

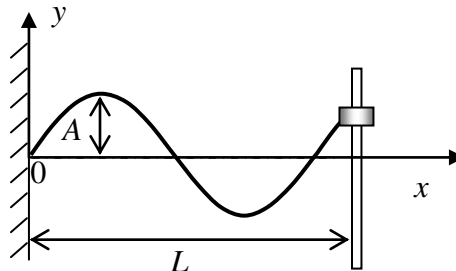
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ПРОЛЕТНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

Пловдив, 17 – 19.03.2006 г.

Специална тема

Задача 1. Разхлабена струна

Единият край на струна е закрепен неподвижно, а другият – за шайба с маса M , която може да се хлъзга без триене по спица, (фиг. 1). В изправено състояние струната е перпендикулярна на спицата, дължината ѝ е L , линейната плътност на масата ѝ (маса на единица дължина) е μ , а силата на опъване – T . Струната трепти с толкова малка амплитуда ($A \ll L$), че можете да приемете силата на опъване за постоянна по големина.



Фиг. 1

При тези условия собствените трептения на струната са стоящи вълни, при които отклонението на точка, разположена на разстояние x от неподвижния край, се дава с израз:

$$(1) \quad y(x, t) = A \sin(kx) \sin(\omega t),$$

където $k = 2\pi/\lambda$ е вълновият вектор на стоящата вълна, а ω – кръговата честота на трептене.

а) Получете израз за ускорението a , с което се движи шайбата, като функция на времето t и на параметрите A, k, L, T . [2 т]

б) Докажете, че за да съществува стояща вълна в струната, вълновият ѝ вектор k трябва да приема стойности, които се определят от уравнението:

$$(2) \quad \cotg(kL) = \frac{Mk}{\mu}. \quad [4 \text{ т}]$$

в) Пресметнете числено най-ниската (основна) честота ν на собствено трептене на струната при $T = 100 \text{ N}$, $\mu = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$, $M = 0,01 \text{ kg}$, $L = 0,5 \text{ m}$. [4 т]

Упътване:

- Силата на опъване е толкова голяма, че можете да пренебрегнете силата на тежестта във всички подусловия на задачата.
- Скоростта c на разпространение на напречни вълни по опъната струна се дава с израз:

$$(3) \quad c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

- Ако решението изисква, можете да използвате предоставената ви милиметрова хартия. В този случай задължително предайте милиметровата хартия заедно с останалите листа от решението!

Задача 2. Ако имаше магнитни заряди

Според установените схващания магнитното поле се поражда от движещи се електрични заряди. Въпреки това, няма фундаментален закон на физиката, който изключва съществуването на свободни магнитни заряди. Един точков магнитен заряд g би създавал в точка с радиус-вектор $\vec{r}$ магнитно поле с индукция $\vec{B}$, която се задава с израза:

$$(1) \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 g}{4\pi r^3} \vec{r},$$

където $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Н/м е магнитната константа. За полето на система от магнитни заряди би била изпълнена теоремата на Гаус:

$$(2) \quad \Phi_B = \mu_0 g_t,$$

където Φ_B е потокът на магнитното поле през дадена затворена повърхност, а g_t е пълният магнитен заряд, заграден от тази повърхност.

а) Изразете единицата за магнитен заряд в системата SI чрез единиците за електричен заряд, дължина и време. [2 т]

б) Електрон се движи перпендикулярно на еднородното магнитно поле в “магнитен кондензатор” – две успоредни пластини, върху които са разпределени равномерно магнитни заряди с еднакви големина и противоположни знаци (фиг. 2.1).

- Като използвате правилото за квантуване на Бор, докажете, че общият магнитен заряд, който се съдържа в участък от пластината с площ S , равна на площта на електронната орбита, е целочислено кратен на определен “елементарен” магнитен заряд g_e . Изразете g_e чрез фундаменталните константи, дадени в края на задачата и пресметнете неговата числена стойност. [4 т]

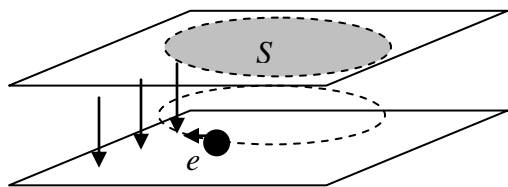
в) Частича с елементарен магнитен заряд g_e се движи с постоянна скорост v по оста z на проводящ пръстен с радиус a и съпротивление R (фиг. 2.2). Частичата започва движение на много голямо разстояние от пръстена ($z = -\infty$), преминава през центъра му ($z = 0$) и се отдалечава на много голямо разстояние от него ($z = +\infty$).

- Получете израз за индуцираното ЕДН в пръстена, като функция на координатата z на частицата и параметрите g_e , v , a , μ_0 . [2 т]
- Получете израз за пълното количество топлина Q , което се отделя в пръстена при преминаване на частицата чрез параметрите v , a , R , константата на Планк h и елементарния електричен заряд e . [2 т]

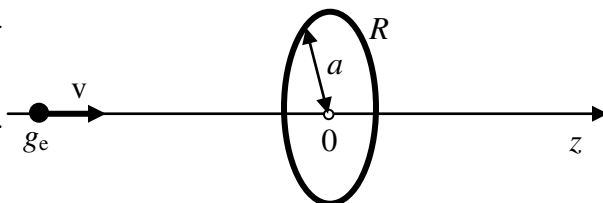
Приемете, че индуктивността на пръстена е пренебрежимо малка.

Фундаментални константи:

- елементарен електричен заряд, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ С;
- константа на Планк, $h = 6,64 \cdot 10^{-34}$ J.s;
- магнитна константа, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Н/м.



Фиг. 2.1

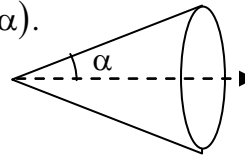


Фиг. 2.2

Упътване: Ако е нужно, можете да използвате, че:

- Пространственият ъгъл Ω , който загражда конус с ъгъл α между оста му и образуващата, се дава с израза: $\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$.

- $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{(a^2 + z^2)^3} = \frac{3\pi}{8a^5}.$$

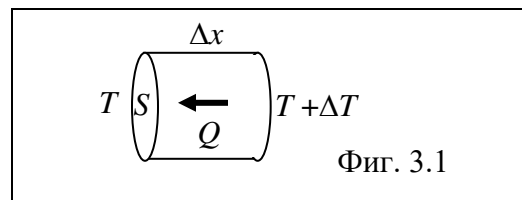


Задача 3. Икономично отопление

Нека разгледаме слой от определен материал с дебелина Δx и с площ на напречното сечение S (фиг. 3.1). Ако температурите върху двете основи на слоя са различни, T и $T + \Delta T$, през слоя започва пренос на топлина. Пренесеното за време t количество топлина Q , се дава с израза:

$$(1) \quad Q = kS \frac{\Delta T}{\Delta x} t,$$

където k се нарича **топлопроводност** на дадения материал. Теплопроводността се измерва с единицата $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.



а) Стая има една външна стена от бетон с дебелина $d_1 = 0,2 \text{ m}$, широчина $a = 4 \text{ m}$ и височина $b = 3 \text{ m}$ (фиг. 3.2). На стената има квадратен прозорец от единично стъкло с дебелина $d_2 = 2 \text{ mm}$ и с дължина на страната $c = 1,5 \text{ m}$. Намерете мощността P на електрически нагревател, нужна за да се поддържа в стаята постоянна температура $T_1 = 20^\circ \text{C}$ при температура на външния въздух $T_2 = 0^\circ \text{C}$. [2 т]

б) За икономия на енергия, единичният прозорец е заменен с двоен, който се състои от два листа стъкло с еднакви дебелини $d_2 = 2 \text{ mm}$, между които има въздушен слой с дебелина $d_3 = 1 \text{ cm}$ (фиг. 3.3). Пресметнете мощността P_1 на нагревателя, която е необходима в този случай за поддържане на температура $T_1 = 20^\circ \text{C}$ в стаята при температура на външния въздух $T_2 = 0^\circ \text{C}$. [4 т]

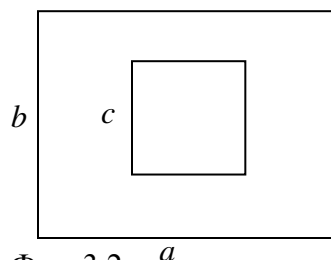
в) Един съвременен уред за отопление е т. нар. **термопомпа**. Тя представлява устройство, което има същия работен цикъл като този на хладилник. Охладеното работно вещество приема топлина от външния въздух, свива се адиабатно, при което се загрева и тогава отдава топлина на въздуха в стаята.

- Ако приемете, че термопомпата работи по цикъла на Карно, пресметнете мощността P_2 на електричния ток, който тя консумира, за да поддържа същата постоянна температура $T_1 = 20^\circ \text{C}$ в стаята при температура на външния въздух $T_2 = 0^\circ \text{C}$. [3 т]

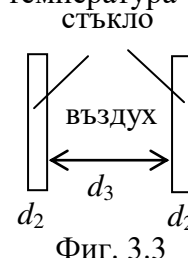
- Колко пъти ще намалее консумираната мощност в случай на отопление с електрически нагревател и в случай на отопление с термопомпа, ако външната температура се повиши до 10°C при постоянна температура на въздуха в стаята? [1 т]

Използвайте от таблицата

Материал	$k (\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$
Бетон	0,84
Стъкло	0,84
Въздух	0,023



Фиг. 3.2



Фиг. 3.3

