МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

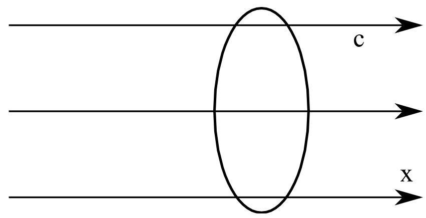
1-3 ноември 2018 г., гр. Сандански

СПЕЦИАЛНА ТЕМА

Задача 1. Вектор на Пойнтинг

Векторът на Пойнтинг $\vec{S}$ описва разпространението на електромагнитната (ЕМ) енергия в пространството. Дефинира се по следния начин. Посоката му съвпада с посоката на разпространение на енергията, а големината му е равна на енергията преминала за единица време през единица площ, перпендикулярна на посоката на $\vec{S}$. В тази задача ще изведете формула за $\vec{S}$ за монохроматична ЕМ вълна във вакуум, изразен чрез интензитета на електричното поле $\vec{E}$ и индукцията на магнитното поле $\vec{B}$. За целта следвайте стъпките, описани в долните подточки.

а) Най-напред да допуснем, че пространството е еднородно изпълнено с ЕМ енергия с плътност ρ, която се разпространява в определена посока, напр. в хоризонтално направление (фиг. 1), със скоростта на светлината c. Намерете количеството енергия (S), преминала за единица време през единица площ, перпендикулярна на посоката на разпространение. Полученият израз трябва да съдържа ρ и c. **[1 т.]**



Фиг. 1

Тъй като пространството е изпълнено с електрично и магнитно поле, плътността на енергията е сума от плътността на енергията на електричното поле и тази на магнитното поле: $\rho = \rho_{\mathrm{E}} + \rho_B$. За да намерите ρ_{E}, разгледайте зареден плосък кондензатор без диелектрик. Знаем, че в добро приближение на безкраен кондензатор, т.е. когато размерът на плочите е много по-голям от разстоянието между тях, електричното поле е локализирано изцяло между плочите на кондензатора, където то е еднородно. Знаем също така, че енергията на зареден кондензатор може да се интерпретира като енергия на електричното поле, което той създава. Следвайте стъпките:

б) Изведете формула за капацитета C на безкраен плосък кондензатор, изразен чрез площта на плочата A, разстоянието между двете плочи d и фундаментални константи. Като междинна стъпка получете интензитета на електричното поле в обема на кондензатора с помощта на теоремата на Гаус. **[1 т.]**

в) Изведете формула за електростатичната енергия W_E на кондензатора, изразена чрез капацитета C и напрежението между плочите U. **[1 т.]**

г) Използвайки получения резултат, изведете формула за ρ_{E}, изразена чрез интензитета E и фундаментални константи. Приемете, че енергията на безкрайния кондензатор W_E е съсредоточена изцяло в обема му. **[1 т.]**

Аналогично, за да намерите ρ_B, разгледайте соленоид, по който тече постоянен ток. В добро приближение на безкраен соленоид, когато дължината на соленоида е много по-голяма от радиуса му, полето е локализирано изцяло в обема на соленоида, където то е еднородно. Следвайте стъпките:

д) Изведете формула за индуктивността L на безкраен соленоид. Като междинна стъпка изведете магнитната индукция в обема на соленоида с помощта на теоремата за циркулацията.

Означете дължината с l, площта на напречното сечение с A, а броя намотки на единица дължина с n. **[1 т.]**

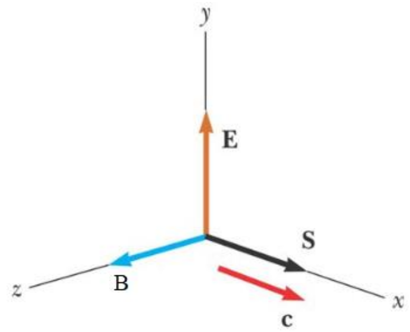
е) Изведете формула за магнитната енергия W_B на соленоида, изразена чрез индуктивността L и тока I. **[1 т.]**

ж) Използвайки получения резултат, изведете формула за ρ_B, изразена чрез индукцията B и фундаментални константи. Приемете, че енергията на безкрайния соленоид W_B е съсредоточена изцяло в обема му. **[1 т.]**

з) Напишете израз за плътността ρ. **[1 т.]**

Разгледайте електромагнитна вълна във вакуум, разпространяваща се по оста x, както е показано на фиг. 2. Връзката между големините на електричното поле и магнитното поле във всеки момент е $B = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\mathrm{E}$.

и) Изведете формула за големината S на вектора $\vec{S}$, в която участват полетата E и B. Използвайте резултата от подточка а), както и формулата за скоростта на светлината: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$. **[1 т.]**



Фиг. 2

й) Изведете формула за вектора $\vec{S}$, която трябва да задава не само големината на вектора, но и посоката му. Посоките на векторите $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{S}$ са указани на фиг. 2. **[1 т.]**

Упътване:

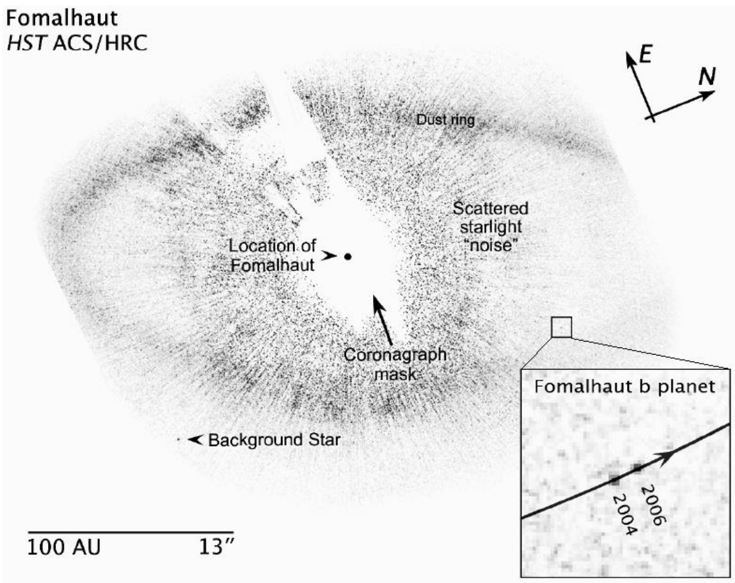
Теорема на Гаус: $\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{q_з}{\varepsilon_0}$, където интегрираме по повърхност, заграждаща заряд $q_з$.

Теорема за циркулацията: $\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I_з$, където интегрираме по контур, заграждащ ток $I_з$.

<u>Задача 2. Механика</u>

Част 1

Фигура 3 показва изображение от телескопа Хъбъл на Fomalhaut b – първата планета извън Слънчевата система, наблюдавана във видима светлина. Планетата обикаля в орбита около звездата Fomalhaut. Мащабът на по-голямото изображение е показан в долния ляв ъгъл на Фиг. 3.



Фиг. 3

а) Планетата обикаля по кръгова орбита с радиус R_B и период T_B. За две години тя изминава разстояние s, което може да бъде измерено от фигурата. Изведете израз за масата M_B на звездата, съдържащ R_B, T_B, масата на Слънцето M_S и фундаментални константи. **[2 т.]**

б) Оценете масата на звездата в Слънчеви маси. Приемете, че орбитата на планетата е кръгова и че равнината на орбитата съвпада с равнината на изображението. Спомнете си, че Земята обикаля около Слънцето по орбита с радиус 1 астрономична единица ($R_{\mathrm{S}} = 1$ AU) за 1 година ($T_{\mathrm{S}} = 1$ Y). **[1 т.]**

в) Въведете означението $r = \frac{M_{\mathrm{B}}}{M_{\mathrm{S}}}$. Оценете относителната грешка на r, при положение, че относителните грешки при измерване на s и R_{B} са 10%. Напишете долна и горна граница за r. **[2 т.]**

Упътване: Нека $r = \alpha X^a Y^b Z^c$, където α, a, b и c са константи, а X, Y и Z са променливи. Ако дефинираме грешката в r като средноквадратично отклонение от средната стойност: $\Delta r = \sqrt{\overline{r^2}}$, относителната грешка се смята по следната формула:

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 = \left(a\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2 + \left(c\frac{\Delta Z}{Z}\right)^2$$

Част 2

Маслена капка с маса m и пренебрежими размери е изстреляна вертикално нагоре със скорост v_0. Силата на съпротивлението от страна на въздуха е пропорционална на скоростта: $F = -kv$. Капката се издига до височина h и след време t_{f} пада в първоначалната точка от своята траектория. Земното ускорение е g. Намерете:

г) израз за скоростта v на капката като функция на времето t; **[2 т.]**

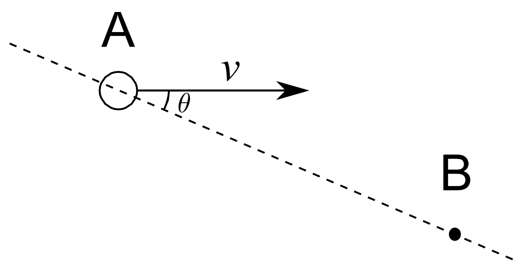
д) времето t_h, за което капката се издига до най-високата точка от траекторията си; **[1 т.]**

е) максималната височина h. **[2 т.]**

<u>Задача 3. Ефект на Доплер</u>

Част 1

На фиг. 5 е показан монохроматичен източник на звук (A), който се движи праволинейно с постоянна скорост v. Векторът на скоростта е насочен под ъгъл θ спрямо правата, свързваща източника с приемник (B). Източникът излъчва звук с постоянна честота f. Ефектът на Доплер се изразява в това, че честотата f', регистрирана от приемника, се различава от излъчената честота f. Скоростта на звука е c.



Фиг. 5

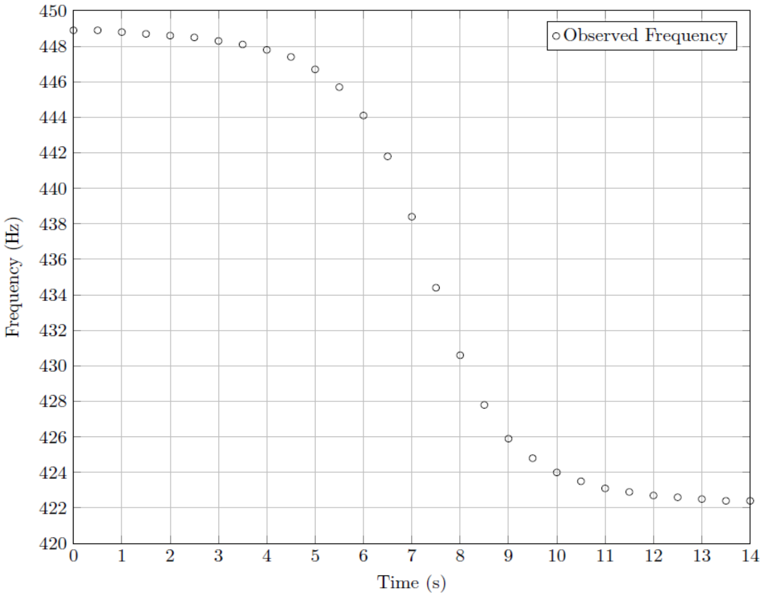
а) Изведете формула за честотата f' като функция на f, v, c и θ. **[2 т.]**

Част 2

Звуковият източник преминава край приемника. Началното разстояние, от което той потегля, е огромно, така че първоначално ъгълът θ е приблизително нула. На фиг. 6 е показана регистрираната честота f' като функция на времето. Скоростта на звука е 340 m/s. Изведете аналитичен и числен израз за:

б) скоростта v и честотата f. **[1 т.]**

в) най-малкото разстояние d между източника и приемника. **[3 т.]**



Фиг. 6

Част 3

Човек се е скрил под скална козирка с цел да се предпази от проливен дъжд. В даден момент козирката рухва и човекът започва да крещи с честота $f = 3$ KHz. Земното ускорение е $g = 10$ m/s^2. Изведете формула за:

г) честотата f', която „чува“ козирката. **[2.5 т.]**

д) честотата f'' на отразения от козирката звук, който чува човекът. **[2.5 т.]**