

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика
Пловдив, 17 – 19 март 2006 г.
Тема за 8 клас
Решения на задачите

Задача 1. Пътища и автомобили (две независими подусловия)

А)

а) средната скорост на автобуса V_{cp} може да се представи така

$$V_{cp} = \frac{L}{t} = \frac{L}{t_1 + t_2} \quad [0,5 \text{ т}] \quad (1.1)$$

където t_1 и t_2 са времената, за които автобуса се движи съответно със скорост V_1 и V_2 . Тези времена могат да се изразят чрез изминатия път и скоростта:

$$t_1 = \frac{L/2}{V_1}, \quad t_2 = \frac{L/2}{V_2} \quad [0,5 \text{ т}] \quad (1.2), (1.3)$$

Замествайки (1.2) и (1.3) в (1.1) се получава

$$V_{cp} = \frac{L}{t_1 + t_2} = \frac{L}{\frac{L/2}{V_1} + \frac{L/2}{V_2}} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.4)$$

б) при дадените стойности за скоростите $V_1 = 80 \text{ km/h}$, а $V_2 = 120 \text{ km/h}$, от (1.4) за V_{cp} се получава

$$V_{cp} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} = \frac{2 \cdot 80 \text{ km/h} \cdot 120 \text{ km/h}}{80 \text{ km/h} + 120 \text{ km/h}} = 96 \text{ km/h} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.5)$$

в) времето на пътуване $t_{общо}$ на автобуса е

$$t_{общо} = \frac{L}{V_{cp}} = \frac{144 \text{ km}}{96 \text{ km/h}} = 1,5 \text{ h} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.6)$$

Б)

г) времето T между две спириания е сума на времената, през които колата се движи равноускорително $t_{уск}$ и през които колата се движи равномерно $t_{зак}$. Те са съответно

$$t_{уск} = \frac{V_{max}}{a_1} \quad [0,5 \text{ т}] \quad \text{и} \quad t_{зак} = \frac{V_{max}}{a_2} \quad [0,5 \text{ т}] \quad (1.6) \text{ и } (1.7)$$

Следователно

$$\begin{aligned} T = t_{уск} + t_{зак} &= \frac{V_{max}}{a_1} + \frac{V_{max}}{a_2} = V_{max} \frac{a_1 + a_2}{a_1 \cdot a_2} = \\ &= 108 \text{ km/h} \cdot \frac{1,5 \text{ m/s}^2 + 0,5 \text{ m/s}^2}{1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m/s}^2} = 30 \text{ m/s} \cdot \frac{8}{3 \text{ m/s}^2} = 80 \text{ s} \end{aligned} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.8)$$

д) пътът l , изминат от автомобила между две спириания, е равен на сумата на пътищата $l_{уск}$ и $l_{зак}$, където $l_{уск}$ е пътът, изминат докато колата се ускорява, а $l_{зак}$ е пътът, изминат докато колата спира. Те са съответно

$$l_{уск} = \frac{V_{max}^2}{2a_1} \quad [0,5 \text{ т}] \quad \text{и} \quad l_{зак} = \frac{V_{max}^2}{2a_2} \quad [0,5 \text{ т}] \quad (1.9)$$

Следователно

$$l = l_{\text{уск}} + l_{\text{зак}} = \frac{V_{\text{max}}^2}{2a_1} + \frac{V_{\text{max}}^2}{2a_2} = V_{\text{max}}^2 \frac{a_1 + a_2}{2a_1 a_2} =$$

$$= (108 \text{ km/h})^2 \cdot \frac{1,5 \text{ m/s}^2 + 0,5 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m/s}^2} = (30 \text{ m/s})^2 \cdot \frac{4}{3 \text{ m/s}^2} = 1200 \text{ m} = 1,2 \text{ km}$$

е) общия брой запалвания N на двигателя е равен на целият път L , разделен на пътя l между две спириания:

$$N = \frac{L}{l} = \frac{144 \text{ km}}{1,2 \text{ km}} = 120 \text{ пъти} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.9)$$

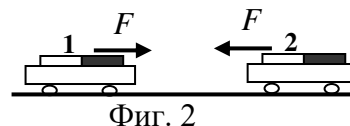
ж) общото време на пътуване на колата $T_{\text{общо}}$ е равно на времето между две спириания T , умножено по общия брой запалвания N на двигателя:

$$T_{\text{общо}} = T \cdot N = 80 \text{ s} \cdot 120 = 9600 \text{ s} = 160 \text{ min} = 2 \text{ h } 40 \text{ min} \quad [1 \text{ т}] \quad (1.10)$$

Задача 2. Магнитни сили

а) Двете колички си взаимодействат с еднакви по големина сили F , насочени в противоположни посоки. Под действие на тези сили те се движат с постоянни ускорения:

$$(2.1) \quad a_1 = \frac{F}{m_1} \text{ и } a_2 = \frac{F}{m_2}. \quad [1 \text{ т.}]$$



Когато втората количка е неподвижна, е изпълнено равенството:

$$(2.2) \quad s = \frac{a_1 t_1^2}{2},$$

където s е началното разстояние между количките.

Когато първата количка е неподвижна:

$$(2.3) \quad s = \frac{a_2 t_2^2}{2}.$$

От тези равенства изразяваме ускоренията, с които се движат двете колички:

$$(2.4) \quad a_1 = \frac{2s}{t_1^2} \quad \text{и} \quad a_2 = \frac{2s}{t_2^2}. \quad [1 \text{ т.}]$$

От уравнения (2.1) и (2.4) намираме:

$$(2.5) \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{9}{16} \text{ (или } \approx 0,56). \quad [1 \text{ т.}]$$

б) Когато и двете колички са свободни, те се движат със същите ускорения и до срещата изминават пътища:

$$(2.6) \quad s_1 = \frac{a_1 t^2}{2} \quad \text{и} \quad s_2 = \frac{a_2 t^2}{2}. \quad [1 \text{ т.}]$$

От условието:

$$(2.7) \quad s = s_1 + s_2, \quad [1 \text{ т.}]$$

и уравненията (2.4) получаваме:

$$(2.8) \quad s = \frac{s t^2}{t_1^2} + \frac{s t^2}{t_2^2} \text{ (или еквивалентно у-ние)} \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето намираме времето до срещата:

$$(2.9) \quad t = \frac{t_1 t_2}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}} = 2,4 \text{ s} \quad (t^2 = \frac{(t_1 t_2)^2}{t_1^2 + t_2^2}) \quad [1 \text{ т.}]$$

в) Кинетичните енергии на количките в момента на удара са равни на работите, които извършват силите на взаимодействие:

$$(2.10) \quad E_{k1} = Fs_1 \text{ и } E_{k2} = Fs_2. \quad [1 \text{ т.}]$$

Като използваме изразите (2.5), намираме:

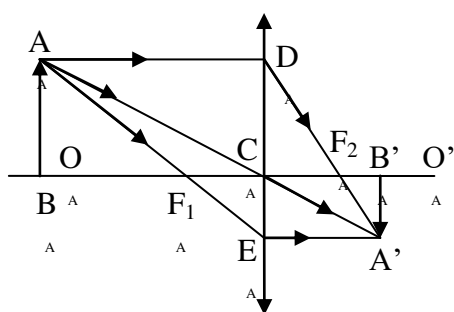
$$(2.11) \quad \frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad [1 \text{ т.}]$$

От изразите (2.4) за ускоренията намираме окончателно:

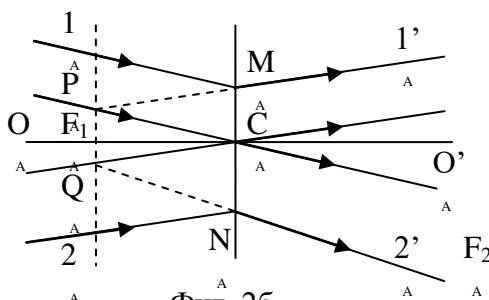
$$(2.12) \quad \frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = \frac{16}{9} \quad (\text{или } \approx 1,78). \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 3. Оптични лещи (две независими подусловия)

А) (виж фиг. 2а)



Фиг. 2а



Фиг. 2б

а) Построява се правата AA'. Тя пресича оптичната ос OO' в точка C. Тъй като този лъч не се пречупва, C е център на лещата [1 т].

б) Построява се права през точка A, успоредна на OO'. Тя пресича лещата в точка D. Пречупеният лъч на падналия върху лещата лъч AD е DA'. Следователно лещата е събирателна (изпъкнала) [1 т].

в) DA' пресича OO' в задния фокус F₂ [1 т]. Построява се права през точка A', успоредна на OO'. Тя пресича лещата в точка E. Построява се правата AE. Тя пресича OO' в предния фокус F₁ [2 т].

Б) (виж фиг. 2б)

г) Нека лъчът 1 пресича лещата в точка M. Построява се права през точка C, успоредна на лъча 1. Този лъч светлина не се пречупва. Тъй като този лъч и лъчът 1' формират разходящ сноп, лещата е разсейвателна (вдлъбната) [1 т].

д) Така построената права се пресича от правата M1' в точка P. P е точка от фокалната равнина. Спуска се перпендикуляр от P към OO'. Той пресича OO' в предния фокус F₁. [1 т]. Другият фокус F₂ е разположен симетрично (на същото разстояние) от другата страна на C [1 т].

е) Нека лъчът 2 пресича лещата в точка N. Построява се права през точка C, успоредна на лъча 2 [1 т]. Този лъч светлина не се пречупва. Така построената права пресича фокалната равнина в точка Q. Построява се правата QN. Лъчът вдясно от лещата, съвпадащ с правата QN, е пречупения лъч 2' [1 т].