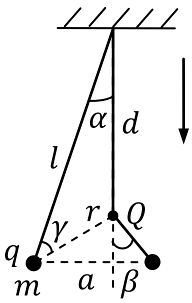
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално пролетно състезание по физика, Сандански, 15 март 2014 г.

Решения на темата за 11. – 12. клас

Задача 1. Махало.



Фиг. 1

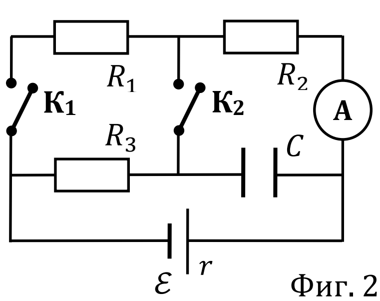
а) От закона за запазване на механичната енергия следва, че $l\cos\alpha_0 = d + (l-d)\cos\beta$ **[1 т.]**, където β е ъгълът, който сключва долната част на нишката с вертикалата при крайно дясно положение на топчето (виж фиг. 1). Разстоянието a между крайното ляво положение на топчето и крайното му дясно положение по време на неговото движение е равно на $a = l\sin\alpha_0 + (l-d)\sin\beta = l\sin\alpha_0 + \sqrt{l^2\sin^2\alpha_0 - 2ld(1-\cos\alpha_0)} = 0{,}36\ \mathrm{m}$. **[1 т.]**

б) Използваме, че уравнението $l\cos\alpha = d + (l-d)\cos\beta$ при малки ъгли се превръща в $l\alpha^2 = (l-d)\beta^2$ **[0,5 т.]**, откъдето се получава, че $\beta = \alpha\sqrt{l/(l-d)} = 2\alpha$. **[0,5 т.]**

в) Наляво от пирона топчето се люлее като математично махало с дължина на нишката l и съответно период $T_0^{\mathrm{L}} = 2\pi\sqrt{l/g}$, докато надясно от пирона се държи като математично махало с дължина на нишката $l-d$ и период $T_0^{\mathrm{R}} = 2\pi\sqrt{(l-d)/g}$. **[0,5 т.]** Топчето извършва половин период отляво на пирона и половин период отдясно на пирона. **[0,5 т.]** Това означава, че периодът на малките трептения е $T = \frac{T_0^{\mathrm{L}}}{2} + \frac{T_0^{\mathrm{R}}}{2} = \pi\sqrt{l/g} + \pi\sqrt{(l-d)/g} = \frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} = 1{,}05\ \mathrm{s}$. **[1 т.]**

г) В този случай възстановяващата сила, която действа на топчето, когато то е наляво от пирона, има вида $F = -(mg\sin\alpha - kqQ\sin\gamma/r^2)$. **[1 т.]** Синусовата теорема ни дава връзката $\frac{\sin\alpha}{r} = \frac{\sin\gamma}{d}$. **[0,5 т.]** Следователно $F = -(mg - kqQd/r^3)\sin\alpha$. **[0,5 т.]** В приближение на малки ъгли имаме квазиеластична сила $F \approx -\left(mg - \frac{kqQd}{(l-d)^3}\right)\alpha$. **[0,5 т.]** Отместването от равновесното положение е приблизително αl. **[0,5 т.]** Т.е. наляво от пирона махалото се държи като хармоничен осцилатор с период $T^{\mathrm{L}} = 2\pi\sqrt{l/\left(g - \frac{kqQd}{m(l-d)^3}\right)}$. **[0,5 т.]** Отдясно на пирона електричната сила е насочена по направление на нишката и съответно няма възстановяваща компонента, от което следва, че движението е като в предната подточка: $T^{\mathrm{R}} = T_0^{\mathrm{R}} = 2\pi\sqrt{(l-d)/g}$. **[0,5 т.]** Топчето отново извършва половин период отляво на пирона и половин период отдясно. За периода на малките трептения в този случай получаваме $T' = \frac{T^{\mathrm{L}}}{2} + \frac{T^{\mathrm{R}}}{2} = \pi\sqrt{l/\left(g - \frac{kqQd}{m(l-d)^3}\right)} + \pi\sqrt{(l-d)/g} = 1{,}16\ \mathrm{s}$. **[1 т.]**

Задача 2. Електрическа верига.



Фиг. 2

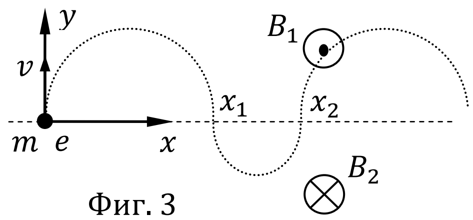
а) Когато и двата ключа са отворени, след зареждането на кондензатора във веригата няма да тече никакъв ток. **[0,25 т.]** Следователно крайното напрежение на кондензатора ще е равно на електродвижещото напрежение: $\frac{q^{\mathrm{OO}}}{C} = \mathcal{E}$. **[0,25 т.]** Т.е. големината на електродвижещото напрежение е $\mathcal{E} = \frac{q^{\mathrm{OO}}}{C} = 4{,}5\ \mathrm{V}$. **[0,5 т.]**

б) В този случай няма да тече ток през горния ляв резистор. **[0,5 т.]** Показанието на амперметъра ще бъде $I^{\mathrm{OC}} = \frac{\varepsilon}{R_2+R_3+r} = \frac{q^{\mathrm{OO}}}{C(R_2+R_3+r)} = 0{,}82$ A. **[1 т.]** Напрежението на кондензатора ще бъде равно на напрежението върху горния десен резистор. **[0,5 т.]** Съответно зарядът на кондензатора ще бъде $q^{\mathrm{OC}} = CI^{\mathrm{OC}}R_2 = \frac{q^{\mathrm{OO}}R_2}{R_2+R_3+r} = 3{,}3$ μC. **[1 т.]**

в) В този случай през долния резистор няма да тече ток **[0,5 т.]** и показанието на амперметъра ще бъде $I^{\mathrm{CO}} = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+r} = \frac{q^{\mathrm{OO}}}{C(R_1+R_2+r)} = 1{,}29$ A. **[1 т.]** Кондензаторът ще има напрежение колкото напрежението върху горните два резистора **[0,5 т.]** и заряд $q^{\mathrm{CO}} = CI^{\mathrm{CO}}(R_1+R_2) = \frac{q^{\mathrm{OO}}(R_1+R_2)}{R_1+R_2+r} = 7{,}7$ μC. **[1 т.]**

г) В този случай през всички резистори ще тече ток. **[0,5 т.]** Токът през амперметъра ще е $I^{\mathrm{CC}} = \frac{\varepsilon}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+R_2+r} = 1{,}38$ A. **[1 т.]** Напрежението между клемите на кондензатора ще бъде равно на напрежението върху горния десен резистор. **[0,5 т.]** Съответно за заряда на кондензатора се получава $q^{\mathrm{CC}} = CI^{\mathrm{CC}}R_2 = \frac{q^{\mathrm{OO}}R_2}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+R_2+r} = 5{,}5$ μC. **[1 т.]**

Задача 3. Протон в магнитно поле.



Фиг. 3

а) Траекторията на протона е изобразена на фиг. 3. **[1 т.]** Протонът се движи по полуокръжности с различни радиуси. **[1 т.]**

б) Непосредствено след началния момент протонът ще се движи по окръжност в горната област, като дължината на радиуса на окръжността R_1 следва от факта, че магнитната сила изпълнява ролята на центростремителна сила. **[0,5 т.]** Така $evB_1 = mv^2/R_1$. **[0,5 т.]** Получава се, че $x_1 = 2R_1 = \frac{2mv}{eB_1} = 2{,}1$ cm. **[1 т.]** След това протонът навлиза в долната област с непроменена големина на скоростта, перпендикулярна на границата, и отново описва полуокръжност с радиус $R_2 = \frac{mv}{eB_2}$. Координатата на втората пресечна точка е $x_2 = x_1 + 2R_2 = \frac{2mv}{e}\left(\frac{1}{B_1}+\frac{1}{B_2}\right) = 3{,}5$ cm. **[1 т.]**

в) Лесно се вижда, че протонът извършва периодично движение, от което следва, че търсената средна скорост е равна на средната скорост за един период. **[1 т.]** Т.е. $\bar{v}_x = x_2/\left(\frac{\pi}{\omega_1}+\frac{\pi}{\omega_2}\right)$, където $\omega_1 = eB_1/m$ и $\omega_2 = eB_2/m$ са съответните ъглови скорости на протона в двете области. **[1 т.]** След опростяване се получава, че $\bar{v}_x = \frac{2v}{\pi} = 6{,}4$ km/s. **[1 т.]**

г) В този случай в долната област протонът ще се движи наляво по x. **[1 т.]** Затова големината на средната скорост ще бъде $\bar{v}'_x = \frac{2mv}{e}\left(\frac{1}{B_1}-\frac{1}{B_2}\right)/\left(\frac{\pi}{\omega_1}+\frac{\pi}{\omega_2}\right) = \frac{2(B_2-B_1)v}{\pi(B_1+B_2)} = 1{,}3$ km/s. **[1 т.]**