

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика – Варна, 7 март 2015 г.
Тема за 9. клас - решения

Задача 1. Електрическа схема

а) Схемата е показана вдясно [0.5т]. Нека в т. А влиза ток $3I$. Поради симетрията, токът се разделя на три равни части, така че по клона А-С тече ток с големина I . Във възел С, отново от съображения за симетрия, токът се дели на две равни части и по клона С-Д тече ток $I/2$. По клона Д-В тече ток I [1т].

Нека да сумираме потенциалните разлики по контура А-С-Д-В. Имаме $U = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} = R_{AB} 3I$ [0.5т], където U е напрежението между т. А и т. В. Така получаваме $R_{AB} 3I = RI + RI/2 + RI$, т.е. $R_{AB} = 5R/6$ [1т].

(Друг подход е да се разгледа еквивалентна схема от последователно свързани резистори с големина $R/3$, $R/6$ и $R/3$.)

б) Кондензаторът се зарежда до напрежение U_{AC} , което е равно на RI [1т]. За заряда намираме $q = CU = CRI$ [0.5т].

Изразяваме I чрез U и R : $U = R_{AB} 3I \Rightarrow I = 2U/5R$ [0.5т]. Така

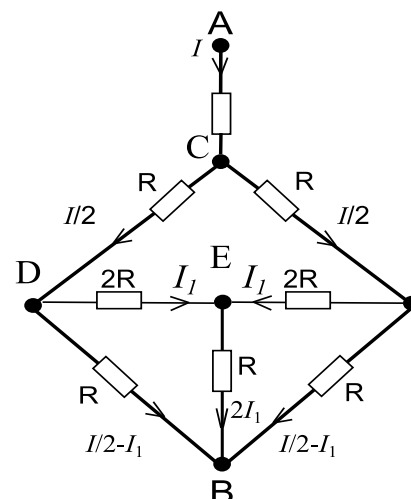
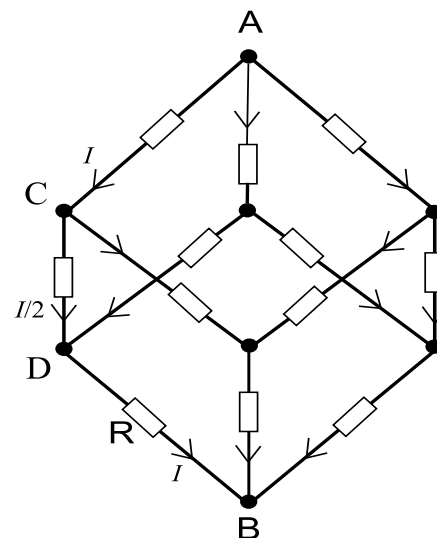
получаваме $q = \frac{2}{5} CU$ [1т].

в) Еквивалентната схема е показана вдясно [1т].

Отново сумираме напреженията на отделните участъци. Получаваме $U = U_{AC} + U_{CD} + U_{DB} = RI + RI/2 + R(I/2 - I_1)$ [1т].

Токът I_1 намираме от равенството: $U_{DB} = U_{DE} + U_{EB}$ [0.5т]. Така намираме $R(I/2 - I_1) = 2RI_1 + R2I_1$, т.е. $I_1 = I/10$ и

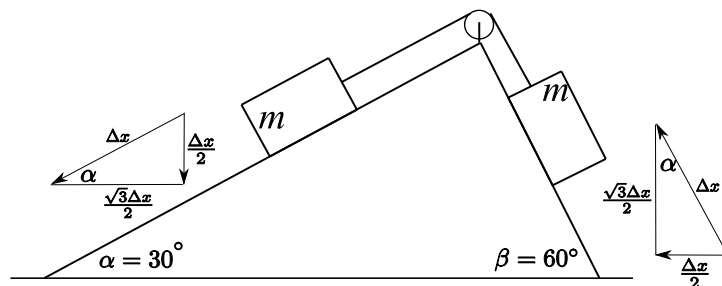
$U = \frac{19}{10} RI$ [0.5т]. Следователно $R_{AB} = \frac{U}{I} = \frac{19}{10} R$ [1т].



Задача 2. Механика

Ще използваме изцяло енергетичен подход. Друг възможен метод е чрез използване на сили.

а)



Фиг. 2

Тъй като телата се движат с постоянна скорост v , за време Δt те изминават разстояние $\Delta x = v\Delta t$ по наклонените повърхности. Така лявото тяло се спуска с $H_1 = \Delta x/2$ [0.5т] (срещулежащият катет на

ъгъл от 30° е наполовина по-къс от хипотенузата, виж фиг. 2), а дясното тяло се изкачва с $H_2 = \Delta x \sqrt{3} / 2$ [0.5т] (използваме Питагоровата теорема). Промяната в енергията на системата за

време Δt е $\Delta E = -mg\Delta H_1 + mg\Delta H_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} mg\Delta x$ [1т]. Така за мощността получаваме

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} mgv. \text{ [1т]}$$

За тока получаваме

$$I = \frac{P}{U} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \frac{mgv}{U}. \text{ [1т]}$$

б) След време t тялото е изминало разстояние $x = gt^2 / 2$, съответстващо на относителна височина

$H = \frac{x}{2} = \frac{gt^2}{4}$ [0.5т], и се движи със скорост $v = gt$ [0.5т]. Енергията на тялото се дава с изрази

$$E = mgH + \frac{mv^2}{2}, \text{ [1т]}$$

което е равно на

$$E(t) = \frac{3}{4} mg^2 t^2. \text{ [1т]}$$

За мощността имаме $P = \frac{E(t+\Delta t) - E(t)}{\Delta t}$, където Δt е пренебрежимо малък интервал от време.

Получаваме $P = \frac{3}{4} mg^2 \frac{(t+\Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} = \frac{3}{4} mg^2 \frac{\Delta t(2t + \Delta t)}{\Delta t} \approx \frac{3}{2} mg^2 t. \text{ [1т]}$

в) При спускане с височина H тялото губи потенциална енергия, част от която се превръща в кинетична енергия, а останалата част се превръща в енергия на кондензатора [1т]. Имаме

$mgH = \frac{mv^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$, откъдето получаваме

$$q = \sqrt{C(2mgH - mv^2)} \text{ [1т]}.$$

Задача 3. Кондензатори

а) Енергията на кондензатор с капацитет C и напрежение U се дава с изрази

$$W = \frac{CU^2}{2}. \text{ [0.5т]}$$

Капацитетът на кондензатора е

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \text{ [0.25т]}$$

а напрежението му е

$$U = Ed. \text{ [0.25т]}$$

За енергията получаваме

$$W = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} Sd. \text{ [1т]}$$

За плътността на енергията имаме $w = \frac{W}{V}$, където V е обемът, заграден от плочите на кондензатора,

$V = Sd$. Получаваме

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}. \text{ [0.5т]}$$

б) Зарядите на кондензаторите са $q_1 = C_1 U_1$ и $q_2 = C_2 U_2$ [0.5т], като по условие имаме $q_1 > q_2$. Зарядът в електродите на получения кондензатор е q и $-q$, като $q = q_1 + q_2$ [0.5т] за случая от фиг. 3а и $q = q_1 - q_2$ за случая от фиг. 3б [0.5т]. При свързването q се разпределя между кондензаторите, като $q = q_1' + q_2'$, където q_1' и q_2' са зарядите на кондензаторите след свързването. Зарядът се разпределя така, че напрежението U' на кондензаторите да е равно. Това налага условието

$$U' = \frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2}. \text{ [0.5т]}$$

Така получаваме

$$q_1' = C_1 \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} = 0.5 \text{ } \mu\text{C}, \quad q_2' = C_2 \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} = 1 \text{ } \mu\text{C} \text{ за фиг. 3а; [0.5т]}$$

$$q_1' = C_1 \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2} \approx 0.17 \text{ } \mu\text{C}, \quad q_2' = C_2 \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2} \approx 0.33 \text{ } \mu\text{C} \text{ за фиг. 3б. [0.5т]}$$

За напрежението получаваме

$$U' = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} = 0.5 \text{ V за фиг. 3а; [0.5т]}$$

$$U' = \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2} \approx 0.17 \text{ V за фиг. 3б. [0.5т]}$$

в) Енергията, която се губи при свързване, е $\Delta W = W_1 - W_2$, където W_1 е началната енергия на системата от двата кондензатора, а W_2 е крайната. Имаме

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_2^2}{2} \text{ [0.25т]}$$

и $W_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)U'^2$, т.е.

$$W_2 = \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \text{ за фиг. 3а; [0.5т]}$$

$$W_2 = \frac{(C_1 U_1 - C_2 U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \text{ за фиг. 3б. [0.5т]}$$

Така получаваме

$$\Delta W = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} (U_1 - U_2)^2 \approx 0.19 \text{ } \mu\text{J} \text{ за фиг. 3а; [1т]}$$

$$\Delta W = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} (U_1 + U_2)^2 \approx 0.52 \text{ } \mu\text{J} \text{ за фиг. 3б. [1т]}$$

Условието, при което енергията на системата от фиг. 3а няма да се промени при свързване, е

$$U_1 = U_2. \text{ [0.25т]}$$