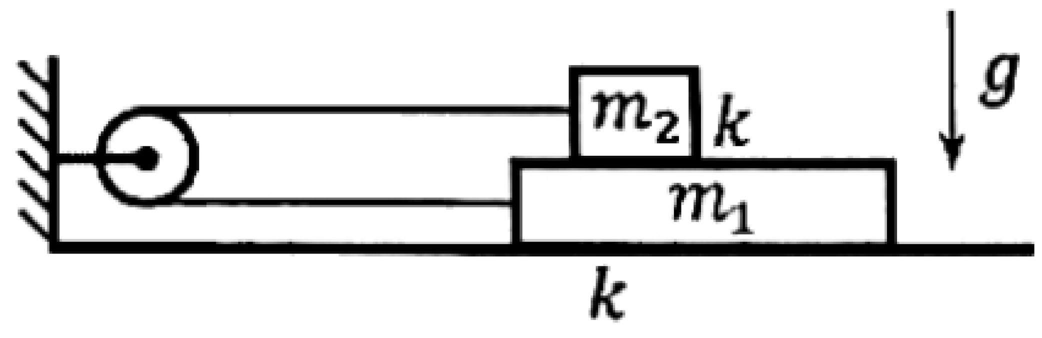
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
11 – 13 ноември 2022 г., Сливен
Решения на темата за IV състезателна група (10. клас)

Задача 1. Трупчета на нишка



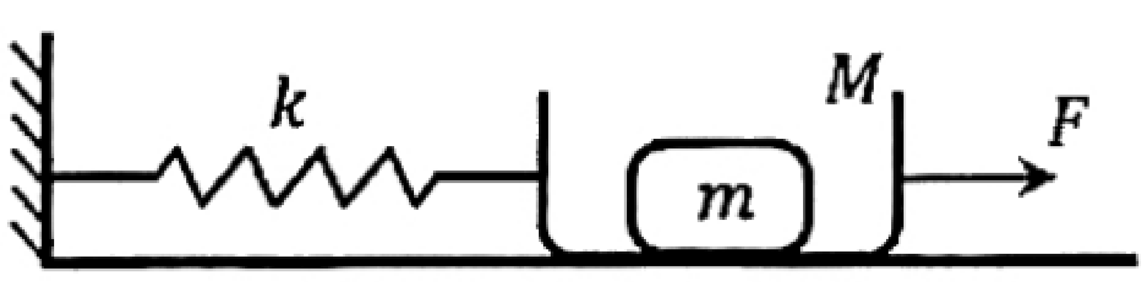
а) Освен външната сила F и силата на опън на нишката, при движението на трупчетата трябва да отчетем и силите на триене. На долното трупче действа не само силата на триене $f_1 = k(m_1 + m_2)g$ **[0,3 т.]** с повърхността, но също така и силата на триене $f_2 = km_2g$ **[0,2 т.]** с горното трупче. На горното трупче действа само силата на триене f_2 обратно на движението му. Когато дърпаме *долното* трупче надясно със сила F, от II принцип на Нютон следват уравненията: $F - T_д - f_1 - f_2 = m_1a$ **[0,5 т.]** (за долното трупче) и $T_д - f_2 = m_2a$ **[0,5 т.]** (за горното трупче). От друга страна, когато дърпаме *горното* трупче надясно със същата сила F, от II принцип на Нютон следват уравненията: $T_г - f_1 - f_2 = m_1a$ **[0,5 т.]** (за долното трупче) и $F - T_г - f_2 = m_2a$ **[0,5 т.]** (за горното трупче). Като използваме условието $T_г = 2T_д$, може да получим, че външната сила $F = \frac{6km_2^2g}{2m_2 - m_1}$ **[1 т.]**, а големината на ускорението на трупчетата е $a = \frac{km_1g}{2m_2 - m_1}$ **[1 т.]**.

б) Първоначално силата на опън на нишката е $T_г = f_1 + f_2 + m_1a = \frac{4km_2^2g}{2m_2 - m_1}$. **[0,5 т.]** Нека да означим силата на опън при равномерно движение с $T_р$. Системата се движи равномерно, ако ускорението на трупчетата е нула, т.е. $T_р = f_1 + f_2 = k(m_1 + 2m_2)g$. **[0,5 т.]** По условие $T_г = 3T_р$, откъдето следва, че $3m_1^2 = 8m_2^2$, т.е. $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0{,}61$. **[1 т.]**

в) След прерязването на нишката уравнението на Нютон за движението на горното трупче придобива вида: $F_р - f_2 = m_2a'$. **[0,5 т.]** От уравненията по-горе следва, че силата $F_р = f_1 + 2f_2 = k(m_1 + 3m_2)g$ **[0,5 т.]**, откъдето $k = \frac{m_2a'}{(m_1 + 2m_2)g} = \frac{(3-\sqrt{6})a'}{2g} \approx 0{,}11$ **[1 т.]**. Ускорението $a = \frac{km_1g}{2m_2 - m_1} = \frac{m_1m_2a'}{4m_2^2 - m_1^2} = \frac{\sqrt{6}a'}{2} \approx 4{,}9\,\mathrm{m/s^2}$. **[0,5 т.]**

г) Външната сила $F = \frac{6km_2^2g}{2m_2 - m_1} = \frac{6m_2^3a'}{4m_2^2 - m_1^2} = \frac{9\sqrt{6}m_1a'}{8} \approx 11\,\mathrm{N}$ **[0,5 т.]**, докато силата $F_р = k(m_1 + 3m_2)g = \frac{m_2(m_1 + 3m_2)a'}{m_1 + 2m_2} = \frac{(5\sqrt{6} - 6)m_1a'}{8} \approx 3{,}1\,\mathrm{N}$ **[0,5 т.]**.

Задача 2. Трептяща система



а) Началната еластична потенциална енергия на пружината е $E_{п0} = \frac{k(\Delta x_0)^2}{2}$ **[0,5 т.]**, откъдето $k = \frac{2E_{п0}}{(\Delta x_0)^2} = 100\,\mathrm{N/m}$. **[0,5 т.]**

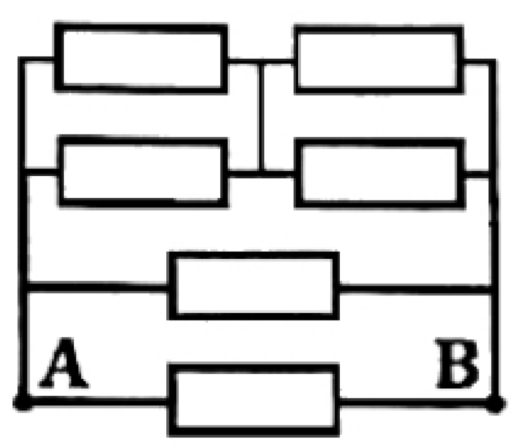
б) Външната сила се уравновесява от еластичната сила: $F = k\Delta x_0 = \frac{2E_{п0}}{\Delta x_0} = 8\,\mathrm{N}$. **[1 т.]**

в) Съдът има максимално ускорение в положенията на максимално свиване или разтягане на пружината. **[0,5 т.]** Тогава $(m + M)a_{\max} = k\Delta x_0$, откъдето $m + M = \frac{k\Delta x_0}{a_{\max}} = \frac{2E_{п0}}{\Delta x_0 a_{\max}}$. **[1 т.]** От закона за запазване на пълната механична енергия E на системата следва, че скоростта на съда е максимална, когато пружината е неразтегната и съответно тогава няма еластична потенциална енергия: $E = \frac{(m+M)v_{\max}^2}{2} = E_{\text{п}0}$. **[1 т.]** Следователно $v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\text{п}0}}{m+M}} = \sqrt{\Delta x_0 a_{\max}} =$ $0{,}4\ \text{m/s}$. **[1 т.]**

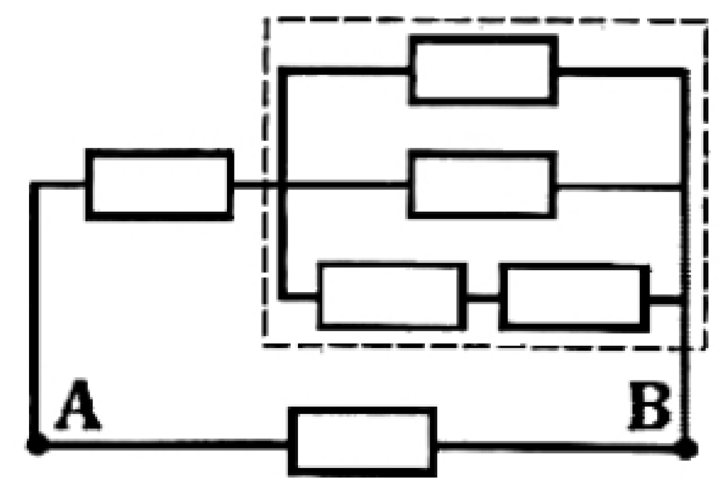
г) Първоначалният период на трептене е $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$. **[0,3 т.]** След премахването на теглилката съдът трепти с период $T' = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$. **[0,2 т.]** Следователно $\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m+M}{k}}$ и $M = \frac{m+M}{4} = \frac{E_{\text{п}0}}{2\Delta x_0 a_{\max}} = 1\ \text{kg}$. **[1 т.]** Оттук $m = 3M = \frac{3E_{\text{п}0}}{2\Delta x_0 a_{\max}} = 3\ \text{kg}$. **[1 т.]**

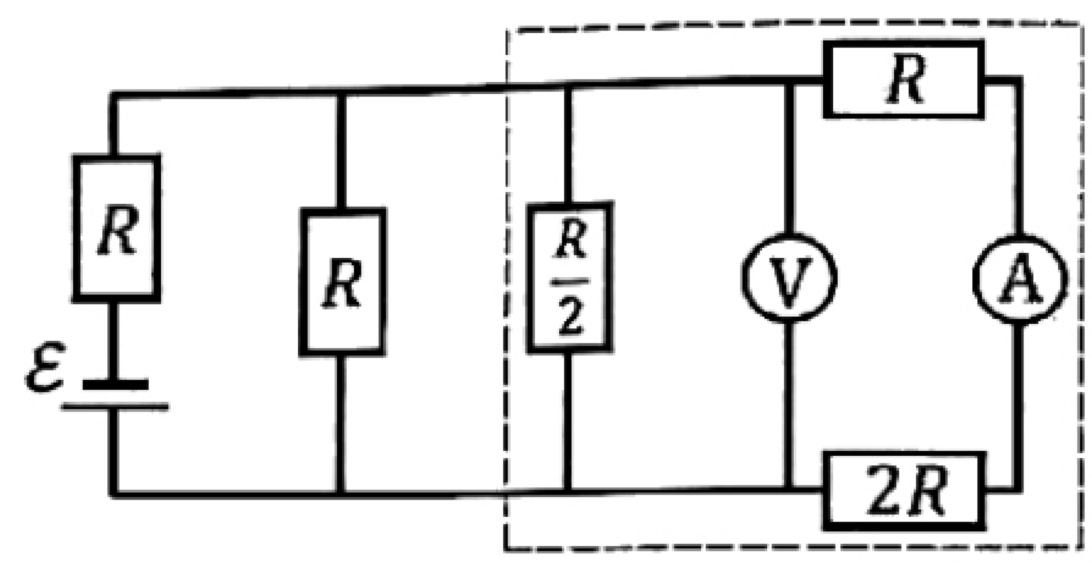
д) Когато пружината е наполовина разтегната спрямо нейното максимално разтегнато състояние, пълната механична енергия на трептящата система е $E = \frac{Mv'^2}{2} + \frac{k}{2}\left(\frac{\Delta x_0}{2}\right)^2 = \frac{Mv'^2}{2} + \frac{E_{\text{п}0}}{4} = E_{\text{п}0}$. **[1 т.]** Следователно получаваме, че $v' = \sqrt{\frac{3E_{\text{п}0}}{2M}} = \sqrt{3\Delta x_0 a_{\max}} \approx 0{,}7\ \text{m/s}$. **[1 т.]**

Задача 3. Електрически вериги (задачата се състои от две независими части)



Част I Електрическата верига може да се представи еквивалентно по начина, показан на фигурата вляво. Горните двойки от успоредно свързани резистори са еквивалентни на резистор със съпротивление $2(R_0/2) = R_0$. **[0,5 т.]** Оттук следва, че съпротивлението между точките **A** и **B** е $R_{\text{AB}} = R_0/3$. **[0,5 т.]** Ако премахнем проводника между точките **C** и **D**, ще получим веригата по-горе вдясно. **[1 т.]** Съпротивлението на оградената част от веригата е $\frac{2R_0(R_0/2)}{2R_0+R_0/2} = \frac{2R_0}{5}$. **[0,5 т.]** Еквивалентното съпротивление между точките **A** и **B** ще бъде $R'_{\text{AB}} = \frac{R_0(7R_0/5)}{R_0+7R_0/5} = \frac{7R_0}{12}$ **[0,5 т.]**, т.е. съпротивлението нараства $\frac{R'_{\text{AB}}}{R_{\text{AB}}} = \frac{7}{4} = 1{,}75$ пъти **[0,5 т.]**.





Част II а) Може да се съобрази, че волтметърът показва напрежението върху двата най-десни резистора, като токът през тях е същият като тока през амперметъра. Следователно $U = 3IR$ **[1 т.]** и $R = \frac{U}{3I} = 10\ \Omega$ **[0,5 т.]**. Съпротивлението на оградената част от веригата (вж. фигурата вляво) е $R_{\text{огр}} = \frac{3R(R/2)}{3R+R/2} = \frac{3R}{7}$. **[0,5 т.]** Еквивалентното съпротивление на веригата е $R_{\text{екв}} = R + \frac{RR_{\text{огр}}}{R+R_{\text{огр}}} = R + \frac{R(3R/7)}{R+3R/7} = R + \frac{3R}{10} = \frac{13R}{10}$. **[0,5 т.]** Токът през батерията е $I_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{екв}}} = \frac{10\mathcal{E}}{13R} = \frac{30\mathcal{E}}{13U}I$. **[0,5 т.]** От друга страна, $I_{\mathcal{E}} = \frac{10U}{3R} = 10I$ **[0,5 т.]**, т.е. $\mathcal{E} = \frac{13U}{3} = 13\ \text{V}$ **[0,5 т.]**.

б) Откачването на амперметъра е еквивалентно на откачване на двата най-десни резистора, тъй като през тях вече няма да тече ток. **[0,5 т.]** По този начин веригата ще има съпротивление $R'_{\text{екв}} = R + \frac{R(R/2)}{R+R/2} = \frac{4R}{3}$ **[0,5 т.]** и токът през батерията ще бъде $I'_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{R'_{\text{екв}}} = \frac{13U}{4R} = \frac{39}{4}I$ **[0,5 т.]**. Процентното намаление на тока през батерията е $\frac{I_{\mathcal{E}}-I'_{\mathcal{E}}}{I_{\mathcal{E}}} = \frac{1}{40} = 2{,}5\%$. **[1 т.]**