



Творчество

и иновации

Европейска година 2009

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика, Велинград, 28 февруари
2009 г.
Решения 11.-12. клас

Задача 1.

а) Силата F е приложена както върху първата, така и върху втората пружина.

Удължението на всяка една от пружините ще бъде $\Delta x = F/k$ [1т.] отместването на тяло 1 ще бъде $x_1 = \Delta x$, а тяло 2 съответно $x_2 = 2\Delta x$. [1т.]

б) Ще запишем уравненията за движение при отместванията на първото и второто тяло (приемаме, че $x_2 > x_1$)

$$m.a_1 = -k.x_1 + k.(x_2 - x_1) \quad [1т.]$$

$$m.a_2 = -k.(x_2 - x_1) \quad [1т.]$$

Или

$$m.a_1 = k.(x_2 - 2.x_1)$$

$$m.a_2 = -k.(x_2 - x_1)$$

Изразяваме a_1 , a_2 , x_1 и x_2 чрез честотата ν и след съкращаване на $\sin(2\pi\nu t)$ получаваме:

$$[2.k - m.(2\pi\nu)^2].A_1 - k.A_2 = 0 \quad [0,5т.]$$

$$-k.A_1 + [k - m.(2\pi\nu)^2]A_2 = 0 \quad [0,5т.]$$

От първото и второто уравнения определяме отношението A_1/A_2 и ги приравняваме

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{k}{2.k - m.(2\pi\nu)^2} = \frac{k - m.(2\pi\nu)^2}{k} \quad [1т.]$$

Откъдето получаваме биквадратно уравнение за ν .

$$(2\pi\nu)^4 - \frac{3.k}{m}(2\pi\nu)^2 + \frac{k^2}{m^2} = 0 \quad [1т.]$$

Чиито решения са

$$\nu_{1,2}^2 = \frac{k}{8.\pi^2.m}(3 \pm \sqrt{5}) \quad [1т.]$$

На които съответстват отношения на амплитудите:

$$\nu_1^2 = \frac{k}{8.\pi^2.m}(3 + \sqrt{5}) \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = -\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \quad [1т.]$$

$$\nu_2^2 = \frac{k}{8.\pi^2.m}(3 - \sqrt{5}) \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad [1т.]$$

Отношението на амплитудите в първото равенство би трябвало да е без знака минус (по дефиниция амплитуда е само положителна величина). Знакът – показва, че трептенията на двете тела се извършват в противофаза – когато едната пружина се свива, другата се разтяга и обратно.

Задача 2.

а) Съпротивлението на диода r и напрежението U_0 определяме от

$$U_1 = U_0 + r.I_1$$

$$U_2 = U_0 + r.I_2 \quad [1\text{т.}]$$

$$r = (U_2 - U_1)/(I_2 - I_1) = 5 \, \Omega, \quad U_0 = 0,5 \, \text{V} \quad [1\text{т.}]$$

б) При $R.I_0 < U_0$ ток ще тече само през съпротивлението R с големина I_0 . [1т.]

При $R.I_0 > U_0$ ток ще тече както през товарното съпротивление R , така и през диода – I_1 . Имаме

$$U_0 + r.I_1 = R.I \quad [0,5\text{т.}]$$

$$I = I_0 + I_1 \quad [0,5\text{т.}]$$

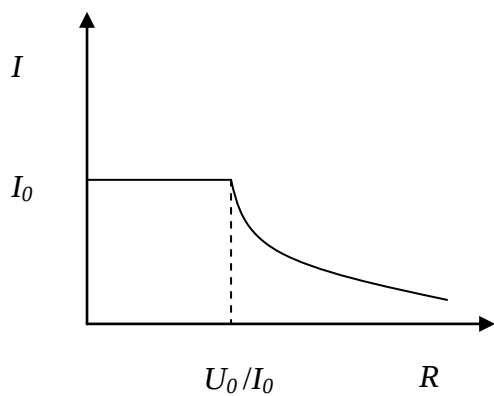
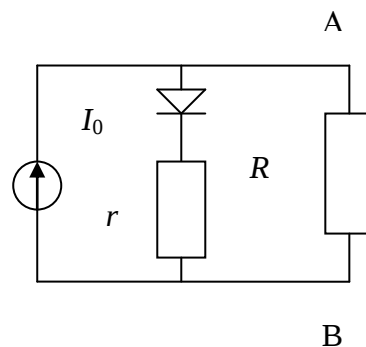
Откъдето получаваме

$$I = \frac{U_0 + r.I_0}{r + R} \quad [1\text{т.}]$$

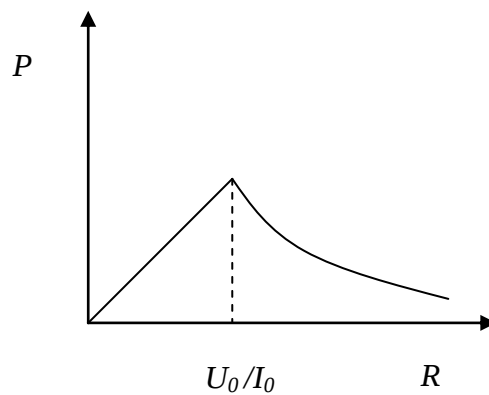
в) Мощността определяме от $P = R.I^2$. [1т.]

При $R.I_0 < U_0$ ще имаме $P = R.I_0^2$ [1т.]

и при $R.I_0 > U_0$ съответно $P = \frac{R}{(r + R)^2} (U_0 + r.I_0)^2$ [1т.]



[1т.]



[1т.]

Задача 3.

а) Нека означим с λ_0 и λ дължините на вълните във вакуум и в метала. Връзката между импулс и енергия е

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad [0,5\text{т.}] , \text{откъдето следва, че } \lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad [0,5\text{т.}]$$

По дефиниция отделителна работа е минималната енергия, която е необходим за електрон да напусне метала. Следователно, когато обратно попадне в метала, енергията му ще нарасне с A . Следователно $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E+A)}}$ [1т.]

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(E+A)}} \quad [1\text{т.}]$$

Откъдето намираме $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{E}{E+A}}$. [1т.]

б) Показателят на пречупване за електромагнитни вълни показва колко пъти скоростта на разпространение на светлината е по малка от тази във вакуум $c' = c/n$ [0,5т.]. Тъй като $c' = \lambda' \cdot \nu$, то колкото се промени скоростта, толкова се променя и дължината на вълната (честотата е една и съща) [0,5т.]. Следователно законът на Снелиус, изразен посредством дължини на вълната, ще има вида:

$$\frac{\sin(\theta_0)}{\sin(\theta)} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad [1\text{т.}] \quad \text{или за материални вълни} \quad \frac{\sin(\theta_0)}{\sin(\theta)} = \sqrt{\frac{E+A}{E}} \quad [1\text{т.}]$$

в) Енергията на фотона е $E = h\nu$ и като използваме връзката $c = \lambda \cdot \nu$ получаваме $E = h \cdot c / \lambda$ [1т.]

Енергията на електрона $E = m \cdot v^2 / 2 = p^2 / 2m$, която може да изразим чрез дължината на вълната на дьо-Бройл $\lambda = h/p$, откъдето получаваме $E = h^2 / 2m \lambda^2$. [1т.]

Повдигаме израза за енергията на фотона на квадрат $E^2 = h^2 \cdot c^2 / \lambda^2$ и делим на енергията на електрона, откъдето получаваме $E = 2 \cdot m \cdot c^2$ [1т.]

Тъй като последния резултат е два пъти енергията на покой на електрона, не е възможно нерелативистки електрон да има една и съща енергия и дължина с фотон. (Освен тривиалния случай $E = 0$) [1т.]