МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
08–11 ноември 2019 г., гр. В. Търново
Тема за IX клас (трета състезателна група)
Решения и указания

Решение: 1.1. За да определим след колко време ракетата се намира на височина $h_0 = 130$ m, трябва да знаем „как“ е стигнала до тази височина. Трябва да разгледаме два случая: (1) ракетата се издига; (2) ракетата пада.

В първия случай през първата секунда (до спирането на двигателя) ракетата изминава път $y = at^2/2 = (90 \cdot 1^2/2)$ m $= 45$ m. **(0.5 т.)** След това ракетата се движи равнозакъснително с ускорение $g = 10$ m/s^2, начална скорост $v = at = (90 \cdot 1)$ m/s $=$ 90 m/s и изминава път $y' = h_0 - y = (130 - 45)$ m $= 85$ m за време t'. От закона за пътя имаме $y' = vt' - gt'^2/2$, откъдето намираме времето $t' = (v \pm \sqrt{v^2 - 2gy'})/g =$ $[(90 \pm \sqrt{90^2 - 2 \cdot 10 \cdot 85})/10]$ s $= [(90 \pm \sqrt{8100 - 1700})/10]$ s $= [(90 \pm \sqrt{6400})/10]$ s $=$ (9 ± 8) s. **(0.5 т.)** Получаваме две възможни решения, но тъй като разглеждаме случая, когато ракетата се издига, за t' трябва да изберем по-малкото време или $t' = 1$ s, **(0.5 т.)** откъдето за времето t_0 получаваме $t_0 = t + t' = 2$ s. **(0.5 т.)**

Когато ракетата започне да пада, отново ще има момент време, в който се намира на височина h_0. За да определим това време, ще използваме, че след спирането на двигателя ракетата се движи равнозакъснително с ускорение g до достигане максималната височина $h_{\max}$. След това започва да пада равноускорително със същото ускорение. Времето за издигане на ракетата $t_{\text{и}}$ от y до $h_{\max}$ ще е същото като времето за падане от височина $h_{\max}$ до y. Времето $t_{\text{и}}$ може да определим от закона за скоростта при равнозакъснителното движение до най-високата точка от полета: $0 = v - gt_{\text{и}}$, откъдето определяме $t_{\text{и}} = v/g = (90/10)$ s $= 9$ s. **(0.5 т.)** Тогава времето за издигане от h_0 до $h_{\max}$ ще е $t'' = t_{\text{и}} - t' = (9 - 1)$ s $= 8$ s. **(0.5 т.)** За t_0 при падане получаваме $t_0 = t + t' + 2t'' = (1 + 1 + 2 \cdot 8)$ s $= 18$ s. **(0.5 т.)**

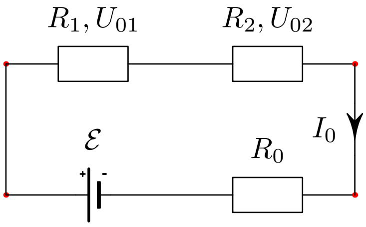
Скоростта на ракетата и в двата случая е еднаква по големина, но противоположна по посока, може да я определим от закона за скоростта: $v_0 = v - gt' =$ $(90 - 10 \cdot 1)$ m/s $= 80$ m/s. **(2×0.5 т.)**

Решение: 1.2. Максималната височина $h_{\max}$ ще определим от закона за пътя при равнозакъснително движение (след спиране на двигателя), като използваме, че $h_{\max} = y + vt_{\text{и}} - gt_{\text{и}}^2/2 = (45 + 90 \cdot 9 - 10 \cdot 9^2/2)$ m $= (45 + 810 - 810/2)$ m $= 450$ m. **(1 т.)**

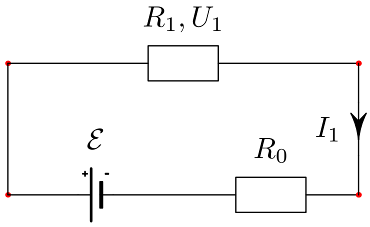
Решение: 1.3. Ракетата пада от височина $h_{\max}$ и се движи равноускорително с ускорение g, тогава може да запишем, че $h_{\max} = v_{\text{кр}}^2/(2g)$, **(0.5 т.)** откъдето определяме $v_{\text{кр}} = \sqrt{2gh_{\max}} = (\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 450})$ s $= 30\sqrt{10}$ m/s ≈ 95 m/s. **(1 т.)**

Решение: 1.4. Ракетата пада от височина $h_{\max}$ и се движи равноускорително с ускорение g, докато стигне на височина h, където започва да се движи равнозакъснително с ускорение a' и начална скорост v'. **(0.5 т.)** Тогава трябва да е изпълнено, че: $h_{\max} = v'^2/(2g) + v'^2/(2a')$ и $h = v'^2/(2a')$. **(1.5 т.)** Оттук може да определим $v'^2 = 2h_{\max}a'g/(a' + g)$ или $h = h_{\max}g/(a' + g) = [450 \cdot 10/(40 + 10)]$ m $= 90$ m. **(1 т.)**

Решение: 2.1.1.



(0.2 т.)



(0.2 т.)

За първата верига може да запишем $\mathcal{E} = R_0 I_0 + U_{01} + U_{02}$, където $I_0 = U_{01}/R_1$, или:

$$\mathcal{E} = U_{01}R_0/R_1 + U_{01} + U_{02}. \textbf{ (0.8 т.)} \tag{1}$$

За втората верига може да запишем $\mathcal{E} = R_0 I_1 + U_1$, където $I_1 = U_1/R_1$, или:

$$\mathcal{E} = U_1 R_0/R_1 + U_1. \textbf{ (0.8 т.)} \tag{2}$$

От равенство (2) изразяваме $R_0/R_1 = (\mathcal{E} - U_1)/U_1$, заместваме в (1) и получаваме напрежението на източника:

$$\mathcal{E} = U_1 U_{02}/(U_1 - U_{01}) = [6 \cdot 4.5/(6-3)]\mathrm{V} = 9 \text{ V}. \textbf{ (1 т.)} \tag{3}$$

Решение: 2.1.2. Аналогично на предното подусловие за последната верига можем да запишем равенства еквивалентни на (1) и (2):

$$\mathcal{E} = U_{02}R_0/R_2 + U_{01} + U_{02}. \textbf{ (0.5 т.)} \tag{4}$$

$$\mathcal{E} = U_2 R_0/R_2 + U_2. \textbf{ (0.5 т.)} \tag{5}$$

Този път от (5) изразяваме $R_0/R_2 = (\mathcal{E} - U_2)/U_2$, заместваме в (4) и получаваме напрежението върху резистора R_2:

$$U_2 = \mathcal{E}U_{02}/(\mathcal{E} - U_{01}) = [9 \cdot 4.5/(9-3)] \text{ V} = 6.75 \text{ V}. \textbf{ (1 т.)} \tag{6}$$

Решение: 2.2. Като запишем закона на Ом за двете вериги, получаваме:

$$I_1 = \mathcal{E}/(R_0 + R_1) \text{ и } I_2 = \mathcal{E}/(R_0 + R_2). \textbf{ (2 т.)} \tag{7}$$

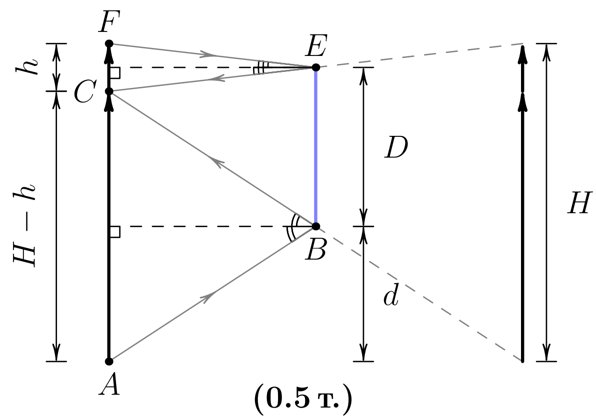
Оттук може да определим съпротивлението R_0 и напрежението $\mathcal{E}$:

$$R_0 = (I_2R_2 - I_1R_1)/(I_1 - I_2) = 0.5 \text{ k}\Omega \text{ и } \mathcal{E} = I_2I_1(R_2 - R_1)/(I_1 - I_2) = 6 \text{ V}. \textbf{ (2 т.)} \tag{8}$$

За тока през амперметъра получаваме:

$$I = \mathcal{E}/R_0 = I_2I_1(R_2 - R_1)/(I_2R_2 - I_1R_1) = 12 \text{ A}. \textbf{ (1 т.)} \tag{9}$$

Решение: 3.1.1.



(0.5 т.)

Ще използваме следните означения: $AC = H - h$ – човек (т. C е началото на шапката и определя положението на очите на човека); $CF = h$ – шапка; $BE = D$ – огледало. Образът на човека е от дясната страна на огледалото, намира се на същото разстояние и има същата големина като човека. **(0.5 т.)**

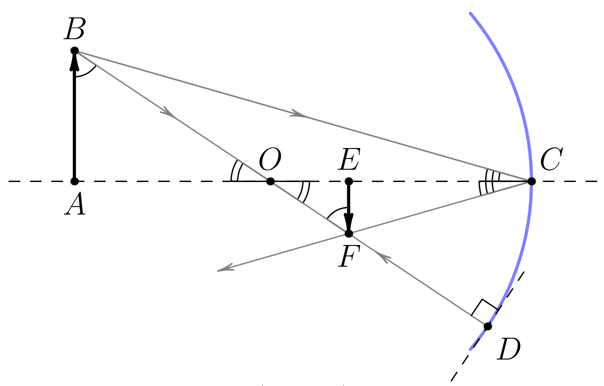
Човекът вижда само себе си и шапката, така че може да разгледаме два лъча. Първият започва от т. A, отразява се от долната страна на огледалото (т. B) и достига до очите на човека (т. C). Вторият започва от горната част на шапката (т. F), отразява се от огледалото (т. E) и стига до очите на човека. Тъй като за всеки от лъчите ъгълът на падане е равен на ъгъла на отражение, то $\triangle ABC$ и $\triangle CEF$ са равнобедрени. Височината към основата на равнобедрения триъгълник е и нейна медиана, тогава може да запишем, че $BE = AC/2 + CF/2 = (H-h)/2 + h/2 = H/2$, откъдето получаваме, че $D = H/2 = 1$ m. **(2 т.)**

От чертежа се вижда, че височината, на която се намира огледалото е $d = H - D - h/2 = H - H/2 - h/2 = (H-h)/2 = 85$ cm. **(0.5 т.)**

Отговорите, които получаваме не зависят от разстоянието между човека и огледалото. При така поставената задача няма ограничение за разстоянието между човека и огледалото. **(0.5 т.)**

Решение: 3.1.2. Ако огледалото се намира на същата височина от пода, за да не се вижда шапката, горният край на огледалото трябва да е на нивото на очите на човека. **(1 т.)** В този случай височината на огледалото трябва да е $D' = D - h/2 = H/2 - h/2 = (H-h)/2 = 85$ cm. **(1 т.)**

Решение: 3.2.



(0.5 т.)

Ще използваме следните означения: $AB = H$, $AC = p$, $EC = q$, $OC = R$, $EF = h$. **(0.5 т.)**

Построяваме образа на предмета, като разглеждаме два лъча. Първият от горния край на предмета т. B, който се отразява във върха на огледалото – т. C, при това ъгълът на падане е равен на ъгъла на отражение. След отражението лъчът минава през т. F. Вторият лъч отново започва от т. B, минава през центъра на огледалото т. O, отразява се от огледалото и се връща обратно. Пресечната точка на двата лъча е т. F. **(2 т.)** От подобните триъгълници $\triangle AOB \sim \triangle EOF$ може да запишем $AO/AB = EO/EF$ или $(p-R)/H = (R-q)/h$, откъдето $h = H(R-q)/(p-R) = [20 \cdot (40-28)/(70-40)]$ mm $= 8$ mm. **(1 т.)**