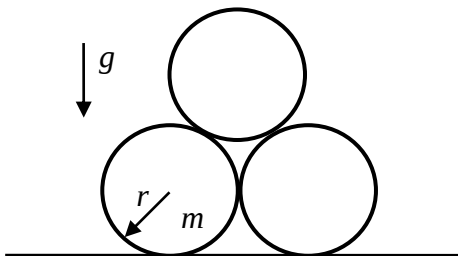


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национално състезание по физика, Шумен, 11 април 2012 г.
Специална тема

Задача 1. Пирамида от цилиндри.



Три еднакви однородни цилиндри, всеки с радиус r и маса m , са поставени върху хоризонтална повърхност и се допират един до друг, както е показано на фигурата. Земното ускорение е g .

а) Нека няма триене на цилиндрите с повърхността и помежду им. Първоначално цилиндрите са в покой. Намерете ускоренията a_1 на горния и a_2 на страничните цилиндри в началния момент на тяхното движение. [2 т.]

б) Нека коефициентът k на триене на цилиндрите с повърхността и помежду им е един и същ и е толкова голям, че цилиндрите остават в покой. Намерете интервалът от стойности на k , когато това е възможно. [2 т.]

в) Нека коефициентът k на триене на цилиндрите с повърхността и помежду им е един и същ и е такъв, че цилиндрите започват да се движат, като се хлъзгат помежду си и в повърхността. Намерете ускоренията a_3 на горния и a_4 на страничните цилиндри в началния момент на тяхното движение. [3 т.]

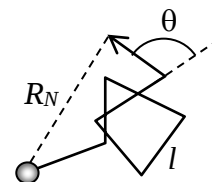
г) Намерете интервалът от стойности на k , когато ситуацията от подусловие в) е възможна. [3 т.]

Задача 2. Брауново движение

Брауновото движение е хаотично топлинно движение на фини частици (т. нар. *Браунови частици*) поради случайните им удари с молекулите на обкръжаващата ги среда. Всъщност, Брауновата частица може да се разглежда като една гигантска молекула, за чието движение са в сила основните закони на молекулно-кинетичната теория.

А) Сферична неразтворима Браунова частица с диаметър $d = 1.0 \mu\text{m}$ и плътност $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ извършва Брауново движение във вода при температура $T = 300 \text{ K}$. Оценете средната скорост $\bar{v}$ на топлинно движение на частицата*. [3 т.]

Б) Поради случайния характер на ударите на молекулите в Брауновата частица, нейната траектория е сложна начупена линия. Приемете, че между два поредни удара частицата се движи праволинейно, като изминава едно и също разстояние – т. нар. *свободен пробег* l , а посоката ѝ на движение след даден удар сключва с посоката ѝ на движение преди удара случаен ъгъл θ между 0° и 180° (вж. Фиг. 2.1). На какво средно разстояние $\bar{R}_N$ ще се отдалечи частицата от началното си положение след голям брой удари N с молекулите на водата. Изразете отговора чрез l и N . [3 т.]



Фиг. 2.1

В) В началния момент ($t = 0$) три еднакви Браунови частици, подобни на частицата, описана в т. А, се намират в центъра на координатната система ($X = 0, Y = 0$). Движението им се наблюдава под микроскоп, като се фотографират през интервали време $\Delta t = 100 \text{ s}$, както е показано на четирите кадъра от Фиг. 2.2. Като използвате данните от снимките, оценете свободния пробег l на Брауновите частици, както и средното време τ между последователните им удари с молекулите на водата. [4 т.]

При решаването на тази подточка можете (но не е задължително) да използвате празната координатна мрежа, дадена на Фиг. 2.3. В този случай предайте листа с построените от Вас графики заедно с останалите листа от решението!

***Упътване към задачата.** За една величина X , която приема случайни положителни стойности, можете да приемете, че $\overline{X^2} \approx (\overline{X})^2$, т.е. средната стойност на нейния квадрат е приблизително равна на квадрата от нейната средна стойност. В конкретната задача това приближение води до грешка от порядъка на 10% за търсените средни стойности.
Физични константи. Константа на Болцман: $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$.

Задача 3. Затихващи електромагнитни трептения.

Кондензатор с капацитет $C = 0,100 \text{ } \mu\text{F}$ и соленоид (бобина) с индуктивност $L = 100 \text{ mH}$ и собствено съпротивление $R = 10,0 \text{ } \Omega$ са свързани успоредно към идеален източник на напрежение с електродвижещо напрежение $E = 10,0 \text{ V}$. Така свързани те са стояли дълго време.

а) начертайте схемата и изчислете установените постоянни напрежение U_0 на кондензатора и ток I_0 през бобината. **[1 т.]**

б) в момента време $t = 0$ източникът на напрежение се разкачва от останалата част на схемата. Пренебрегвайки съпротивлението на бобината, намерете периодът T_0 на възникналите електромагнитни трептения и максималните напрежение $U_{\max}$, до което се зарежда кондензатора и ток $I_{\max}$, който протича през бобината. **[2 т.]**

в) ако решението на уравнението $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$ е от тип $x(t) = Ae^{-\kappa t} \cos(\omega t + \varphi)$

изразете неизвестните параметри κ и ω в решението чрез дадените параметри β и ω_0 в уравнението. **[2 т.]**

г) използвайки решението от подусловие в), намерете точната (отчитайки съпротивлението R) зависимост на заряда $q(t)$ на плочите на кондензатора от времето. Изчислете точния период T на електромагнитните трептения и началната фаза φ . **[3 т.]**

д) изчислете времето τ (в секунди и брой периоди), за което енергията в трептящия кръг намалява 2 пъти. **[1 т.]**

е) начертайте графиката на зависимостта на напрежението $U(t)$ на кондензатора от времето. **[1 т.]**

Загубите на енергия чрез излъчване се пренебрегват.

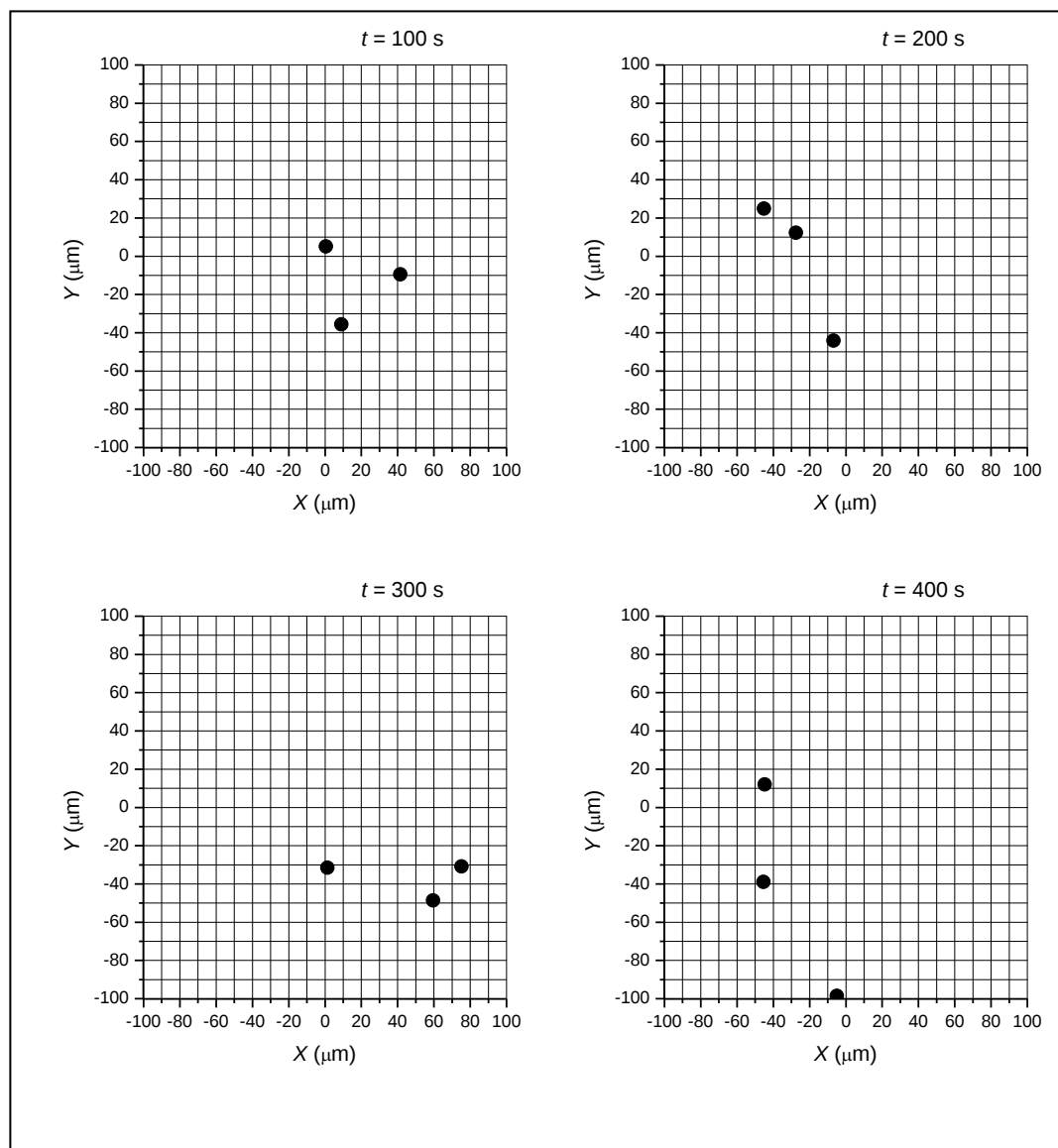
Полезна математика:

$$\frac{d}{dx}(e^{ax}) = ae^{ax},$$

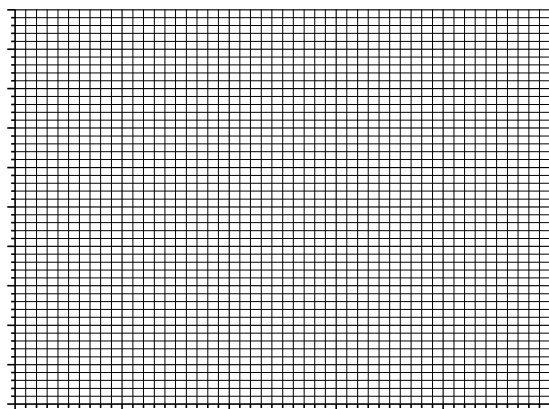
$$\frac{d}{dx}[\cos(ax)] = -a \sin(ax), \quad \frac{d}{dx}[\sin(ax)] = a \cos(ax)$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) \cdot g(x)] = \left[\frac{d}{dx} f(x) \right] \cdot g(x) + f(x) \cdot \left[\frac{d}{dx} g(x) \right]$$

Предайте листа заедно с решението на зад. 2!



Фиг. 2.2



Фиг. 2.3 (Използвайте, ако решението налага)