МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

Вършец, 8–10 март 2018 г.

Решения на темата за IV състезателна група (учебно съдържание за 10. клас)

Задача 1. Опити с монета

а) За да замръзне изцяло в леда, монетата трябва да разтопи лед с обем, равен на обема на монетата. Следователно масата на разтопения лед е:

$$m_1 = \rho_1 S d, \qquad \textbf{[1 т]}$$

където S е площта на основата на монетата. За разтапянето на тази маса лед е нужно количество топлина:

$$Q = \lambda m_1 = \lambda \rho_1 S d. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Топлината, нужна за разтапяне на леда, се получава при охлаждането на монетата до температура t_0 = 0°0°C. Следователно:

$$Q = cm(t_1 - t_0) = c\rho S d(t_1 - t_0). \qquad \textbf{[1 т]}$$

Оттук получаваме:

$$t_1 = t_0 + \frac{\lambda\rho_1}{c\rho} = \frac{3{,}33.10^5\ \mathrm{J/kg}\,.\,900\ \mathrm{kg/m^3}}{450\ \mathrm{J/(kg.K)}.\,7000\ \mathrm{kg/m^3}} \approx 95{,}1\mathrm{°C}. \qquad \textbf{[1 т]}$$

б) Монетата подскача поради разликата в налягането p на въздуха вътре в бутилката и налягането p_0 на външния въздух. В момента на подскачането се уравновесяват три сили, действащи по една права – натискът на въздуха в бутилката, насочен нагоре, и силата на тежестта и натискът на външния въздух, насочени надолу:

$$pS = mg + p_0 S. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Като вземем предвид, че $m = \rho S d$, получаваме:

$$p = \rho g d + p_0. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Въздухът в бутилката се нагрява до абсолютна температура T при постоянен обем. От уравнението за изохорен процес имаме:

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}, \qquad \textbf{[1 т]}$$

където T_0 = 293 K е началната абсолютна температура на въздуха в бутилката. Следователно:

$$p = \frac{p_0 T}{T_0}. \qquad \textbf{[1 т]}$$

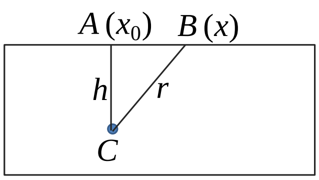
Като заместим израза за налягането в условието за уравновесяване на силите, получаваме:

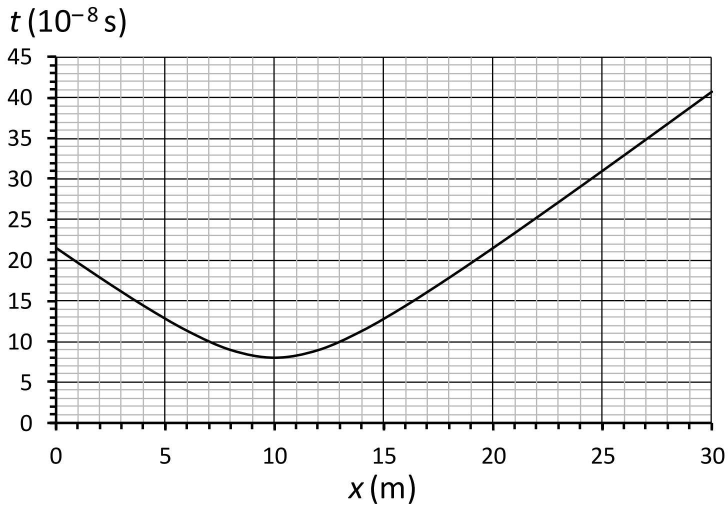
$$\frac{p_0 T}{T_0} = \rho g d + p_0, \qquad \textbf{[1 т]}$$

откъдето намираме търсеното повишение на температурата на въздуха в бутилката:

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{T_0 \rho g d}{p_0} = \frac{293\ \mathrm{K}\,.7000\mathrm{kg/m^3}9{,}8\mathrm{m/s^2}.1{,}35.10^{-3}\ \mathrm{m}}{1{,}00.10^5\ \mathrm{Pa}} \approx 0{,}27°\mathrm{C}. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Задача 2. Земен радар





а) Когато радарът се намира в точка B на разстояние r от кабела C, радиосигналът изминава общ път $s = 2r$ от излъчването до приемането и се движи време:

$$t = \frac{2r}{u}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

Сигналът изминава най-кратък път $s_0 = 2h$, когато радарът се намира в т. A, вертикално над кабела, т.е. на разстояние $x_0 = 10$ m от края на двора. В този случай времето на разпространение е:

$$t_0 = \frac{2h}{u} = 8{,}0.10^{-8}\ \mathrm{s}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

Нека т. B се намира на разстояние x от края на двора. От Питагоровата теорема следва, че разстоянието от т. B до кабела е:

$$r = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(x - x_0)^2 + h^2}, \qquad \textbf{[1 т]}$$

а съответното време за разпространение на сигнала за тази точка е:

$$t = \frac{2\sqrt{(x - x_0)^2 + h^2}}{u},$$

От получените съотношения следва, че:

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + h^2}}{h} = \sqrt{\left(\frac{x - x_0}{h}\right)^2 + 1}. \qquad \textbf{[1 т]}$$

Следователно, ако определим от графиката времето за разпространение t за конкретна стойност на x, можем да намерим дълбочината на кабела:

$$h = \frac{|x - x_0| t_0}{\sqrt{t^2 - t_0^2}} = \frac{|x - x_0|}{\sqrt{(t/t_0)^2 - 1}}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

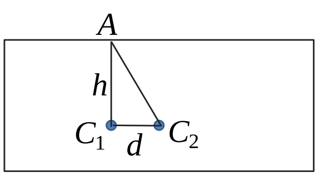
Ако разгледаме например точка с координата $x = 13$ m, от графиката определяме времето за разпространение: $t = 10.10^{-8}$ s $= 10^{-7}$ s. Тогава за дълбочината намираме:

$$h = \frac{3\text{ m} \,.\, 8.10^{-8}\text{ s}}{6.10^{-8}\text{ s}} = 4{,}0\text{ m}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

За скоростта на радиовълните в почвата съответно намираме:

$$u = \frac{2h}{t_0} = \frac{2\,.4{,}0\text{ m}}{8{,}0\,.\,10^{-8}\text{ s}} = 1{,}0.10^8\text{ m/s}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

б) Вълните, отразени от двата кабела (C_1 и C_2) са кохерентни, защото са породени от една и съща падаща вълна, излъчена в т. A. Двете отразени вълни интерферират, като се усилват или гасят в дадена точка според разликата в пътищата, които изминават до нея. В случая приемникът не регистрира отразен сигнал, защото се намира в точка, съответстваща на интерференчен минимум. **[1 т]**



Условието за интерференчен минимум е:

$$\Delta = s_2 - s_1 = (k + 1/2)\lambda; \qquad k = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \qquad \textbf{[1 т]}$$

където s_1 и s_2 са пътищата, изминати от двете вълни от излъчвателя до съответния кабел и обратно до приемника. Както се вижда от фигурата:

$$s_1 = 2|C_1A| = 2h = 8\text{ m} \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

и

$$s_2 = 2|C_2A| = 2\sqrt{h^2 + d^2} \approx 8{,}062\text{ m}. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

От друга страна дължината на вълната е свързана с търсената честота на вълната чрез съотношението:

$$\lambda = u/\nu. \qquad \textbf{[0,5 т]}$$

От условието за интерференчен минимум намираме възможните стойности на честотата, при които се наблюдава минимум:

$$\nu = \frac{(2k + 1)u}{2(s_2 - s_1)} = (2k + 1) \times 8{,}06.10^8\text{ Hz}. \qquad \textbf{[1 т]}$$

От условието знаем обаче, че $10^7\,\text{Hz} \leq \nu \leq 2{,}5.10^9\,\text{Hz}$. Стойностите на k, за които честотата попада в този интервал, са $k = 0$ и $k = 1$. Следователно възможните стойности на честотата на радара са:

$$\nu_0 \approx 8{,}06.10^8\ \text{Hz}\ \ (806\ \text{MHz})\ \text{и}\ \nu_1 \approx 2{,}42.10^9\ \text{Hz}\ \ (2{,}42\ \text{GHz}).$$ **[1 т]**

За верни се приемат отговори, различаващи се до 5% от посочените.

Задача 3. Трупчета и пружини

а) Когато трупчетата са отклонени на еднакви разстояния в една и съща посока, средната пружина не се деформира. **[0,5 т]** Следователно връщащата сила, действаща на лявото (дясното) трупче се дължи на деформацията само на лявата (дясната) пружина. Тогава двете трупчета може да бъдат разглеждани като две невзаимодействащи пружинни махала с еднакви периоди:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$ **[0,5 т]**

От връзката $\nu = 1/T$ следва:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2.3{,}14}\sqrt{\frac{100\ \text{N/m}}{0{,}1\ \text{kg}}} \approx 5{,}0\ \text{Hz}.$$ **[1 т]**

От закона за запазване на механичната енергия, за кое да е от двете махала, следва:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2},$$ **[0,5 т]**

откъдето намираме:

$$v_{\max} = x\sqrt{\frac{k}{m}} \approx 0{,}32\ \text{m/s}.$$ **[1 т]**

б) Да разгледаме едно от двете трупчета, например лявото. Лявата пружина е свита с $\Delta l_1 = x$ и следователно действа на трупчето със сила:

$$F_1 = kx,$$ **[0,5 т]**

насочена надясно. Тъй като трупчетата са отместени в противоположни посоки на еднакво разстояние x, средната пружина е разтегната с $\Delta l_2 = 2x$ и действа на лявото ктрупче със сила:

$$F_2 = 2kx,$$ **[1 т]**

също насочена надясно. Следователно равнодействащата сила, приложена върху лявото трупче, е:

$$F = F_1 + F_2 = 3kx.$$ **[0,5 т]**

Вижда се, че равнодействащата сила удоволетворява закона на Хук, все едно трупчето е закрепено на пружина с „еквивалентен” коефициент на еластичност:

$$k_{\text{екв}} = 3k.$$ **[0,5 т]**

Следователно трупчето ще трепти хармонично с период:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{\text{екв}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$$ **[0,5 т]**

и съответно с честота:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3k}{m}} = \frac{1}{2.3{,}14}\sqrt{\frac{3\,.\,100\ \mathrm{N/m}}{0{,}1\ \mathrm{kg}}} \approx 8{,}7\ \mathrm{Hz}.$$ **[1 т]**

Общата начална потенциална енергия на трите деформирани пружини е:

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{k(2x)^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = 3kx^2.$$ **[0,5 т]**

Тъй като трупчетата трептят с еднаква честота и съответно еднакъв период, те едновременно достигат равновесното си положение с максимална скорост. Общата кинетична енергия на трупчетата в този момент е:

$$E_{\text{к}} = 2\frac{mv_{\max}^2}{2} = mv_{\max}^2.$$ **[0,5 т]**

От закона за запазване на енергията следва:

$$mv_{\max}^2 = 3kx^2.$$ **[0,5 т]**

Следователно:

$$v_{\max} = x\sqrt{\frac{3k}{m}} \approx 0{,}55\ \mathrm{m/s}.$$ **[1 т]**