Решения на задачите IX клас (трета възрастова група)

Задача 1.

А) Определяме обема Q_1 на сиропа, превозващ се за единица време по въжения мост:

$Q_1 = 2\frac{V_1}{t_1}$, $\quad t_1 = \frac{L}{u_1}$, **(0,5 + 0,5 = 1 т)**

където t_1 е времето, необходимо на празна вагонетка да пристигне на товарната станция на мястото на тръгнала вече натоварена вагонетка.

$Q_1 = 2\frac{V_1 u_1}{L}$ **(0,5 т)**

Б) Обемът Q_2, който камионите доставят за единица време t_2, е равен на:

$Q_2 = \frac{V_2}{t_2}$, $\quad t_2 = \frac{S}{u_2}$, **(0,5 + 0,5 = 1 т)**

където t_2 е времето на пристигане на следващия камион след разтоварване на предишния, а S е разстоянието между пътуващите камиони.

$Q_2 = \frac{V_2 u_2}{S}$ **(0,5 т)**

В) По маршрута ще има N на брой камиони.

$N = \frac{2l}{S}$ **(1 т)**

За оптимално натоварване на въжения мост обемът, превозван от камионите, не трябва да бъде по-малък от обема сироп, превозван чрез въжения мост.

$Q_1 = Q_2$ **(1 т)**

$2\frac{V_1 u_1}{L} = \frac{V_2 u_2}{2l}.N$ **(0,5 т)**

Откъдето:

$N = \frac{4l}{L}.\frac{V_1 u_1}{V_2 u_2} = 19{,}2$ **(1 т)**

Необходими са поне $N = 20$ камиона за максимално натоварване на въжената линия **(1 т)**.

Г) Нека с V отбележим обема на черпака. При загребване с черпака от сместа в съда със сиропа ще имаме в черпака xV мед и $(1 - x).V$ сироп **(1 т)**. По този начин в съда с мед ще попадне $(1 - x).V$ сироп **(0,5 т)**. Съответно в съда със сиропа ще остане $V - x.V = (1 - x)V$ мед **(0,5 т)**, т.е. поравно **(0,5 т)**.

Решението е примерно. Да се признаят всички решения за верни, ако след правилни разсъждения и математически пресмятания се стига до верен отговор.

Задача 2.

Част 1

А) За правилно начертана графика **(1 т)**

Наклонът на графиката определя ускорението на тялото. **(1 т)**

Б) Нека дължината на влака отбележим с L, а ускорението с a.

Понеже влакът е започнал да ускорява от състояние на покой, то:

$L = \frac{at_1^2}{2}$ (1) **(1 т)**

Неговата скорост в момента, когато започва да излиза от тунела е:

$v = a(\tau + t_1)$ (2) **(1 т)**

След отчитане на (2) прилагаме законът за пътя при равноускорително движение, когато влакът започне да излиза от тунела (пътя в нашия случай е L):

$L = a(\tau + t_1).t_2 + \frac{at_2^2}{2}$ (3) **(1 т)**

Приравняваме (1) и (3) и се получава търсеното време τ:

$\tau = \frac{t_1^2 - t_2^2 - 2t_2t_1}{2t_2}$ **(1 т)**

В) Намереното време τ не може да бъде отрицателно. Следователно:

$t_1^2 - t_2^2 - 2t_2t_1 > 0$ **(1 т)**

След решаване на неравенството, например чрез допълване до точен квадрат:

$t_1 > (1 + \sqrt{2})t_2$ **(1 т)**

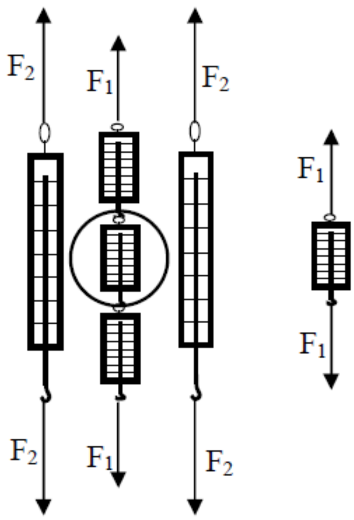
Забележка: Да се приемат за верни отговори и в случай, че ученик е решавал уравнение вместо неравенство (τ = 0).

Решението е примерно. Да се признаят всички решения за верни, ако след правилни разсъждения и математически пресмятания се стига до верен отговор.

Част 2. Правилно ли решава Иванчо?

Началната скорост се получава от уравнението $0 = v - at$, откъдето $v = at = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.15\ \mathrm{s} =$ 30 m/s = 108 km/h. **(1 т)**. Даденото разстояние до гарата няма отношение към намирането на началната скорост. **(1 т)**. Ако искаме да намерим къде е спрял влака, то $l = \frac{1}{2}at^2 =$ 225 m. Влакът е спрял 25 m, след като е навлязъл в гарата.

Задача 3.



А) Горната опора действа на силомерите със същата по големина сила както и долната опора, но в противоположна посока (трети закон на Нютон). Понеже точките, в които са закрепени силомерите, са отместени на равни разстояния следва, че разтеглянето на пружината на един от малките силомери е три пъти по-малко в сравнение с големия силомер. От трети закон на Нютон следва, че средния силомер ще се разтегля със сила F_1, която и сила търсим. **(0,5 т)** Силата, действаща на силомера, е правопропорционална на разтеглянето на пружината. Нека дължината на скалата на големите силомери е l, а разтягането им е x_2. Съответно дължината на скалата на малките силомери е $l/3$, а разтягането им е x_1. Тогава $x_1 = x_2/3$, **(0,5 т)** $F_1 = \frac{x_1}{l/3}5$ N **(0,5 т)**, $F_2 = \frac{x_2}{l}20$ N. **(0,5 т)**

Разделяйки третото на второто уравнение, получаваме $\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{x_2}{l}20\text{ N.}}{\frac{x_1}{l/3}5\text{ N}} = 4$. **(0,5 т)**

От друга страна: $F_1 + 2F_2 = 36$ N **(0,5 т)**

Решавайки съвместно последните две уравнения се получава: $F_1 = 4$ N. **(0,5 т)** и $F_2 = 16$ N. **(0,5 т)**

Част 2. Накъде тичат мишките?

От чертежа е ясно, че в началния момент нито една мишка не вижда парчето сирене.

А) На чертежа са построени образите C_1 и C_2 на парчето сирене в двете огледала. **(1 т)**

Б) Пунктирните лъчи определят областите, в които мишките ще могат да видят образа C_1 и C_2 на сиренето в двете огледала. **(1 т)**

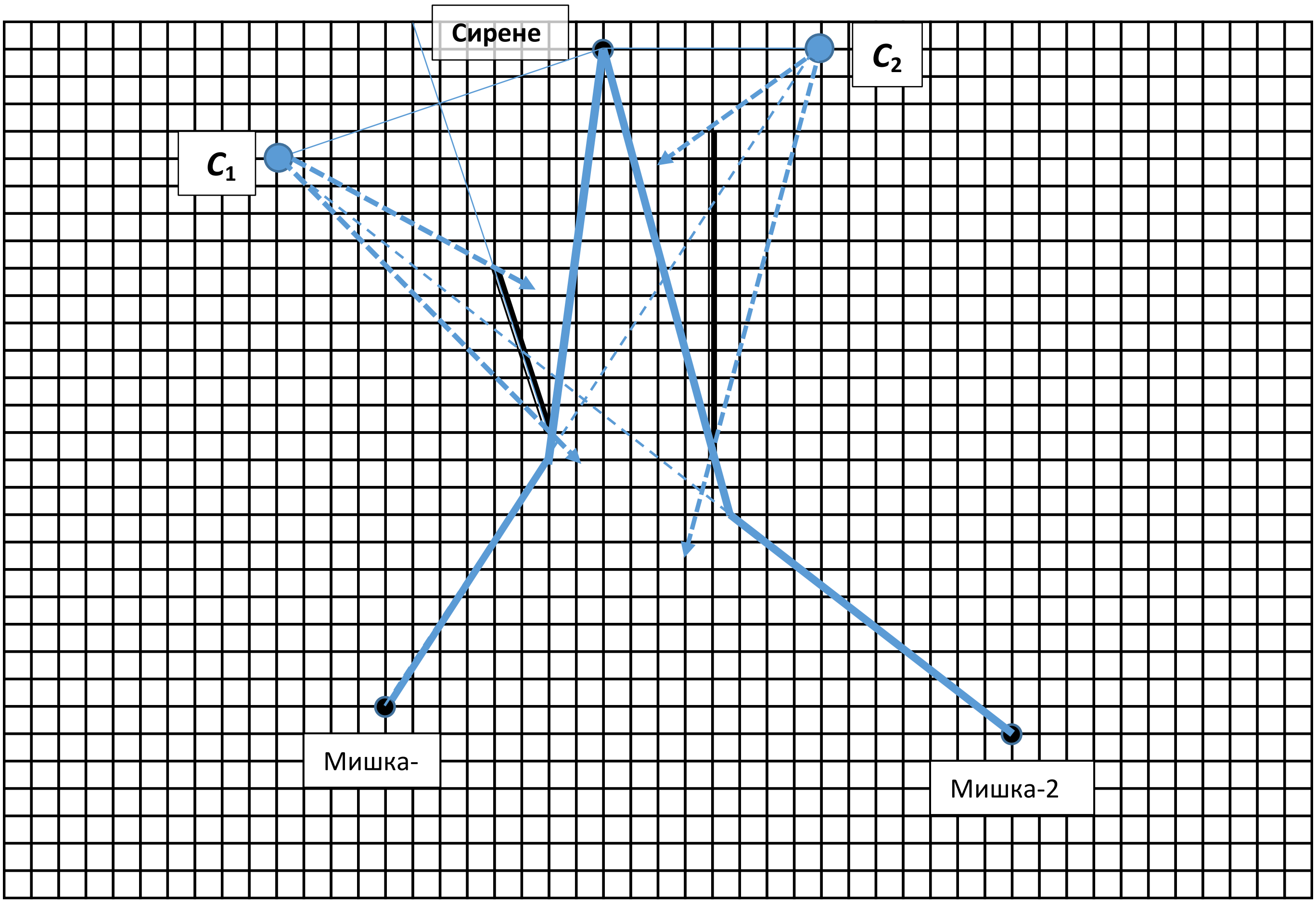
Мишка-1 първоначално ще види C_2 и ще тича към него до момента, когато види истинското сирене. Ясно е от чертежа, че парчето сирене ще бъде по-близо до мишката, отколкото образа C_1. Следователно Мишка-1 по-нататък ще бяга към сиренето. **(1 т)**. Аналогични разсъждения са за Мишка-2. **(1 т)**

Траекториите на Мишка-1 и Мишка-2 са отбелязани на чертежа с непрекъснати удебелени линии.

В) С помощта на измервателна линия се определят дължините на пътищата, които изминават мишките. Отношението на пътищата за Мишка-2 и Мишка-1 е $S_2/S_1 = 1,18$ **(1 т)**.

Г) От подусловие **В)** следва, че Мишка-1 ще пристигне 1,18 пъти по-бързо от Мишка-2. **(1 т)**

Забележка: да се приемат отговори, които са в граници (1,1; 1,3)


Сирене
C_2
C_1
Мишка-
Мишка-2