

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

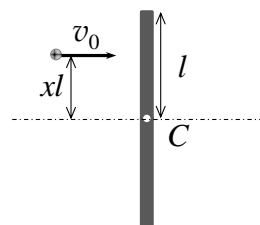
Национално есенно състезание по физика

Копревщица, 17–19 ноември 2023 г.

Специална тема

Задача 1. Последователни удари

Тънка еднородна пръчка с маса m и дължина $2l$ се намира в покой върху гладка хоризонтална повърхност (фиг. 1). В пръчката, на разстояние xl ($0 \leq x \leq 1$) от центъра ѝ C , се удря малко топче (материална точка) със същата маса m и начална скорост v_0 , перпендикулярна спрямо пръчката. Ударът между топчето и пръчката е идеално еластичен. Силата на тежестта и силата на триене не се отчитат.



Фиг. 1

а) Получете изрази за скоростта v_1 на топчето, скоростта v_C на центъра на пръчката и ъгловата ѝ скорост ω в момента непосредствено след удара. [7.0 т]

б) При определена стойност x_0 на параметъра x пръчката и топчето се удрят втори път, след което пръчката остава в покой. Намерете x_0 и преместването d на центъра на пръчката между двата удара. [3.0 т]

Полезна формула. Инерчният момент на еднородна пръчка с маса M и дължина L спрямо ос, минаваща през центъра ѝ, е $1/12 ML^2$.

Задача 2. Неустойчивост на Плато-Рейли

Течност, изтичаща от кръгов отвор, оформя струя, която на определено разстояние от отвора се раздробява спонтанно на отделни капки. Това явление се нарича неустойчивост на Плато-Рейли по името на френския физик Плато, който го е изследвал експериментално, и английския физик Рейли, който го е обяснил теоретично.

а) Според теорията на Рейли неустойчивостта на струята се дължи на повърхностното напрежение на течността, като гравитацията и вискозитета на течността не се отчитат. Затова в предложението от Рейли модел се разглежда много дълъг цилиндричен стълб течност с радиус r_0 , който е неподвижен в състояние на безтегловност (фиг. 2, а). Това не е ограничение на общността, защото всяка струя течност би изглеждала неподвижна за наблюдател в отправна система, движеща се със скоростта на струята. Рейли показал, че струята се разпада на капки поради малки случайни нарушения на идеалната ѝ цилиндрична форма, които обикновено възникват при изтичането ѝ от изходния отвор.

Всяко нарушение на цилиндричната форма може да се представи като суперпозиция на хармонични вълни по дължината на стълба течност, както е показано на фиг. 2, б. Силите на повърхностно напрежение свиват още повече стеснените участъци,

докато уширените участъци допълнително се раздуват. След определено време t_d струята се разпада на отделни капки. Като използвате метод на размерностите, получите израз за t_d посредством r_0 , повърхностното напрежение σ и плътността ρ на течността. [2.0 т]

б) Да разгледаме конкретна вълна с дължина λ и амплитуда $A \ll r_0$, която води до модулация на радиуса на стълба течност от вида:

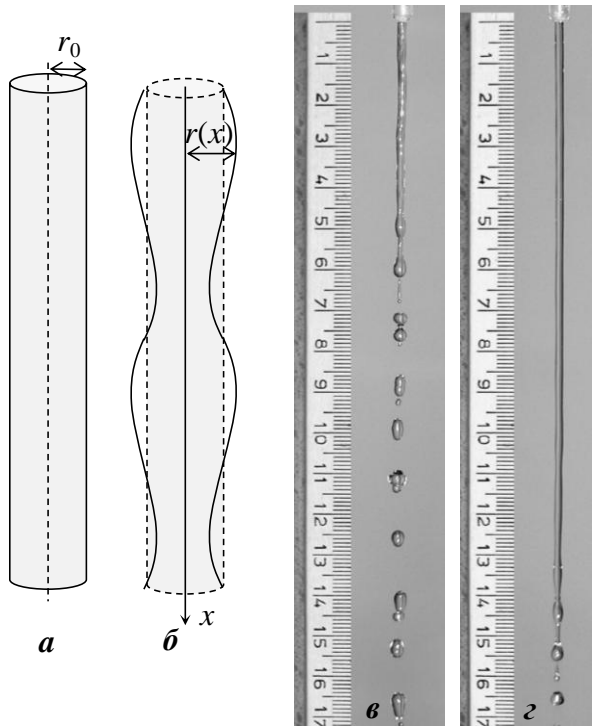
$$r(x) = r_0 + A \sin(kx),$$

където x е координата по оста на струята, както е показано на фиг. 2, б.

61. Получете връзка между параметъра k и дължината λ на вълната. [1.0 т]

62. Като вземете предвид, че течността е неподвижна, получите израз за налягането $p_{\text{ш}}$ в най-широката и $p_{\text{т}}$ в най-тесната част на струята. [2.0 т]

63. Колко е минималната дължина λ_{min} на вълната, при която стълбът течност е неустойчив, т.е. амплитудата на вълната нараства с времето, докато струята се разпадне на капки? [2.0 т]



Фиг. 2

64. Колко е минималният радиус r_{min} на получените капки, ако приемете, че те имат сферична форма? [1.0 т]

в) На фиг. 2, в е снимана струя дестилирана вода, която изтича от отвор с радиус $r_0 = 1.0 \text{ mm}$ с начална скорост $v_0 = 5.0 \text{ cm/s}$, а на фиг. 2, з – струя сапунен разтвор, изтичаща със същата скорост от отвор със същия радиус. Като използвате данни от снимките, оценете стойността на безразмерния коефициент C в получения от вас израз за времето t_d и определете приблизително повърхностното напрежение σ_1 на сапунения разтвор. [2.0 т]

Упътване

- Подусловията може да бъдат решавани и в ред, различен от дадения в задачата.
- Според формулата на Лаплас, налягането под изкривена повърхност на течността се дава с израза:

$$p = \sigma(1/R_1 + 1/R_2),$$

където R_1 и R_2 са радиусите на кривината в две взаимно перпендикулярни сечения на повърхността, както е илюстрирано на фигурата по-долу. За изпъкнало сечение $R > 0$, а за вдлъбнато $R < 0$.

- За радиуса R на кривината на графиката на функцията $y(x)$ в локалния минимум/максимум е в сила:

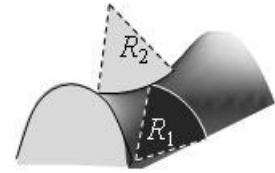
$$1/R = -y''(x)$$

Полезни данни

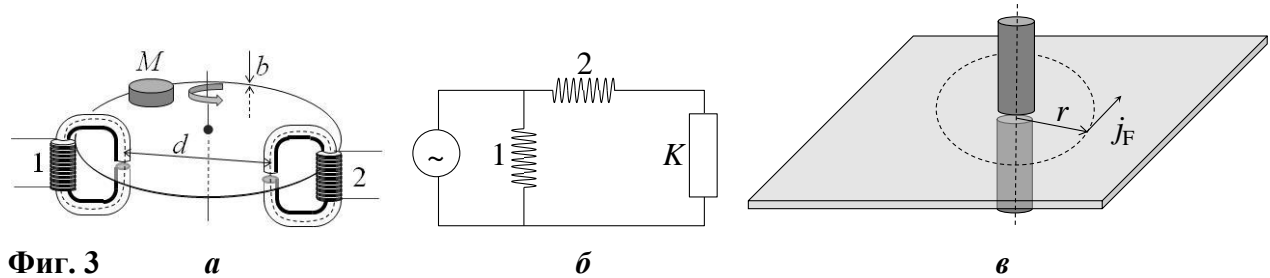
Земно ускорение, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$;

Плътност на водата и на сапунения разтвор, $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$;

Повърхностно напрежение на дестилираната вода, $\sigma = 72 \text{ mN/m}$.



Задача 3. Електромер за променлив ток



Фиг. 3

На фиг. 3, *a* е илюстрирано принципното устройство на индукционен електромер – уред за отчитане на консумирана електрична енергия в променливотокови вериги. На фиг. 3, *б* е показана еквивалентната схема на свързване на електромера в електрическата мрежа. *Напрежителната намотка 1* е свързана непосредствено към източник на променливо напрежение $U(t)$ с кръгова честота ω и амплитуда U_{\max} :

$$U(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$$

Токовата намотка 2 е свързана последователно към консуматора K на електрична енергия. Намотките имат съответно индуктивност L_1 и L_2 , брой навивки N_1 и N_2 и пренебрежимо съпротивление. Тънък алуминиев диск с дебелина b и със специфично съпротивление ρ може да се върти без триене около вертикална ос, като минава през тънки прорези в сърцевините на намотките. Постоянният магнит M играе роля на „магнитна спирачка“, чието действие няма да бъде разглеждано по-нататък. Приемете, че сърцевините на намотките са „идеални магнитопроводи“, т.е. магнитните индукционни следват сърцевината по цялата ѝ дължина, като пресичат минаващия през процепа диск, както е илюстрирано с пунктираните криви на фиг. 3, *a*.

а) Получете израз за тока $I_1(t)$ в напрежителната намотка като функция на времето. [2.5 т]

б) Поради променливия ток в напрежителната намотка, в диска се индуцират кръгови токове – т.нар. *токове на Фуко*. Получете израз за моментната стойност $j_F(t, r)$ на плътността* на токовете на Фуко на разстояние r от центъра на процепа, през който минава дискът (фиг. 3, *в*). Разгледайте само разстояния r , по-големи от радиуса на

процепа. Приемете, че хоризонталните размери на алуминиевия диск са толкова големи, че можете да го разглеждате като безкрайна равнина. [3.5 т]

в) Взаимодействието между токовете на Фуко и магнитното поле на токовата намотката 2 поражда сила, която упражнява въртящ момент върху алуминиевия диск. Докажете, че средната сила \bar{F} , действаща на алуминиевия лист, е пропорционална на средната мощност \bar{P} , която се отделя в консуматора:

$$\bar{F} = k\bar{P}$$

и изразете константата k чрез дадените в условието параметри и разстоянието d между центровете на прорезите в двете намотки. Приемете, че диаметърът на прорезите е много по-малък от d (т.е. намотките са безкрайно тънки ☺). [4.0 т]

* По определение плътността на тока, \vec{j} , е вектор по допирателната към токовата линия, минаваща през дадена точка (вж. фиг 3, в). Големината на j е равна на тока през единица площ, перпендикулярна на токовата линия. Единицата за j е A/m^2 . Съответно, токът dI през малка ориентирана площ $d\vec{S}$ е $dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$. Законът на Ом в т.нар. *диференциална форма* гласи, че в дадена точка от проводника $\vec{j} = \vec{E}/\rho$, където е \vec{E} интензитетът на електричното поле в тази точка, а ρ е специфичното съпротивление на материала.