

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика – Варна, 7 март 2015 г.
Решения на темата за 10. клас

Задача 1. а) Идеалният газ има минимална температура T_1 в състояние 1 и максимална температура T_2 – в състояние 3 [0,5 т.]. За определяне на температурата T може да се използва една от двойките еднотипни изопроцеси. Например, ако означим с p_1 налягането в състояние 1, а с p_2 – налягането в състояние 2, при изохорния процес 1-2 имаме

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

докато при изохорния процес 3-4 е в сила равенството

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

От двете равенства следва

$$T = \sqrt{T_1 T_2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

б) Нека означим с V_1 обема на газа при изохорния процес 1-2, а с V_2 – обема на газа при изохорния процес 3-4. Идеалният газ върши работа само при изобарните процеси. Тогава имаме

$$A = A_{2-3} + A_{4-1} = p_2(V_2 - V_1) + p_1(V_1 - V_2) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1). [1 \text{ т.}]$$

От уравнението на състояние за определена маса идеален газ, приложено за състоянията 1, 2, 3 и 4, следва

$$p_1 V_1 = B T_1, \quad p_2 V_1 = B T, \quad p_2 V_2 = B T_2, \quad p_1 V_2 = B T, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето намираме

$$A = B(T_2 + T_1 - 2T) = B(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})^2. \quad [1 \text{ т.}]$$

в) По определение КПД се дава с израза

$$\eta = \frac{A}{Q}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където Q е количеството топлина, което получава работното вещество за един работен цикъл. Това става при изохорното нагряване 1-2, последвано от изобарното разширение 2-3. Тогава от първия принцип на термодинамиката следва

$$Q = U_3 - U_1 + A_{2-3} = \frac{5}{2} B(T_2 - T_1) + p_2(V_2 - V_1) \quad [1 \text{ т.}]$$

$$= \frac{5}{2} B(T_2 - T_1) + B(T_2 - \sqrt{T_1 T_2}) \quad [0,5 \text{ т.}]$$

$$= \frac{1}{2} B T_2 \left(1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right) \times \left(7 + 5 \left(\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \right) \right). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Като използваме израза за A от пункт б), за КПД получаваме

$$\eta = \frac{2(1 - \sqrt{T_1/T_2})}{7 + 5\sqrt{T_1/T_2}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

г) КПД на топлинния двигател зависи само от възможните стойности на $x = \sqrt{T_1/T_2}$, които удовлетворяват неравенствата $0 < x < 1$ [0,5 т.]. Тогава стойностите на КПД удовлетворяват неравенствата

$$0 < \eta < \frac{2}{7} \approx 0,29. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2. Част А: а) Преди прилагането на силата F пружинното махало е в равновесие [0,5 т.]. Под действие на тази сила се променя равновесното му положение, което се премества надясно на разстояние

$$A = \frac{F}{k}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Така, движението на тялото представлява хармонично трептене около ново положение на равновесие с амплитуда, равна на A (при наличие на силата F движението започва от състояние на покой). Първото спиране на тялото ще стане, след като то задмине равновесното положение и се отдалечи от него на разстояние, равно на амплитудата на трептене, т.е. A [0,5 т.]. Следователно търсеното разстояние е

$$s = 2A = \frac{2F}{k} = 0,4 \text{ m}. \quad [1 \text{ т.}]$$

б) Изминаването на разстоянието s означава движение на махалото от крайно ляво до крайно дясно положение. Времето за изминаване на това разстояние е половин период, т.е.

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 1,3 \text{ s}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Част Б: В равновесие налягането p на въздуха в тръбичката е

$$p = p_0 + \rho g l. \quad [1 \text{ т.}]$$

Ще покажем, че при отклонение x на нивото на живака в лявото коляно надолу, когато се наблюдава и отклонение x на нивото на живака в дясното коляно нагоре, възниква резултантна въртяща сила $F = kx$, действаща върху живака. Резултантната сила, която действа на живака, е $F = F_1 - F_2$, където силата

$$F_1 = p_0 S + \rho g(l + 2x)S = (p + 2\rho g x)S \quad [0,5 \text{ т.}]$$

се дължи на атмосферното налягане и разликата в нивата на живака в двете колена, а

$$F_2 = (p - \Delta p)S \quad [0,5 \text{ т.}]$$

е силата, с която въздухът в запоевата част на тръбичката действа на живака.

Тогава имаме

$$F = F_1 - F_2 = (\Delta p + 2\rho g x)S. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

За да определим Δp ще използваме уравнението на изотермния процес, който се извършва с въздуха в запоевата част на тръбичката. От уравнението

$$p(x_0 S) = (p - \Delta p)(x_0 + x)S \quad [1 \text{ т.}]$$

получаваме

$$\Delta p = \frac{p \frac{x}{x_0}}{1 + \frac{x}{x_0}} \approx p \frac{x}{x_0}, \quad \text{при } \frac{x}{x_0} \ll 1. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тогава имаме

$$F \approx S \left[\frac{p}{x_0} + 2\rho g \right] x = kx, \quad k = S \left[\frac{p}{x_0} + 2\rho g \right], \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{S[p/x_0 + 2\rho g]}} \approx 0,2 \text{ s}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 3. Част А: а) Максималната скорост участва в уравнението на Айнщайн за фотоефекта. Тогава в първия случай имаме

$$h\nu_1 = A + \frac{mv_1^2}{2}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

а във втория случай –

$$h\nu_2 = A + \frac{mv_2^2}{2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тъй като $\lambda_1 < \lambda_2$, имаме $v_1 > v_2$, при което $v_1 / v_2 = \eta$ [0,5 т.]. От уравнения следва

$$\eta^2 = \frac{hv_1 - A}{hv_2 - A}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

От това съотношение с отчитане на равенството $v = c / \lambda$ [0,5 т.] получаваме

$$A = \frac{hc}{\lambda_2} \frac{\eta^2 - \lambda_2 / \lambda_1}{\eta^2 - 1} \approx 3,0 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 1,9 \text{ eV}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

б) От уравнението на Айнщайн следва $h\nu \geq A$ [0,5 т.], откъдето получаваме

$$\lambda \leq \frac{hc}{A} \approx 663 \text{ nm}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Част Б: Нека означим с R_C радиуса на Слънцето. Мощността на лъчението, излъчвано от него, се определя по закона на Стефан–Болцман и се дава с изрази

$$E_0 = 4\pi R_C^2 \sigma T^4. \quad [1 \text{ т.}]$$

Ако l е разстоянието между Земята и Слънцето и r е радиусът на медното кълбо, върху него ще попада лъчение с мощност

$$E_1 = \frac{\pi r^2}{4\pi l^2} 4\pi R_C^2 \sigma T^4 = \frac{\pi r^2}{l^2} R_C^2 \sigma T^4. \quad [1 \text{ т.}]$$

От друга страна имаме

$$R_C = \frac{1}{2} l \alpha, \quad [1 \text{ т.}]$$

при което е изпълнено равенството

$$E_1 = \frac{\pi r^2 \alpha^2}{4} \sigma T^4. \quad [1 \text{ т.}]$$

Мощността на лъчението, което излъчва медното кълбо, е

$$E'_1 = 4\pi r^2 \sigma T_1^4. \quad [1 \text{ т.}]$$

При достигане на равновесие $E_1 = E'_1$, което дава

$$T_1 = \frac{\sqrt{\alpha}}{2} T \approx 266 \text{ K}. \quad [1 \text{ т.}]$$