

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ПРОЛЕТНО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

Стара Загора 09-11.03.2018 г.

Решения и указания на тема 9.клас (трета състезателна група)

Задача 1. Зареждане на кондензатори

а) При отворен ключ K кондензаторите са свързани последователно и са заредени от източника с напрежение E_1 [0,5 т.]. Тъй като еквивалентният им капацитет е

$$C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C}{2}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

за заряда му q_0 намираме

$$q_0 = C_0 E_1 = \frac{C}{2} E_1. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Възможен е и друг вариант на решение: При последователно свързване зарядът на всеки кондензатор и на батерията е един и същ, равен на q_0 . От друга страна напреженията върху кондензаторите дават $U_1 + U_2 = 2U_0 = E_1$, при което имаме $q_0 = CU_0 = \frac{C}{2} E_1$.

б) При затворен ключ K стационарното разпределение на заряда се достига при изравняване на напреженията на успоредните участъци. Така имаме

$$\frac{q_1}{C_1} + E_1 = E_2, \quad \frac{q_2}{C_2} = E_2, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$q_1 = C_1(E_2 - E_1) = C(E_2 - E_1), \quad q_2 = C_2 E_2 = C E_2. \quad [1 \text{ т.}]$$

в) Преди затваряне на ключа K общият заряд на левите електроди на двата кондензатора е равен на нула [0,5 т.], защото те са свързани последователно. След затварянето на ключа K общият заряд на тези два електрода става

$$q = q_1 + q_2 = C(2E_2 - E_1). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Това е зарядът, преминал през източника 2, след затварянето на ключа K .

Зарядът на десния електрод на кондензатора 1 първоначално е q_0 [0,5 т.], а след затварянето на ключа K става равен на $-q_1$ [0,5 т.]. Следователно преминалия заряд през източника на напрежение 1 е

$$q' = -q_1 - q_0 = C\left(\frac{E_1}{2} - E_2\right). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

г) Началната енергия на кондензаторите (преди затварянето на ключа K) е

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E_1^2 = \frac{1}{4} C E_1^2, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

а енергията им след затварянето на ключа K е

$$W_2 = \frac{1}{2} C_1 (E_2 - E_1)^2 + \frac{1}{2} C_2 E_2^2 = \frac{1}{2} C (E_1^2 - 2E_1 E_2 + 2E_2^2). \quad [1 \text{ т.}]$$

Тогава от закона за запазване на енергията (първи принцип на термодинамиката)

$$W_2 - W_1 = (A_1 + A_2) + Q, \quad [1 \text{ т.}]$$

където $A = A_1 + A_2$ е работата, извършена от източниците за пренасяне на зарядите, а Q – обменената с околната среда топлина. Работата се дава с изразите

$$A_1 = q'E_1, \quad A_2 = qE_2, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

при което за търсената топлина получаваме

$$Q = W_2 - W_1 - (A_1 + A_2) = -\frac{1}{4} C (E_1 - 2E_2)^2. \quad [1 \text{ т.}]$$

Знакът „минус“ показва, че при презареждането на кондензаторите се отделя количество топлина $|Q|$ [0,5 т.].

Задача 2. Идеален газ

а) От първия принцип на термодинамиката търсената работа A' се определя с равенството

$$A' = -\Delta U = U_3 - U_1 = \frac{3}{2} B (T_3 - T_1). \quad [1 \text{ т.}]$$

При изобарното свиване работата на външната сила се дава с израз

$$A = -p_2 \Delta V = p_2 (V_1 - V_2). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Като използваме уравнението на състояние $pV = BT$, намираме

$$p_2 V_1 = BT_1, \quad [0,5 \text{ т.}] \quad p_2 V_2 = BT_2, \quad [0,5 \text{ т.}] \quad T_1 - T_2 = \frac{1}{B} A. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

При процеса 2-3 имаме

$$Q = U_3 - U_2 + A_1, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където A_1 е извършената от газа работа, която се дава с лицето на трапеца $V_3 - V_2 - 2 - 3$, т.е.

$$A_1 = \frac{p_2 + p_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} (p_2 V_3 + p_3 V_3 - p_2 V_2 - p_3 V_2). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тъй като за процеса 2-3 са изпълнени

$$p_2 V_2 = BT_2, \quad p_3 V_3 = BT_3, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

$$\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3} \rightarrow p_2 V_3 = p_3 V_2, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

намираме

$$A_1 = \frac{1}{2} B(T_3 - T_2), \quad [0,5 \text{ т.}]$$

$$Q = \frac{3}{2} B(T_3 - T_2) + \frac{1}{2} B(T_3 - T_2) = 2B(T_3 - T_2), \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$(T_3 - T_2) = \frac{1}{2B} Q. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

За процеса 1-2-3-1 изменението на вътрешната енергия е нула, тъй като началното и крайното състояние съвпадат. Тогава можем да запишем

$$(U_2 - U_1) + (U_3 - U_2) + (U_1 - U_3) = 0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$T_3 - T_1 = (T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) = \frac{1}{2B} (Q - 2A). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Като използваме този израз за извършената работа в процеса 3-1 намираме

$$A' = \frac{3}{4}(Q - 2A).$$

[0,5 т.]

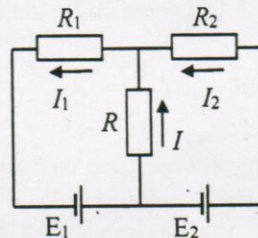
б) По определение имаме (W е извършената от двигателя работа за един цикъл)

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{пол}}} = \frac{A_1 + A' - A}{Q} = 1 - \frac{5}{2} \frac{A}{Q} \rightarrow \eta = 37,5\%.$$

[2 т.]

Задача 3. Мощност на електричния ток

а) На фиг. 1 са показани токовете, които текат през резисторите, означени съответно с I_1, I_2, I . Тъй като в схемата не се натрупва електричен заряд, от закона за запазването му



Фиг. 1

следва

$$I_1 = I_2 + I.$$

[1 т.]

Освен това можем да запишем изрази за напрежението между краищата на съпротивления:

$$E_1 = I_1 R_1 + IR, \quad [1 \text{ т.}] \quad E_2 = I_2 R_2 - IR. \quad [1 \text{ т.}]$$

От третото равенство изразяваме тока I_2 , при което получаваме

$$I_2 = \frac{1}{R_2}(E_2 + IR).$$

[1 т.]

След това заместваем I_1 и I_2 във второто равенство

$$E_1 = I(R_1 + R) + \frac{R_1}{R_2}(E_2 + IR),$$

[1 т.]

откъдето намираме

$$I = \frac{E_1 R_2 - E_2 R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}.$$

[1 т.]

Токът ще е равен на нула, когато е изпълнено условието

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{3}.$$

[1 т.]

б) Мощността на тока I се дава с изрази

$$P = I^2 R = \frac{(E_1 R_2 - E_2 R_1)^2}{(R_1 + R_2)^2} \times \frac{R}{(R + R_0)^2}, \quad [1 \text{ т.}]$$

чиято максимална стойност в зависимост от R се определя от максималната стойност

на $\alpha = \frac{R}{(R + R_0)^2}, \quad R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

Възможните стойности на R при дадено α са корени на квадратното уравнение

$$\alpha R^2 + (2\alpha R_0 - 1)R + \alpha R_0^2 = 0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

при условие че $1 - 4\alpha R_0 \geq 0$. Тогава максималната възможна стойност на α е

$$\alpha_{\max} = \frac{1}{4R_0} \rightarrow R = R_0 = 60 \Omega. \quad [1 \text{ т.}]$$