

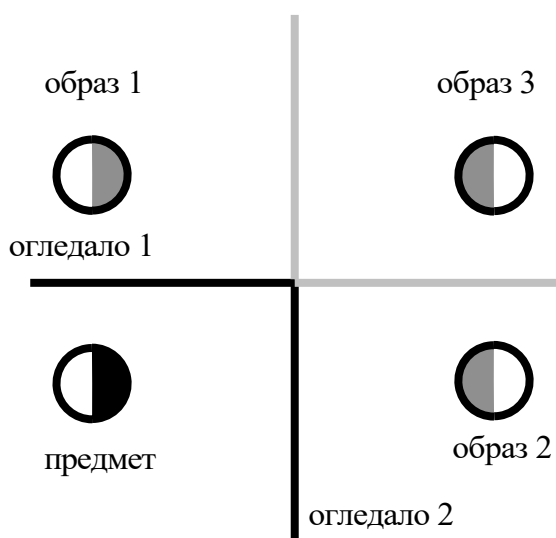
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика, Шумен, 11.04. 2012 г.
Решения на темата за 11. – 12. клас

Задача 1. Двойно огледало

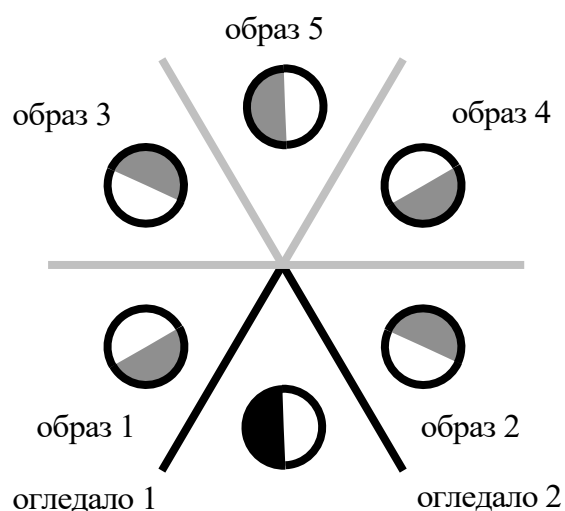
Част 1.

а) На Фигура 1. са построени образът на предмета в огледало 1 (образ 1), образът на предмета в огледало 2 (образ 2), както и образите на образ 1 спрямо огледало 2 (образ 3) и на образ 2 спрямо огледало 1 (отново образ 3). **Следователно имаме 3 образа [1 т]**

б) Когато вдигнем лявата си ръка, то образът, който се образува в ъгъла, съставен от тези две огледала (образ 3 от Фигура 1), също вдига лявата си ръка. Това е така, понеже образ 3 е образ на образ 2 и следователно имаме 2 пъти инверсия спрямо ляво дясно, в резултат образ 3 не е обърнат на предмета спрямо ляво дясно. **[2 т]**



Фигура 1.



Фигура 2.

Част 2.

в) На Фигура 2. са построени образът на предмета в огледало 1 (образ 1), образът на предмета в огледало 2 (образ 2). След което сме построили образите на образ 1 спрямо огледало 2 (образ 4) и на образ 2 спрямо огледало 1 (образ 3). Най-накрая сме построили образа на образ 3 спрямо огледало 2 (образ 5) и на образ 4 спрямо огледало 1 (отново образ 5). **Следователно имаме 5 образа [2 т].**

г) Когато вдигнем лявата си ръка, то образът, който се образува в ъгъла, съставен от тези две огледала (образ 5 от Фигура 2), вдига дясната си ръка. Това е така, понеже образ 5 е получен след нечетен брой отражения **[2 т]**.

Част 3.

д) Ако огледалата са идеални, то се виждат **безкраен брой образи [1 т]**. На практика огледалата не са идеални и затова броят образи, които се виждат, е краен, като всеки следващ по-далечен образ е по-блед от предишните.

е) Разстоянието от нас **до третият най-близък образ е 3L [2 т]**.

Задачата може да се обобщи за произволен ъгъл между огледалата, като има общо решение само когато се намираме на ъглополовящата между огледалата (изключение прави случаят на перпендикулярни огледала)

Задача 2. Тяло, хвърлено под ъгъл спрямо хоризонта.

а) Проекцията на скоростта по x е $v_x = v_0 \cos \alpha$ [0.5 т], а координатата x се изменя с времето така: $x(t) = v_0 \cos \alpha t$ [0.5 т]. Проекцията на скоростта по y е $v_y = v_0 \sin \alpha$ [0.5 т], а координатата y се изменя с времето така: $y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$ [0.5 т]. Елиминирайки времето от двата закона

за пътя получаваме $y(x) = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$ (2.1). [1 т]

б) За да прелети тялото над преградата, трябва при $x = L$, $y \geq H$ [0.5 т]. Замествайки в (2.1) се

получава $v_0 \geq \sqrt{\frac{g L^2}{2 \cos^2 \alpha (L \tan \alpha - H)}}$ (2.2) [1 т]. Замествайки с дадените стойности, $v_0 \geq 2 \text{ m/s}$

или $v_{\min 1} = 2 \text{ m/s}$. [1.5 т]

в) При фиксирани L и H , скоростта $v_{\min 2}$ ще съответства на такъв ъгъл β , при който знаменателят на (2.2) има максимум, т.е. функцията $f(\alpha) = \cos^2 \alpha (L \tan \alpha - H)$ има максимум [0.5 т]. Тя може

да се преобразува до $f(\alpha) = \frac{L}{2} \sin 2\alpha - \frac{H}{2} (1 + \cos 2\alpha)$. Необходимо условие тази функция да има

максимум е нейната производна да е нула, т.е. $\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = L \cos 2\alpha + H \sin 2\alpha = 0$ [0.5 т].

Следователно $\tan 2\beta = -\frac{L}{H}$ [0.5 т]. Замествайки с дадените стойности $\beta \approx 58.3^\circ$ [0.5 т].

г) Замествайки с получената стойност за β в (2.2), получаваме за $v_{\min 2} \approx 1,80 \text{ m/s}$. [2 т]

Алтернативно решение на подусловия в) и г) без използване на производна:

Замествайки в (2.1) с $x = L$, $y = H$, и изразявайки $\cos \alpha$ чрез $\tan \alpha$: ($\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$), се

получава квадратно уравнение за $\tan \alpha$: $g L^2 \tan^2 \alpha - 2 L v_0^2 \tan \alpha + g L^2 + 2 H v_0^2 = 0$. За да има решение, дискриминантата му трябва да е по-голяма или равна на нула:

$D = 4 L^2 v_0^4 - 4 g L^2 (g L^2 + 2 H v_0^2) \geq 0$. След опростяване се стига до неравенството

$v_0^4 - 2 g H v_0^2 - g^2 L^2 \geq 0$. Минималната скорост съответства на $v_{\min 2} = \sqrt{g (H + \sqrt{H^2 + L^2})} \approx 1,80 \text{ m/s}$. Оптималният ъгъл β се намира от решението на квадратното уравнение за $\tan \alpha$:

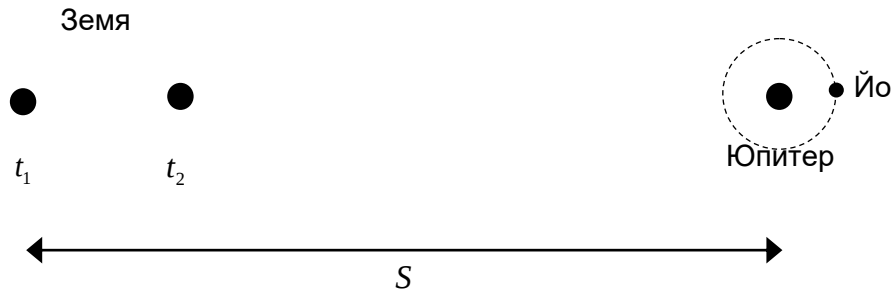
$\tan \beta = \frac{H + \sqrt{H^2 + L^2}}{L}$, $\beta \approx 58.3^\circ$.

Задача 3. Скорост на светлината

Част 1. а) Рьомер разбира, че ефектът на различният период на обикаляне на Йо е заради крайната скорост на светлината.

Нека да видим как се е преместила Земята за две последователни излизания на Йо от сянката на Юпитер (Фигура 3). Нека първото излизане на Йо от сянката на Юпитер да става в момент t_1 , а второто в момент t_2 , тогава периодът на обиколка на Йо около Юпитер за наблюдател, който е на Юпитер, ще е

$$T = t_2 - t_1 \text{ [0.5т]}$$



Фигура 3.

За наблюдател на Земята моментът, в който Йо изгрива за първи път, е

$$t'_1 = t_1 + S/c \quad [0.5 \text{ т}]$$

А моментът, в който Йо изгрива за втори път, ще е

$$t'_2 = t_2 + \frac{S \pm V(t_2 - t_1)}{c} \quad [0.5 \text{ т}]$$

Където знака - или + се определя от това, дали Земята се движи в посока на Юпитер или се отдалечава от него. Тогава може лесно да пресметнем периода на обикаляне на Йо около Юпитер, когато Земята е в точка А и в точка Б:

$$T_A = T \left(1 + \frac{V}{c} \right) \quad [1 \text{ т}]$$

$$T_B = T \left(1 - \frac{V}{c} \right) \quad [1 \text{ т}]$$

Или за скоростта на светлината имаме:

$$c = \frac{(T_A + T_B)V}{T_A - T_B} \quad [1.5 \text{ т}]$$

Част 2. б) Нека за времето, което светлината изминава пътя от зъбното колело до огледалото и обратно, зъбното колело се е завъртяло така, че на мястото на прореза е дошъл съседния зъб. Тогава светлината изцяло се блокира и не се вижда от наблюдателя.

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{1}{2N\nu} \quad [1 \text{ т}] \Rightarrow$$

$$c = 4LN\nu \quad [1 \text{ т}]$$

Или числено имаме:

$$c = 4.8,66 \text{ km} \cdot 720.12,5 \text{ s}^{-1} \approx 312 \text{ 000 km/s} \quad [1 \text{ т}]$$

в) Ако за времето, за което светлината изминава пътя от зъбчатото колело до огледалото и обратно, зъбното колело се е преместило така, че вместо първия прорез се намира К-тия прорез, то светлината отново е видима. Това става при следното равенство на времената и новата честота на въртене η на колелото:

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{K}{N\eta}, \quad K = 1, 2, 3, \dots \quad [1 \text{ т}] \Rightarrow$$

$$\eta = 2K\nu \quad [1 \text{ т}]$$