

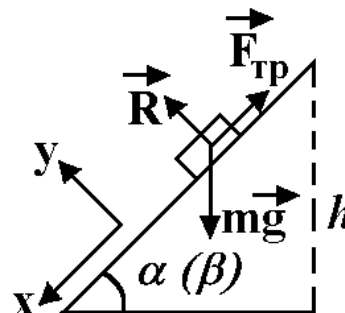
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика
Търговище, 14 – 16 март 2008 г.
Решения на задачите от темата за 11 – 12 клас

Задача 1. Тяло се спуска по наведена равнина.

1) На тялото действат сила на тежестта $m\vec{g}$, реакция на опората $\vec{R}$ и сила на триене $\vec{F}_{тр}$, Фигура 1а. [1 т.].

2) При наклон на равнината α от втория закон на динамиката следва:

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F}_{тр} = 0$$



Фигура 1а

След разлагане на това векторно равенство по осите x, y се получават следните две равенства:

$$\text{по } x: mg \sin \alpha - F_{тр} = 0;$$

$$\text{по } y: R - mg \cos \alpha = 0.$$

За силата на триене при хлъзгане е валидно равенството $F_{тр} = kR$, където k е коефициента на триене. След комбиниране на последните равенства се получава:

$$mg \sin \alpha = k mg \cos \alpha \Rightarrow k = \tan \alpha \text{ [2 т.].}$$

3) При ъгъл на наклона β разлагането на силите по двете оси води до следните равенства:

$$\text{по } x: mg \sin \beta - F_{тр} = ma;$$

$$\text{по } y: R - mg \cos \beta = 0.$$

Заедно с равенството $F_{тр} = kR = \tan \alpha R$ се получава:

$$ma = mg \sin \beta - \tan \alpha mg \cos \beta \Rightarrow a = g(\sin \beta - \tan \alpha \cos \beta) = g \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \alpha}. \text{ [3 т.].}$$

4) Дължината на наведената равнина е $l = h / \sin \beta$. Времето, за което тялото ще се спусне по наклонената равнина в този случай се определя от израза: $l = \frac{at^2}{2}$:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2h \cos \alpha}{g \sin \beta \sin(\beta - \alpha)}}. \text{ [2 т.].}$$

5) Работата на силата на триене определяме чрез израза: $A = F_{тр} l$. При ъгъл на наклона α :

$$A = kRl = \tan \alpha (mg \cos \alpha) h / \sin \alpha = mgh \text{ [1 т.].}$$

При ъгъл на наклона β :

$$A = kRl = \tan \alpha (mg \cos \beta) h / \sin \beta = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} mgh \text{ [1 т.].}$$

Задача 2. Верига от резистори и волтметър

1) Общото съпротивление на цялата електрична верига се определя като се използват формулите за последователно и паралелно свързване на резистори:

$$R = R_1 + \frac{R_V(R_2 + R_3)}{R_V + R_2 + R_3}.$$

След заместване с конкретните числени стойности се получава $R = 500 \Omega$ [2 т.].

2) През съпротивлението R_1 протича пълния ток на затворената електрична верига. От закона на Ом за затворена електрична верига следва:

$$I = \frac{U}{R} = 0.2 \text{ A [2 т.]}$$

3) Показанието на волтметъра може да се определи чрез равенството:

$$U_V = U - I R_1 = 80 \text{ V [2 т.]}$$

4) Токът I_{23} , който протича през съпротивления R_2 и R_3 се определя от напрежението U_V и стойностите на двете съпротивления

$$I_{23} = \frac{U_V}{R_2 + R_3} = 0.16 \text{ A [1 т.]}$$

5) Мощността на електричния ток, която се отделя в трите съпротивления се определя чрез закона на Джаул-Ленц:

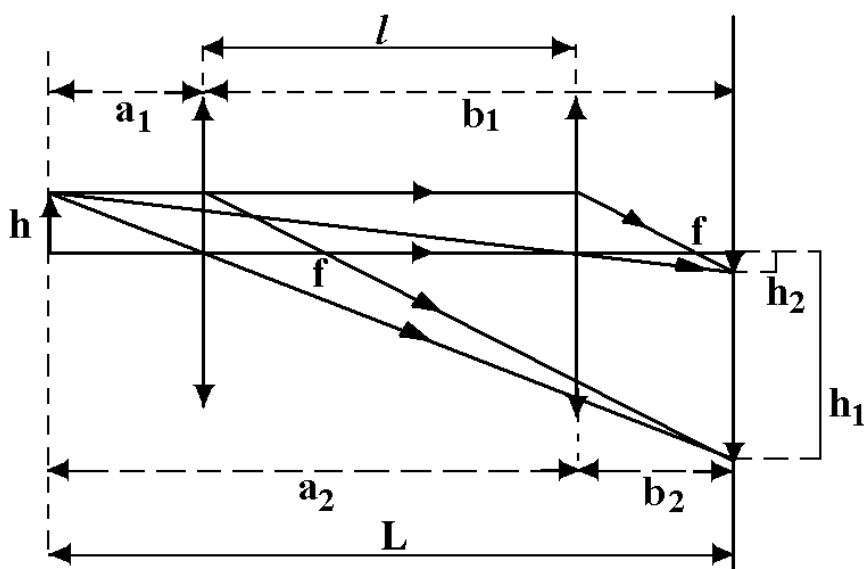
$$P_1 = I^2 R_1 = 4 \text{ W [1 т.]}$$

$$P_2 = I_{23}^2 R_2 = 5.12 \text{ W [1 т.]}$$

$$P_3 = I_{23}^2 R_3 = 7.68 \text{ W [1 т.]}$$

Задача 3. Събирателна леща

1) Примерен чертеж [1 т.];



Фигура 3а.

2) Формулиране на следната система, свързваща търсените и известните величини: [2 т.]:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f};$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f};$$

$$a_1 + b_1 = L;$$

$$a_2 + b_2 = L;$$

$$a_2 - a_1 = l .$$

Примерно решение на горната система [4 т.]:

□ Изразяване на a_1, b_1, b_2 чрез L, a_2 :

$$a_1 = a_2 - l, \quad b_1 = L - a_1 = L - a_2 + l \quad b_2 = L - a_2 .$$

□ Заместване на a_1, b_1, b_2 в първите две равенства от горната система:

$$\frac{1}{a_2 - l} + \frac{1}{L - a_2 + l} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{L - a_2} = \frac{1}{f}$$

□ Привеждане под общ знаменател:

$$\frac{L}{(a_2 - l)(L - a_2 + l)} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{L}{a_2(L - a_2)} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

□ От двете равенства изразяваме a_2 чрез L :

$$(a_2 - l)(L - a_2 + l) = a_2(L - a_2), \quad a_2 = \frac{L + l}{2}.$$

□ Заместваме последния израз за a_2 в равенство (1):

$$\frac{2L}{(L + l)\left(L - \frac{L}{2} - \frac{l}{2}\right)} = \frac{1}{f}, \quad \frac{4L}{L^2 - l^2} = \frac{1}{f}, \quad L^2 - 4Lf - l^2 = 0.$$

□ Решение на последното квадратно уравнение:

$$L = 2f \pm \sqrt{4f^2 + l^2}.$$

Физически смисъл ($L > 0$) има решението със знак “+”: $L = 100 \text{ cm}$.

3) Определяне на разстоянията (a_1 и a_2) между предмета и лещата в двата случая:

$$a_2 = \frac{L + l}{2} = 80 \text{ cm}. \quad [1 \text{ т.}]$$

$$a_1 = a_2 - l = 20 \text{ cm}. \quad [1 \text{ т.}]$$

4) Определяне на отношението W между размерите на образите в двата случая [1 т.]

От свойствата на подобните триъгълници:

$$\frac{h_1}{b_1} = \frac{h}{a_1}, \quad \frac{h_2}{b_2} = \frac{h}{a_2}.$$

$$b_1 = L - a_1 = 80 \text{ cm}, \quad b_2 = L - a_2 = 20 \text{ cm}$$

$$W = \frac{b_1}{a_1} \frac{a_2}{b_2} = 16.$$