МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Пролетно национално състезание по физика, Стара Загора, 9–11 март 2018 г.

Решения на темата за 8. клас (втора състезателна група)

Задача 1. Свързване на лампички

а) Понеже лампичките са свързани последователно, напрежението върху всяка една от тях е:

(1) $$U = \frac{U_м}{20} = 11\ \text{V}.$$ **0,5 точки**

От графиката определяме, че при това напрежение токът през всяка лампичка, а следователно и в цялата верига, е:

(2) $$I \approx 0{,}83\ \text{A}.$$ **0,5 точки**

Мощността на всяка отделна лампичка е UI, а на гирлянда като цяло:

(3) $$P = 20UI = U_м I \approx 183\ \text{W}.$$ **0,5 точки**

б) За да изразим консумираната електроенергия в киловатчасове, е нужно да изразим мощността на гирлянда в киловати, а времето, през което е работел – в часове:

(4) $$P = 0{,}183\ \text{kW},$$ **0,5 точки**

(5) $$t = 31 \cdot 24\ \text{h} = 744\ \text{h}.$$ **0,5 точки**

Следователно консумираната електроенергия е:

(6) $$W = Pt \approx 136\ \text{kWh},$$ **0,5 точки**

а съответната ѝ цена: $136\ \text{kWh} \cdot 0{,}20\ \text{лв/kWh} = 27{,}20\ \text{лв.}$ **0,5 точки**

в) Максималният допустим ток през лампичките е $I = 0{,}9$ A. От графиката определяме, че при този ток напрежението върху всяка лампичка е:

(7) $$U \approx 12{,}6\ \text{V}.$$ **0,5 точки**

За да не надвиши напрежението върху отделната лампа тази стойност, броят на лампичките трябва да е по-голям от:

(8) $$\frac{U_м}{U} = 17{,}5.$$ **0,5 точки**

т.е. трябва да са свързани поне 18 лампички. Следователно накъсо може да бъдат дадени най-много $N = 2$ лампички. **0,5 точки**

г) Нека U е напрежението върху лампичката, което съответства на ток I. Съответно напрежението върху последователно свързания резистор е:

(9) $$U_R = U_0 - U.$$ **0,5 точки**

Следователно, за да тече във веригата ток I, съпротивлението на резистора трябва да бъде:

(10) $$R = \frac{U_R}{I} = \frac{U_0 - U}{I}.$$ **0,5 точки**

За максималната и за минималната допустима стойност на тока намираме:

I **(A)**	***U*** **(V) – от графиката**	***R*** **(Ω)**	
0,9	12,6	2.67	**0,5 точки**
0,8	10,3	5.88	**0,5 точки**

Следователно:

(11) $$2{,}67\ \Omega \leq R \leq 5{,}88\ \Omega.$$ **0,5 точки**

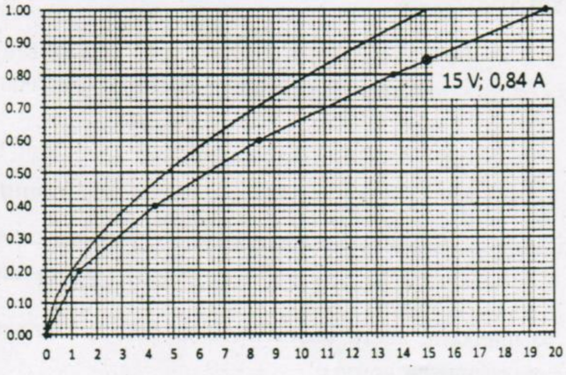
д) За да решим задачата, ще построим графика на тока I във веригата от напрежението U на източника. През лампичката 1 тече същия ток, какъвто тече през източника. Нека съответното напрежение върху лампичката е U_1. През лампичките 2 и 3 текат съответно токове $I/2$. Нека съответното напрежение върху двете лампички е U_2, тогава:

(12) $$U = U_1 + U_2.$$ **0,5 точки**

За различни стойности на тока I от графиката определяме съответните стойности на напреженията U_1 и U_2, и пресмятаме съответната стойност на U. Записваме данните в таблица (поне 5 стойности на тока):

I **(A)**	***U₁*** **(V)**	***I/2*** **(A)**	***U₂*** **(V)**	***U*** **(V)**	
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
0,2	1,0	0,1	0,3	1,3	**0,1 точка**
0,4	3,3	0,2	1,0	4,3	**0,1 точка**
0,6	6,4	0,3	2,0	8,4	**0,1 точка**
0,8	10,4	0,4	3,3	13,7	**0,1 точка**
1,0	15,0	0,5	4,7	19,7	**0,1 точка**

Нанасяме стойностите на U по абсцисата, на I – по ординатата, и построяваме графика по тях – свързваме точките с отсечки или с плавна крива:



За правилно нанесени точки:

0,5 точки

За построена графика (отсечки или непрекъсната крива):
0,5 точки

От графиката се вижда, че при напрежение $U = 15$ V токът във веригата е:

(13) $$I \approx 0{,}84 \text{ A}.$$ **0,5 точки**

Задача 2. Ракета модел

а) Докато двигателят работи, ракетата се движи равноускорително и се издига на височина:

(1) $$h_1 = \frac{at_1^2}{2} = 250 \text{ m}.$$ **1 точка**

Съответно ракетата достига тази височина със скорост:

(2) $$v_1 = at_1 = 100 \text{ m/s}.$$ **1 точка**

След като двигателят бъде изключен, ракетата продължава да се движи само под действие на силата на тежестта, която е насочена противоположно на посоката на движение. От втория принцип на механиката: $ma = mg$ следва, че ракетата ще се движи равнозакъснително с начална скорост v_1 и с ускорение $a = g$. **1 точка**

Ракетата достига максимална височина, когато скоростта ѝ стане равна на нула, т.е. след време:

(3) $$t_2 = \frac{v_1}{g} = 10 \text{ s}.$$ **0,5 точки**

Допълнителното разстояние, изминато от ракетата, докато спре, е:

(4) $$h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = 500 \text{ m}.$$ **0,5 точки**

Следователно максималната височина, достигната от ракетата, е:

(5) $$H = h_1 + h_2 = 750 \text{ m}.$$ **1 точка**

б) След като достигне максимална височина, ракетата започва да пада свободно с нулева начална скорост. Ако времето за падане е t_3, изминатото от ракетата разстояние е:

(6) $$H = \frac{gt_3^2}{2}.$$ **1 точка**

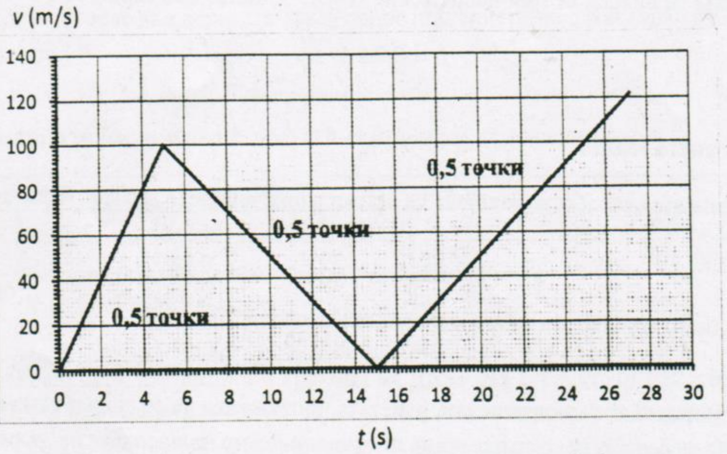
Оттук намираме:

(7) $$t_3 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 12{,}2 \text{ s}.$$ **0,5 точки**

Общото време за движение на ракетата е:

(8) $$T = t_1 + t_2 + t_3 \approx 27{,}2 \text{ s}.$$ **1 точка**

в) Графиката на скоростта е дадена по-долу:



Ясно е, че най-голяма скорост ракетата има непосредствено преди да се удари в земята.

0,5 точки

Понеже преди това ракетата е падала свободно в продължение на време t_3, тя достига земята със скорост:

(9) $$v_{\max} = gt_3 \approx 122 \text{ m/s}.$$ **0,5 точки**

Задача 3. Излитане на самолет

а) Неподвижният самолет оказва върху снега натиск:

(1) $$N = mg.$$ **0,5 точки**

Самолетът потегля, когато теглещата сила е по-голяма от силата на триене при хлъзгане:

(2) $$F_{\text{т}} > kN.$$ **0,5 точки**

Следователно минималната теглителна сила е:

(3) $$F_{\min} = kmg = 2000 \text{ N}$$ **0,5 точки**

б) Когато самолетът се отдели от земята, вече не му действа сила на реакция на опората. Следователно подемната сила се уравновесява със силата на тежестта:

(4) $$F_{\text{п}} = mg.$$ **0,5 точки**

Като използваме израза за подемната сила, получаваме за скоростта на излитане:

(5) $$v_1 = \sqrt{\frac{mg}{\rho S}} \approx 29 \text{ m/s}.$$ **1 точка**

в) Поради подемната сила натискът, който самолетът оказва върху снега, докато се движи, е:

(6) $$N = mg - \rho S v^2.$$ **1 точка**

Съответно силата на триене със снега е по-малка, отколкото за неподвижен самолет:

(7) $$f = kmg - k\rho S v^2.$$ **0,5 точки**

В хоризонтална посока на самолета действат още теглещата сила и силата на съпротивление на въздуха. От II принцип на механиката следва:

(8) $$ma = F_т - f - F_c = F_т - kmg + k\rho S v^2 - Cv^2.$$ **1 точка**

За да се движи самолетът равноускорително, е нужно неговото ускорение да е постоянно, т.е. да не зависи от скоростта. Както се вижда от уравнение (8), това е възможно, ако:

(9) $$k\rho S v^2 - Cv^2 = 0.$$ **0,5 точки**

Следователно коефициент C на съпротивление на въздуха е:

(10) $$C = k\rho S = 2{,}4 \text{ kg/m}.$$ **1 точка**

г) Когато е изпълнено условието (10), от уравнение (8) следва, че самолетът се движи равноускорително с ускорение:

(11) $$a = \frac{F_т}{m} - kg.$$ **0,5 точки**

Скоростта нараства до v_1 за време:

(12) $$t = \frac{v_1}{a}.$$ **0,5 точки**

Следователно пътят s, който самолетът изминава, докато излети, е:

(13) $$s = \frac{at^2}{2} = \frac{v_1^2}{2a}.$$ **0,5 точки**

От получения израз следва, че изминатото разстояние е най-малко, когато ускорението на самолета е най-голямо, т.е. при максимална теглеща сила $F_{max} = 5000$ N. **0,5 точки**

От уравнение (11) намираме, че $a_{max} = 1{,}5 \text{ m/s}^2$. **0,5 точки**

Съответно минималното разстояние, нужно на самолета да излети, е:

(14) $$L = \frac{v_1^2}{2a_{max}} \approx 280 \text{ m}.$$ **0,5 точки**