

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика – Бургас, 12 март 2016 г.
Специална тема

Физични константи

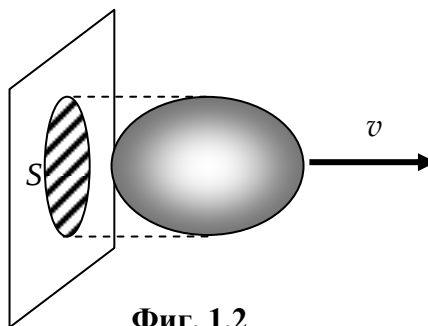
Скорост на светлината във вакуум	$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$
Гравитационна константа	$\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
Универсална газова константа	$R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$
Число на Авогадро	$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Земно ускорение	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Задача 1. Механика на бадминтона

Перото за игра на бадминтон (вж. фиг. 1.1) е пример за тяло, при чието движение съществена роля играе силата на съпротивление на въздуха. Означените на фигурата размери на перото са $D = 5.8 \text{ cm}$ и $L = 7.0 \text{ cm}$, а масата му, съсредоточена основно в сферичната глава, е $m = 4.80 \text{ g}$. Експерименталните данни в задачата се отнасят за движение на перото във въздух при налягане $p = 99.8 \text{ kPa}$ и температура $T = 297 \text{ K}$. Приемете, че средната моларна маса на въздуха е $\mu = 0.029 \text{ kg/m}^3$.



Фиг. 1.1



Фиг. 1.2

При движение на тяло във флуид с пренебрежим вискозитет, върху тялото действа сила на съпротивление, която се дава с израза:

$$f = \frac{1}{2} C_D \rho S v^2$$

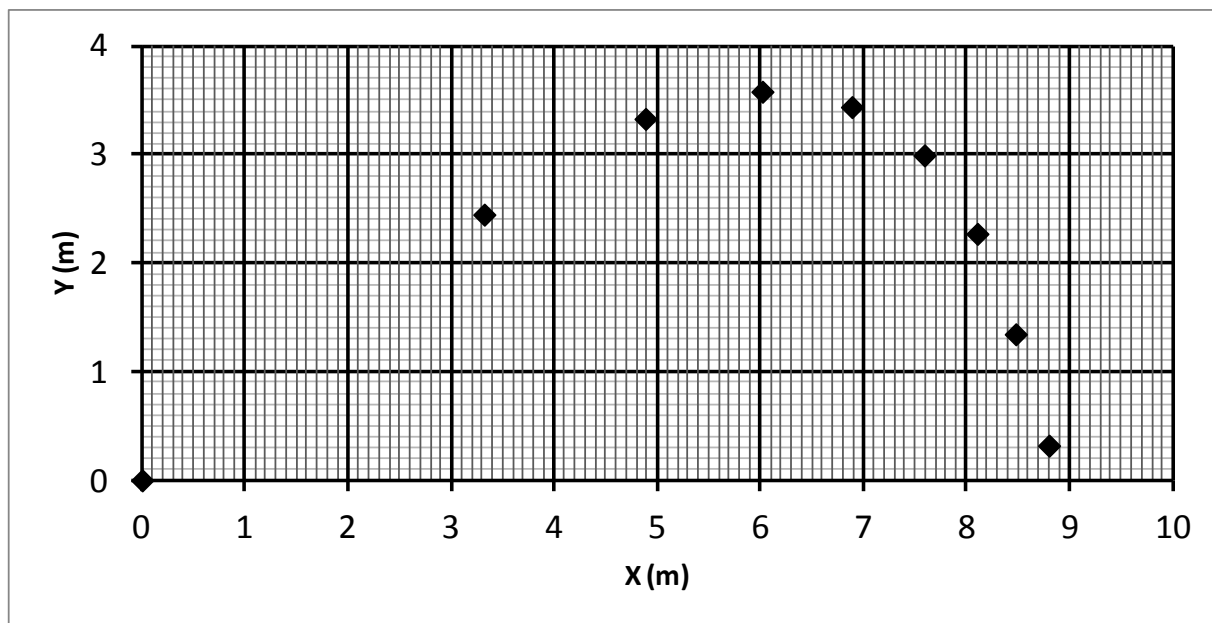
където ρ е плътността на флуида, v – скоростта на тялото, S – площта на проекцията на тялото в равнина, перпендикулярна на скоростта му (вж. фиг. 1.2). Безразмерният коефициент C_D се нарича коефициент на челно съпротивление и зависи от формата на тялото. Целта на задачата е да определите коефициента на челно съпротивление на перото за бадминтон въз основа на реални експериментални данни.

А) *Помощни съотношения.* От стробоскопична снимка на движещо се тяло са установени радиус-векторите $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ и $\vec{r}_3$ на три негови последователни положения през еднакви

интервали от време Δt . Ако приемете, че движението на тялото е равноускорително, получите изрази за ускорението на тялото $\vec{a}$ и за скоростите му $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ в съответните три момента, изразени само чрез радиус-векторите и интервала време. [2.5 т]

Б) В случай, че движението на тялото не е равноускорително, получените в точка А формули дават само приблизителни стойности за скоростта и ускорението в трите момента. За кой от трите момента, според вас, получените формули дават най-точна оценка на скоростта и на ускорението? Не е нужно да се аргументирате. [0.5 т]

В) Графиката на фиг. 1.3 изобразява последователните положения на главата на летящо перо за бадминтон, получени от стробоскопична снимка с интервал между кадрите $\Delta t = 200 \text{ ms}$. Оста X е хоризонтална, а Y – вертикална. Можете да приемете, че: 1) през целия полет оста на перото е успоредна на вектора на скоростта на главата; 2) промяната на ускорението за времето между два кадъра е пренебрежимо малка.



Фиг. 1.3 Последователни положения на главата на перо за бадминтон, получени от стробоскопична снимка с интервал между кадрите $\Delta t = 200 \text{ ms}$.

В празните полета на таблицата от работния лист нанесете:

- координатите x и y на перото в моментите на дадените кадри (в момента $t = 0$ перото се намира в центъра на координатната система);
- пресметнатите компоненти v_x и v_y , a_x и a_y съответно на скоростта и ускорението на перото.

Запишете формулите, които използвате, за да получите оценка на скоростта и ускорението в i -тия момент от време (можете да не разглеждате началния и крайния момент). [3 т]

Г) Въз основа на дадените и на пресметнатите данни, предложете графичен метод, чрез който да определите коефициента C_D на челно съпротивление на перото. Направете нужните изчисления и оценете грешката на получения резултат. За построяване на графики можете да използвате разграфената координатна система в работния ви лист. [4 т]

Внимание! Предайте работния лист заедно с останалите листа от решението.

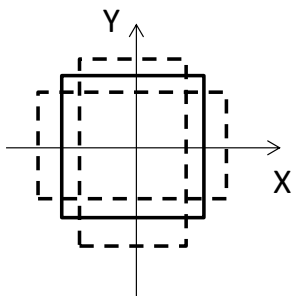
Задача 2. Гравитационна вълна

Гравитационната вълна представлява смущение в геометрията на пространството, което се разпространява с крайна скорост c . От практическа гледна точка гравитационната вълна се проявява като деформация на телата, през които преминава. Гравитационните вълни се излъчват от масивни обекти, които се движат с ускорение, например: въртящо се несиметрично тяло, двойка звезди, обикалящи около общия им център на масата, неизотропен взрив на свръхнова, сблъсък между космически обекти и др.

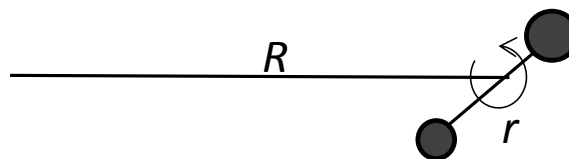
А) Гравитационната вълна предизвиква деформация на телата в равнина, перпендикулярна на посоката на разпространение на вълната. Деформацията се изразява в еднородно разтягане (свиване) на тялото k пъти в дадено направление X и едновременно свиване (разтягане) $1/k$ пъти в перпендикулярното направление Y , както е показано на фиг. 2.1. В случай на слаби гравитационни вълни, породени от далечни космически обекти, коефициентът на разтягане k се мени по хармоничен закон:

$$k(t) = 1 + h \sin(\omega t)$$

където $h \ll 1$ е безразмерната амплитуда на вълната. Тя има смисъл на максимална относителна деформация, предизвикана от вълната.



Фиг. 2.1



Фиг. 2.2

Нека означим с I интензитета на вълната, т.е. количеството енергия, което вълната пренася за единица време през единица площ, ориентирана перпендикулярно на посоката на разпространение. Както при механичните вълни, интензитетът на гравитационната вълна е пропорционален на квадрата на нейната амплитуда:

$$I = f(\omega, \gamma, c) h^2$$

където коефициентът на пропорционалност f зависи от кръговата честота на вълната ω и фундаменталните константи γ и c . Определете вида на функцията f с точност до безразмерен множител. **[1.5 т]**

Б) Гравитационна вълна е породена от двойка звезди с маси M_1 и M_2 , обикалящи около общия си център на масата на разстояние r една от друга, както е показано на фиг. 2.2. Съгласно с Общата теория на относителността, амплитудата на вълната на разстояние R от звездите ($R \gg r$) се дава с израза:

$$h = K(\gamma, c) \frac{E_k}{R}$$

където E_k е кинетичната енергия на звездите, а K е коефициент на пропорционалност, зависещ само от фундаменталните константи γ и c . Получете израз за K с точност до безразмерен множител. **[1.5 т]**

В) За двойната система от фиг. 2.2 получите, с точност до безразмерен множител, израз за пълната мощност P , излъчвана под формата на гравитационни вълни, като функция на масите на звездите, разстоянието между тях и фундаменталните константи γ и c . **[1 т]**

Г) Загубата на енергия под форма на гравитационни вълни води до бавно намаляване на разстоянието между двойката звезди. Получете израз за скоростта dr/dt , с която се променя разстоянието между звездите, ако приемете, че относителното изменение на разстоянието за една обиколка е много малко. Релативистските ефекти не се отчитат. Всички безразмерни коефициенти от предишните подточки, водят до множител $64/5$, който можете да използвате наготово в окончателния израз. **[3 т]**

Д) За колко време t разстоянието между звездите в системата ще се промени от определена начална стойност r_0 до крайна стойност r_1 ($r_1 < r_0$). **[1.5 т]**

Е) В проведения наскоро експеримент за детектиране на гравитационна вълна е регистрирана вълна от двойка черни дупки, въртящи се около общия си център на масата. Честотата на регистрирания сигнал се изменя от 45 Hz до 360 Hz за време $t = 0.15$ s, след което се предполага, че двете черни дупки са се сблъскали и сляли.

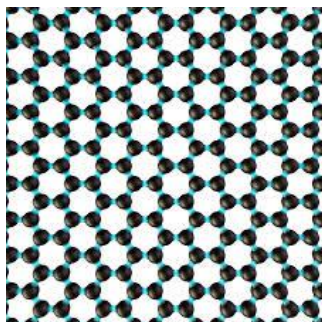
Ако приемете, че масите на двете черни дупки са еднакви, определете числено тяхната маса M , началното разстояние r_0 между тях и разстоянието r_c , при което е настъпил сблъсъкът. Не е нужно да получавате аналитични изрази за търсените величини. Релативистските ефекти не се отчитат. **[1.5 т]**

Задача 3. Хексагонална решетка

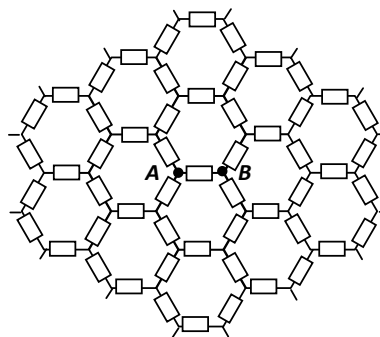
Много често в природата и в техниката се срещат хексагонални структури, т.е. структури съставени от правилни шестоъгълни елементи, запълващи плътно двумерна равнина (виж например фиг. 3.1). Тук, в три независими подусловия, ще изследвате някои физични свойства на различни такива структури.



Фиг. 3.1



Фиг. 3.2



Фиг. 3.3

А) Повърхнинна плътност на графена [2 т]

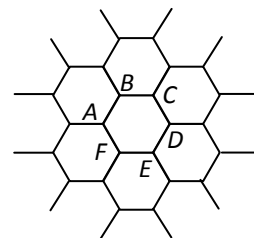
Графенът (фиг. 3.2) е двумерна форма на въглерода. Състои се от въглеродни атоми, заемащи върховете на правилни шестоъгълници, които запълват плътно равнината. Разстоянието между два съседни въглеродни атома е $a = 1.42 \text{ \AA}$. Колко е повърхнинната плътност λ на графена, т.е. колко е масата на единица площ от слой графен. Моларната маса на въглерода е $\mu = 0.012 \text{ kg/mol}$.

Б) Хексагонална мрежа от резистори [3 т]

За безкрайната хексагонална мрежа от еднакви резистори със съпротивление R всеки (фиг. 3.3), определете еквивалентното съпротивление R_{AB} между точките A и B .

В) Дифузия в хексагонален кристал [5 т]

В някои кристали пренасянето на електричен ток се дължи на т.нар. „скокова“ проводимост. В отсъствие на електрично поле, токовете носители „блуждаят“ по кристала, като извършват случайни скокове от атом на атом. В хексагоналния кристал, показан на фиг. 3.4, в даден момент електрон се намира в т. A . Електронът може да прескочи с еднаква вероятност $1/3$ на всеки от трите съседни атома, после със същата вероятност на някой от следващата тройка съседни атоми и т.н.



Фиг. 3.4

Пресметнете вероятностите $P(A), P(B), P(C), P(D), P(E)$ и $P(F)$ след три случайни скока електронът да се окаже съответно в точките от A до F .

Работен лист към задача 1
Предайте заедно с решението!

