

Министерство на образованието и науката
Национално пролетно състезание по физика
Шумен, 11.03 – 13.03, 2005 г.
СПЕЦИАЛНА ТЕМА

Задача 1. Отскачане на камък от водна повърхност

Всекидневният опит ни учи, че за да отскочи камък от гладка водна повърхност, е необходимо скоростта му преди удара да бъде достатъчно голяма и да сключва достатъчно малък ъгъл с повърхността. В тази задача ще изследвате прост модел за удар на твърдо тяло във водна повърхност, който позволява да определите максималният ъгъл и минималната скорост, необходими за отскачане на камъка. Основните предположения, които можете да използвате са:

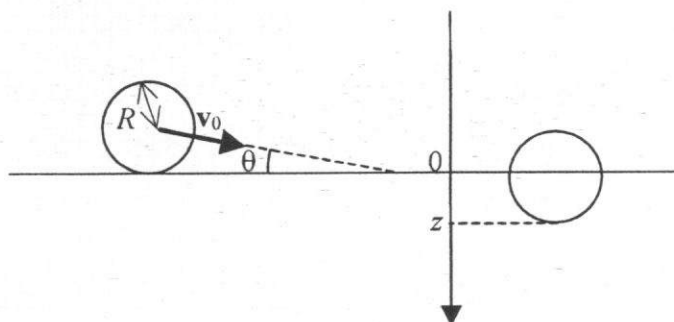
- 1) Водната повърхност около камъка остава плоска и хоризонтална по време на целия удар (вж. фиг. 1);
- 2) По време на удара водата оказва постоянно налягане p , еднакво във всички точки от повърхността на камъка, които са потопени под водата:

$$p = C\rho v_0^2,$$

където $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ е плътността на водата, v_0 – скоростта на камъка, в момента, когато той достига водната повърхност, а $C = 0,2$ е безразмерен коефициент на пропорционалност. Хидростатичното налягане на водата се пренебрегва.

Разгледайте сферичен камък с маса $m = 0,01 \text{ kg}$ и радиус $R = 0,01 \text{ m}$, който достига водата със скорост v_0 , насочена под ъгъл θ спрямо нейната повърхност (вж. фиг. 1). Дълбочината на потапяне на камъка се задава с координатата z ($z \in [0, 2R]$). Ускорението на свободно падане е $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- а) Изразете z -компонентата на резултантната сила $\vec{F}$, приложена върху камъка като функция на координатата z , на параметрите C, ρ, m, R, v_0 , и на земното ускорение g . [2,0 т]
- б) Камъкът пада под фиксиран ъгъл θ спрямо водната повърхност. Получете израз за началната скорост v_0 , при която по време на удара камъкът се потапя на определена максимална дълбочина z_{max} . Изразете отговора чрез C, ρ, m, R, g, θ и z_{max} . [3,0 т]
- в) Намерете най-големия ъгъл θ_{max} , при който камъкът може да отскочи от водата. Изразете отговора чрез C, ρ, m, R и g , и пресметнете неговата числена стойност. [2,0 т]
- г) Пресметнете най-малката начална скорост v_{min} , при която камъкът може да отскочи от водата в случай на хлъзгащо падане ($\theta \approx 0$). Изразете отговора чрез C, ρ, m, R и g , и пресметнете неговата числена стойност. [3,0 т]



Фиг. 1

Задача 2. Образуване на облаци

Съдържанието на водни пари във въздуха може да бъде характеризирано с няколко параметъра: абсолютна влажност ρ , относителна влажност η и относителна моларна концентрация x .

Абсолютната влажност е равна на плътността на водните пари във въздуха: $\rho = \frac{m_v}{V}$, където m_v е масата на парите, които се съдържат във въздух с обем V . Относителната влажност е безразмерно

число, което се изменя в интервала $[0,1]$ (или $[0\%, 100\%]$) и се дефинира като: $\eta = \frac{P_v}{P_s}$, където P_v е парциалното налягане на парите във въздуха, а $P_s(T)$ – налягането на наситените водни пари при температура T . Относителната моларна концентрация също е безразмерна величина ($x = [0,1]$ или $x = [0\%, 100\%]$) и се дава със съотношението: $x = \frac{n_v}{n}$, където n_v е броят молекули на водните пари, които се съдържат в n мола въздух.

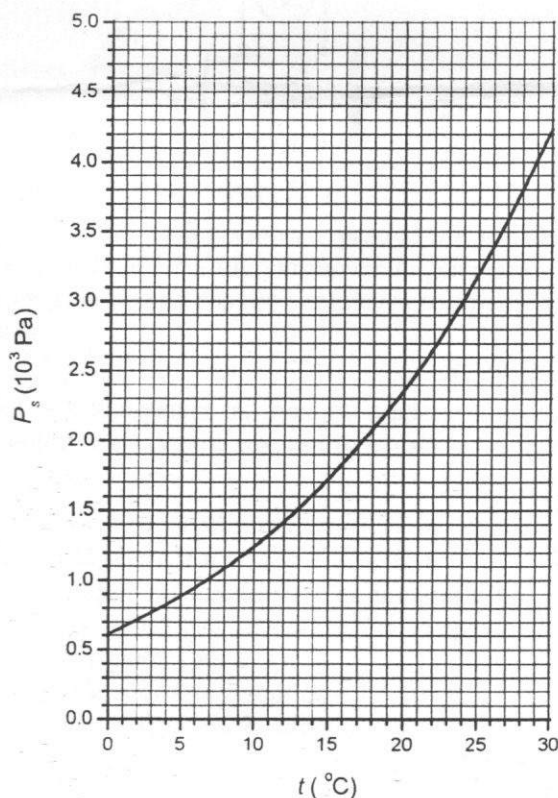
На фиг. 2, а е дадена графика на зависимостта на налягането на наситените водни пари P_s като функция на температурата в интервала $t = [0^\circ\text{C}, 30^\circ\text{C}]$. Когато при дадена температура парциалното налягане на водните пари във въздуха достигне P_s , т. е. $\eta = 100\%$, започва кондензация на парите и образуване на облаци или мъгла.

А) Пресметнете абсолютната влажност ρ и относителната моларна концентрация x на водните пари във въздуха при температура $t_0 = 27^\circ\text{C}$, нормално атмосферно налягане $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ и относителна влажност $\eta = 50\%$. [3,0 т]

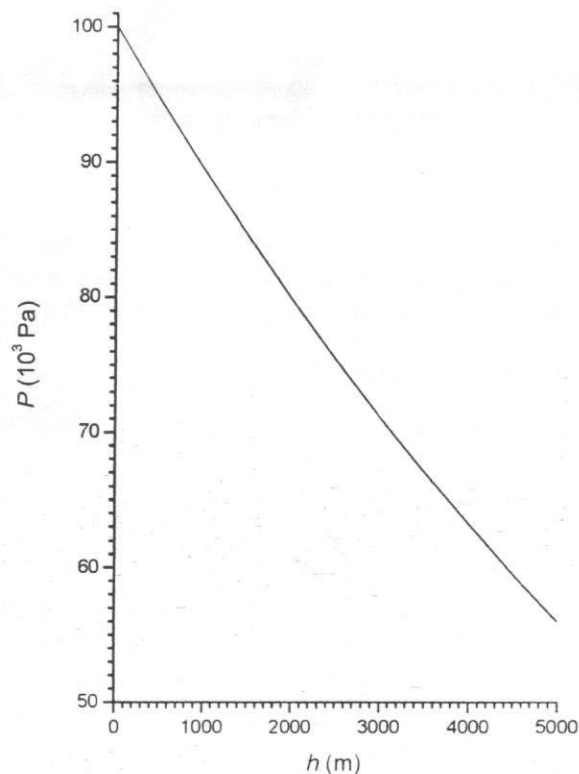
Б) Въздушно течение с температура, налягане и влажност на морското ниво, като зададените в т. А), се издига по висок планински склон. На фиг. 2, б е показана графика на атмосферното налягане P като функция на надморската височина h .

а) Получете зависимост между парциалното налягане P_v на водните пари и температурата T на въздуха при неговото издигане. [2,0 т]

б) На каква надморска височина по склона ще започнат да се образуват облаци? Каква ще бъде температурата на тази височина? [5,0 т]



Фиг. 2, а



Фиг. 2, б

Можете да приемете, че:

- издигането на въздуха е адиабатен процес;
- относителната моларна концентрация на водните пари не се променя при издигането;
- показателят на адиабатата на въздуха е $\gamma = 7/5$, независимо от влажността му.

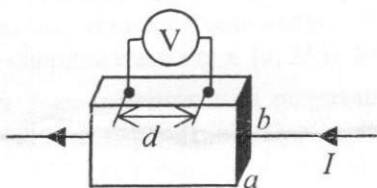
При числените пресмятания можете да използвате приблизителното равенство: $(1+x)^n \approx 1+nx$ при $|x| \ll 1$. Ако решението налага, можете да правите графични построения върху фиг. 2, а и фиг. 2, б. **В този случай не забравяйте да поставите страница 2 от условията в плика заедно с решенията!**

Полезни данни: моларна маса на водата $M = 0,018 \text{ kg/mol}$;
универсална газова константа $R = 8,314 \text{ J/(mol.K)}$.

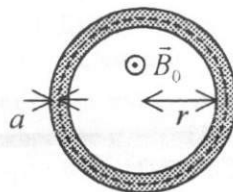
Задача 3. Свърхпроводящ ли е свърхпроводникът?

През 1911 г. холандският физик Камерлинг Онес открива, че при критична температура $T_c = 4,1 \text{ K}$ съпротивлението на живака рязко намалява и става практически равно на нула. Тъй като измерването на съпротивлението е свързано с определена грешка, опитът може да даде единствено **горна граница** за специфичното съпротивление на свърхпроводящия материал. В тази задача ще разгледате два експеримента, чрез които може да бъде получена подобна оценка.

А) Образец от свърхпроводящ материал има формата на паралелепипед с напречни размери $a = 2 \text{ }\mu\text{m}$ и $b = 5 \text{ }\mu\text{m}$ (вж. фиг. 3, а). Двата края на образца са свързани към източник, който поддържа постоянен ток $I = 0,1 \text{ A}$ през образца. Волтметър с вътрешно съпротивление $R_V = 10\,000 \text{ }\Omega$ е свързан към два електрода, разположени по дължината на образца на разстояние $d = 1 \text{ cm}$ един от друг. При охлаждане на образца до температура по-ниска от T_c , волтметърът отчита нулево напрежение между електродите. Получете израз и пресметнете числено горната граница на специфичното съпротивление ρ на свърхпроводника, ако е известно, че минималното напрежение, при което волтметърът отчита ненулева стойност, е $U_{\min} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ V}$. [2 т]



Фиг. 3, а



Фиг. 3, б

Б) От тънка жичка с радиус a е изработен затворен пръстен с радиус r ($r \gg a$), който има съпротивление R и индуктивност L . Жичката е поставена във външно магнитно поле с индукция B_0 , перпендикулярна спрямо равнината на пръстена (фиг. 3, б). Магнитното поле започва да намалява по закона:

$$B(t) = B_0(1 - t/t_0),$$

докато стане равно на нула (t_0 е времето за пълното изключване на магнитното поле). При това в жичката се индуцира ток, който нараства по закона:

$$I(t) = A(1 - e^{-\lambda t}),$$

където A и λ са константи.

- Изразете A и λ чрез R , L , r , B_0 и t_0 . [3,5 т]
- Намерете големината на индуцирания ток I_0 в момента, когато магнитното поле става равно на нула, ако приемете, че съпротивлението на жичката е пренебрежимо малко. Изразете отговора чрез L , r и B_0 . [1,0 т]
- Пресметнете I_0 при $B_0 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, $a = 0,50 \text{ mm}$ и $r = 1,0 \text{ cm}$. Известно е, че индуктивността на тънка кръгова намотка се дава с изрази:

$$L = \mu_0 r \left[\ln\left(\frac{r}{a}\right) + 0,23 \right],$$

където $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ е магнитната константа. [0,5 т]

В) Оказва се, че след изключване на магнитното поле големината на тока в пръстена намалява с по-малко от 1% в продължение на 1 час. Като използвате числените данни от т. Б), намерете горна граница за специфичното съпротивление на свърхпроводящия материал. [3,0 т]

Упътване: При $|x| \ll 1$ можете да използвате приблизителното равенство:

$$e^x \approx 1 + x$$