МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

8-10 март 2019 г., гр. Вършец

Решения на задачите от тема 11-12 клас

Задача 1. Механика

Както силата, така и скоростта може да се разложи на нормална и тангенциална компоненти спрямо стената.

а) За силата имаме $f = \mu N$. **[1т.]**

б) За импулсите имаме $\Delta P_f = \mu NT$ и $\Delta P_N = NT$, т.е. $\Delta P_f = \mu \Delta P_N$. **[1т.]**

в) Тъй като енергия не се губи при челен сблъсък, нормалната скорост преди и след удара е една и съща по големина. Така намираме $\Delta P_N = 2mv\cos\alpha$. **[2т.]**

г) Преди и след удара нормалната скорост по големина е $v_n = v\cos\alpha$. Преди удара тангенциалната скорост е $v\sin\alpha$, а след удара е $v_t = v\sin\alpha - \frac{\Delta P_f}{m} = v(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha)$. **[1т.]** Пълната скорост е $v_{\text{final}} = \sqrt{v_t^2 + v_n^2}$. **[1т.]**

д) Получаваме $\tan\beta = \frac{v_t}{v_n} = \tan\alpha - 2\mu$. **[2т.]**

е) Получаваме $\mu = \frac{\tan\alpha}{2}$. **[1т.]**

ж) Кубчето ще отскочи от стената в перпендикулярно направление. **[1т.]**

Задача 2. Електростатика

а) От съображения за размерност и от условието на задачата можем да запишем за потенциала: $\varphi_2(\mathrm{a}) = \frac{c_2\,\rho \mathrm{a}^2}{\epsilon_0}$ **[1т.]**. Куба със страна a можем да разглеждаме като съставен от осем кубчета със страна $\mathrm{a}/2$, върхът на всеки от които лежи в центъра на големия куб. Така следва връзката $\varphi_1(\mathrm{a}) = 8\varphi_2(\mathrm{a}/2)$, т.е. $\frac{c_1\,\rho \mathrm{a}^2}{\epsilon_0} = \frac{8c_2\,\rho(\mathrm{a}/2)^2}{\epsilon_0}$ **[1т.]**, откъдето $c_2 = \frac{0.1894}{2} = 0.0947$. **[1т.]**

б) Кубът със страна a се състои от шест пирамиди, описани в подточка **[1т.]** б). За потенциала на върха на пирамидата получаваме $\varphi_3(\mathrm{a}) = \frac{c_3\,\rho \mathrm{a}^2}{\epsilon_0}$ **[1т.]**, където $c_3 = \frac{0.1894}{6} = 0.0316$ **[1т.]**.

в) Ако от пирамида с квадратна основа със страна a и височина $\mathrm{a}/2$ изрежем квадратна пластина със страна a и пренебрежима дебелина Δz, ще получим пирамида с квадратна основа със страна $a - 2\Delta z$ и височина $\mathrm{a}/2 - \Delta z$ **[1т.]**. Следователно потенциалът на пластината е $\varphi_3(\mathrm{a}) - \varphi_3(\mathrm{a} - 2\Delta z) = \frac{c_3\,\rho(\mathrm{a}^2 - (\mathrm{a} - 2\Delta z)^2)}{\epsilon_0} \approx \frac{4c_3\,\rho a\Delta z}{\epsilon_0} = \frac{4c_3\,a\sigma}{\epsilon_0}$ **[1т.]**, т.е. $\varphi_4(\mathrm{a}) = \frac{0.126\,a\sigma}{\epsilon_0}$ **[1т.]**.

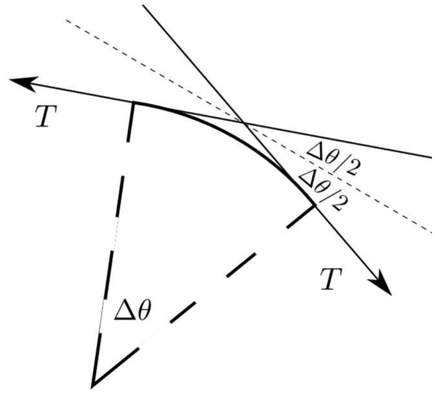
г) На разстояние, много по-голямо от размера на куба, потенциалът е като от точков заряд: $\varphi_5(\mathrm{a}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$, където $q = \rho a^3$. **[1т.]**

Задача 3. Сили, налягане и механично напрежение

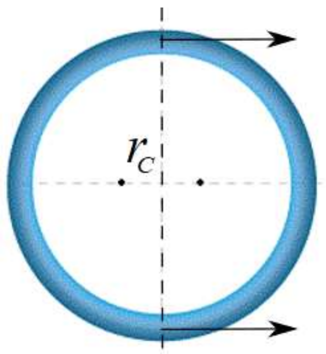
а) Силата F трябва да компенсира силите от страна на налягането: $F = (P_0 - P)\pi R^2$. Налягането действа ефективно върху сечението на повърхността. **[2т.]**

б) Силата от страна на налягането е $F = P\pi R^2$ **[0.5т.]**. Тази сила се разпределя върху площ $S = 2\pi Rd$ **[0.5т.]**. Така за граничното налягане получаваме $P = 2d\sigma/R$ **[1т.]**.

в) Разглеждаме дъга от пръстена с малък ъгъл $\varDelta\theta$. На нея ѝ действат силите на опън T, които също сключват ъгъл $\varDelta\theta$. Сумата от двете сили е $2T\sin\varDelta\theta/2 \approx T\varDelta\theta$ **[1т.]**, която е центростремителна сила: $T\varDelta\theta = \varDelta m\omega^2 R$. Тъй като $\frac{\varDelta\theta}{2\pi} = \frac{\varDelta m}{m}$, получаваме $T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$, а $\sigma = T/S$. **[1т.]**



г) Можем да си представим пръстена като два слепени полупръстена. На левия полупръстен му действат две сили на опън T, които пораждат ускорение на центъра на масата $\omega^2 r_C$. Това ускорение е едно и също без значение дали оста е перпендикулярна на пръстена или минава през диаметър. Поради това механичното напрежение е същото като от предната подточка. **[2т.]**

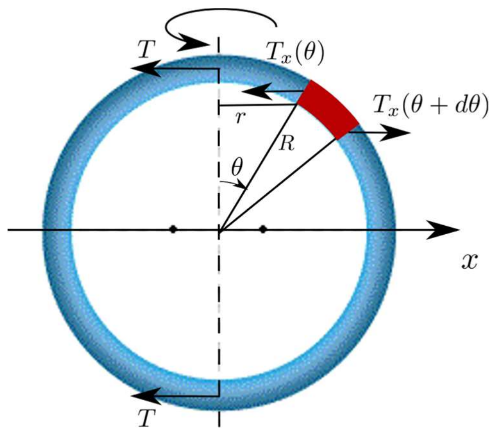


Алтернативно решение:

Можем да запишем:

$$2\mathrm{T} = \int_0^{\pi} dm\,\omega^2 R\sin\theta = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}2. \text{ [1т.]}$$

Така получаваме $T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$. **[1т.]**



д) Имаме $T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$ и $2T = \frac{m}{2}\omega^2 r_c$ (виж фиг. на подточка г) **[1т.]**. Оттук намираме $r_c = \frac{2R}{\pi}$. **[1т.]**