,}364$ **[1 т.]**, откъдето $\alpha_0 \approx 21°$ **[0,5 т.]**. От правоъгълния триъгълник между влезлия и излезлия от куба лъч получаваме разстоянието $d_0 = \frac{\ell}{2}\cos\alpha_0 \approx 4{,}7$ cm. **[1,5 т.]**



б) На чертежа вляво се вижда ходът на светлинния лъч. Еднаквите ъгли са означени с еднакъв брой дъги. От закона на Снелиус следва връзка между ъгъла на падане α и ъгъла на пречупване β: $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$. **[0,5 т.]** След като влезе в куба, лъчът пада върху дясната стена в точка, която се намира на разстояние $h = \frac{\ell}{2} - \ell\tan\beta$ от долната стена на куба. **[0,5 т.]** Четириъгълникът в долния десен ъгъл на куба е съставен от два правоъгълни триъгълника с една обща хипотенуза. Оттук $d' = h\frac{\sin 2\beta}{\sin\beta} = 2h\cos\beta = \ell(1 - 2\tan\beta)\cos\beta$, където d' е разстоянието между пречупения лъч и лъча, отразен от долната стена. **[2 т.]** Аналогично, четириъгълникът между точките на влизане и излизане от куба е образуван от два правоъгълни триъгълника с обща хипотенуза, откъдето следва съотношение между търсеното разстояние d и разстоянието d': $d = d'\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$ **[1 т.]**, т.е. $d = \ell(1 - 2\tan\beta)\cos\alpha = \ell\left(1 - \frac{2\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\right)\cos\alpha = \ell\left(1 - \frac{2\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)\cos\alpha \approx 2{,}5$ cm **[2 т.]**.