**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**
**НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА**
**17–19 ноември 2023 г. – гр. Копривщица**
**Тема за XII клас (шеста състезателна група)**
**Примерни решения и указания**

| № | $x$, $\mu$m$^{-2}$ | $n$ |
|---|---|---|
| 1 | 6.1 | 1.695 |
| 2 | 5.3 | 1.688 |
| 3 | 4.2 | 1.680 |
| 4 | 3.4 | 1.673 |
| 5 | 2.9 | 1.670 |
| 6 | 2.3 | 1.666 |
| 7 | 2.0 | 1.663 |
| 8 | 1.4 | 1.658 |

**Решение 1.1.** В уравнение (1.1) може да положим $1/\lambda^2$ да бъде нова променлива $x$, която ще има размерност m$^{-2}$ и тогава получаваме линейна зависимост от вида $n(x) = A + Bx$. **(1 т.)**

**Решение 1.2.** В таблицата се пресметнати стойностите за $x$ в $\mu$m$^{-2}$. **(0.5 т.)** Стойностите са записани с две значещи цифри, тъй като се променят в голям интервал и не могат да се нанесат с по-голяма точност на предоставената хартия. **(1 т.)** Фигурата е показана по-долу. Точки за фигурата се дават за: използване на възможно най-голяма площ от листа **(1 т.)**; означаване на величините и техните размерности по съответните оси **(1.5 т.)**; изчертаване на всички точки от таблицата **(1 т.)**.

**Решение 1.3.** След като нанесем точките от таблицата на графиката и прекараме права линия през тях, може да определим $A$ и $B$ по два начина:

- $A$ и $B$ могат да се определят по две точки от линейната зависимост. Те трябва да са на възможно най-голямо разстояние една от друга и координатите им да могат да бъдат определени точно от графиката. Такива две точки са т. $P_1$ и т. $P_2$. Наклонът се определя като $B = \Delta P_y/\Delta P_x = (1.697 - 1.656)/(6.4 - 1.1) = 0.041/5.3 = 7.7 \times 10^{-3}$ $\mu$m$^{-2}$. С $\Delta P_{x,y}$ сме означили разликата в $x, y$ координатите на двете точки. **(2 т.)** Свободния член $A$ може да определим след като вече знаем наклона и координатите на т. $P_1$, $A = P_{1y} - BP_{1x} = 1.656 - 7.7 \times 10^{-3} \times 1.1 = 1.647$. **(2 т.)**
- тъй като стойностите за $x$ са в интервала $(1.4 - 6.1)$ $\mu$m$^{-2}$ може абсцисата да започне от 0.0, така при пресичане на правата линия с ординатата получаваме директно стойността на $A$, която е в интервала $(1.647 - 1.648)$. **(2 т.)** За да определим наклона $B$, избираме т. $P_2$ от правата, такава че да се намира на най-голямо разстояние от т. $A$ и координатите се определят възможно най-точно от графиката. Така може да определим наклона на графиката $B = (P_{2y} - A_y)/(P_{2x} - A_x)$, който ще е в интервала $(7.6 - 7.8) \times 10^{-3}$ $\mu$m$^{-2}$, в зависимост от използваната стойност за $A$. **(2 т.)**

***Забележка:*** всички стойности за $A$ и $B$ са закръглени съответно до 4 и 2 значещи цифри. Не се дават точки ако са написани стойности в посочените интервали, но не е обяснено как са получени. Ако стойностите са пресметнати с помощта на линейна регресия и това е описано в решението, се дава само **(1 т.)**.

**Решение 2.1.** При нагряване на тръбата обемът на газа остава постоянен, тъй като тапата е неподвижна, до достигане на критичното налягане. **(1 т.)** От уравнението на състоянието на идеален газ може да запишем, че:

$$pV = nRT,\ V = \text{const},\ \frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1},\ \textbf{(1 т.)}$$

където $p_1$ и $T_1$ са съответно налягането и температурата, при които тапата започва да се движи. Ако отчетем, че тапата ще започне да се движи ако $p_1 - p_0 > p_{\text{кр}}$ то за крайната температура получаваме:

$$T_1 > \left(1 + \frac{p_{\text{кр}}}{p_0}\right)T_0.\ \textbf{(1 т.)}$$

**Решение 2.2.** Ако бутаме тапата много бавно навътре в тръбата, то газът в тръбата ще се свива изотермно, **(1 т.)** при което може да запишем:

$$pV = nRT,\ T = \text{const},\ p_0V_0 = p_1V_1,\ \textbf{(1 т.)}$$

където $p_1$ и $V_1$ са съответно налягането и обемът на газа, при които тапата започва да се движи, ако я оставим свободно. Тук отново може да използваме, че $p_1 - p_0 > p_{\text{кр}}$. Като отчетем, че напречното сечение на тръбата е постоянно, а началният обем е $V_0 = \pi D^2(L-l)/4$, то ако означим дължината на въздуха при обем $V_1$ с $L_1$ може да запишем:

$$p_0(L-l) > (p_0 + p_{\text{кр}})L_1,$$
$$L_1 < \frac{p_0}{p_0 + p_{\text{кр}}}(L-l). \ \textbf{(1 т.)}$$

**Решение 2.3.** От условието на задачата, уравнение (2.1), може да изразим напрежението $\tau$ като:

$$\tau = (D-d)/(\alpha D) = (1 - d/D)/\alpha. \ \textbf{(1 т.)}$$

Това е напрежението, което тръбата оказва върху деформираната (свитата) тапа. Нормалната сила която ще действа на тапата, зависи от контактна ѝ повърхност (околната повърхност на тапата) с тръбата или:

$$N = S\tau = \pi dl(D-d)/(\alpha D) = \pi dl(1-d/D)/\alpha. \ \textbf{(1 т.)}$$

Силата на триене между тръбата и тапата е:

$$F = \mu N = \mu\pi dl(1-d/D)/\alpha. \ \textbf{(1 т.)}$$

Така определяме критичното налягане $p_{\text{кр}}$:

$$p_{\text{кр}} = F/s = 4\mu\pi dl(1-d/D)/(\alpha\pi d^2) = 4\mu l(1-d/D)/(\alpha d), \ \textbf{(1 т.)}$$

където с $s = \pi d^2/4$ сме означили площта на напречното сечение на тапата в тръбата.

**Решение 3.** Системата Земя–спътник е затворена система, в която е изпълнен законът за запазване на пълната механична енергия. **(1 т.)** Тъй като движението на спътника става под действие на централна сила (гравитационната), то ще е изпълнен и законът за запазване на момента на импулса. **(1 т.)** За да определим изменението на скоростите, нека разгледаме по-общия случай на движение по елиптична орбита и да определим скоростта на спътника във всяка една точка от нея. Първо записваме закона за запазване на пълната механична енергия за най-близката и най-далечната точки от орбитата:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{\gamma Mm}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{\gamma Mm}{r_2}. \ \textbf{(1 т.)}$$

Законът за запазване на момента на импулса за тези точки изглежда така:

$$r_1 m v_1 = r_2 m v_2. \ \textbf{(1 т.)}$$

От последните две уравнения и общия вид на пълната механична енергия получаваме израз за скоростта на спътника във всяка точка от траекторията:

$$v^2 = \gamma M\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right), \ \textbf{(2 т.)} \qquad (1)$$

където $a = (r_1 + r_2)/2$ е голямата полуос на елипсата.

Уравнение (1) може да се запише за последния момент от ниската околоземна орбита:

$$v_{1c}^2 = \gamma M\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{\gamma M}{r_1}. \ \textbf{(1 т.)}$$

След включване на двигателите сателитът се движи по елиптична орбита с голяма полуос $a = (r_1+r_2)/2$. Тогава (1) ще изглежда така:

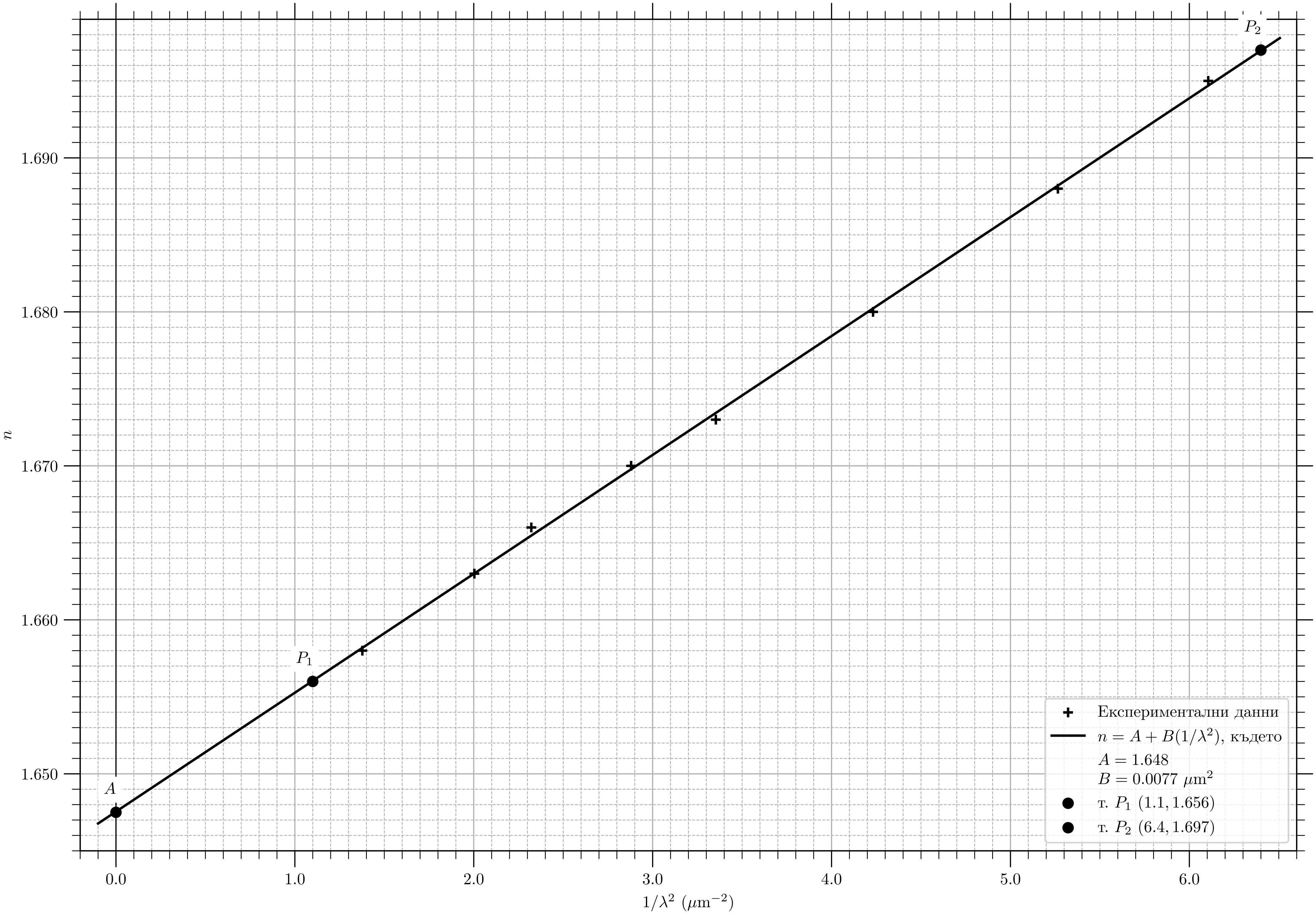
$$v_1^2 = \gamma M\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{r_2 + r_2}\right) = \gamma M\frac{2r_2}{r_1(r_2+r_2)}. \ \textbf{(1 т.)}$$

За промяната на скоростта след първото включване на двигателите окончателно получаваме:

$$\Delta v_p = v_1 - v_{1c} = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}}\left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1+r_2}} - 1\right). \ \textbf{(1 т.)}$$

Аналогични разсъждения може да запишем и за най-далечната точка, за която получаваме:

$$\Delta v_a = v_{2c} - v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_2}}\left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_2}}\right). \ \textbf{(1 т.)}$$



$P_2$
$P_1$
$A$
1.690
1.680
1.670
1.660
1.650
$n$
0.0
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
6.0
$1/\lambda^2$ ($\mu$m$^{-2}$)
Експериментални данни
$n = A + B(1/\lambda^2)$, където
$A = 1.648$
$B = 0.0077\ \mu\text{m}^2$
т. $P_1$ $(1.1, 1.656)$
т. $P_2$ $(6.4, 1.697)$