6 бр.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА,
17 – 19 ноември 2017 г., Варна
Решения и указания на тема за 9. клас (трета състезателна група)

Задача 1. Трупчета и макара

а) На трупчето с маса $3m$ действа сила на триене с големина $f = kN = 3kmg$. Като отчетем посоките на всички сили, които действат на трупчетата, се получават следните уравнения от II принцип на Нютон: (1.1) $T_1 - 3kmg = 3ma$ **[0,5 т.]**, (1.2) $T_2 - T_1 + mg = ma$ **[0,5 т.]**, (1.3) $2mg - T_2 = 2ma$ **[0,5 т.]**. Като съберем трите уравнения, за да изключим силите на опън, получаваме, че ускорението $a = \frac{(1-k)g}{2} \approx 3{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. **[0,5 т.]**

б) От уравнението (1.1) следва, че $m = \frac{T_1}{3(a+kg)} = \frac{2T_1}{3(1+k)g} \approx 0{,}26\ \mathrm{kg}$. **[1 т.]**

в) От (1.3) се получава, че $T_2 = 2m(g-a) = \frac{2T_1}{3} \approx 3{,}3\ \mathrm{N}$. **[1 т.]**

г) След като долната нишка е прерязана, за двете останали трупчета се изпълняват следните уравнения от II принцип на Нютон: $T_1' - 3kmg = 3ma'$ **[0,5 т.]** и $mg - T_1' = ma'$ **[0,5 т.]**. Като съберем уравненията, ще получим: $a' = \frac{(1-3k)g}{4}$. **[0,5 т.]** Времето от началото на движението до прерязването на нишката ще означим с $t_1 = \sqrt{\frac{4\ell}{3a}} = \sqrt{\frac{8\ell}{3(1-k)g}}$. **[0,5 т.]** Времето от прерязването на нишката до удара с макарата ще означим с t_2. За t_2 имаме следното квадратно уравнение: $\frac{\ell}{3} = at_1t_2 + \frac{a't_2^2}{2}$. **[0,5 т.]** След неговото решаване получаваме, че $t_2 = \frac{-at_1 + \sqrt{a^2t_1^2 + 2\ell a'/3}}{a'} = \frac{2\left(\sqrt{5-7k} - 2\sqrt{1-k}\right)}{1-3k}\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$. **[0,5 т.]** Окончателно получаваме, че $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{8\ell}{3(1-k)g}} + \frac{2\left(\sqrt{5-7k} - 2\sqrt{1-k}\right)}{1-3k}\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} \approx 1{,}1\ \mathrm{s}$. **[0,5 т.]**

д) Нарастването на температурата $\Delta T = \frac{Q_1+Q_2}{3mc}$ **[0,5 т.]**, където Q_1 е предадената на трупчето топлина по време на хлъзгането му по повърхността, а Q_2 е количеството топлина, която повишава температурата на трупчето по време на удара му с макарата. По условие $Q_1 = \frac{A_f}{3} = kmg\ell = \frac{2k\ell T_1}{3(1+k)}$. **[0,5 т.]** Имаме още, че $Q_2 = \frac{3}{4}m(at_1 + a't_2)^2 = \frac{3}{4}m(a^2t_1^2 + 2\ell a'/3) = \frac{(5-7k)\ell T_1}{12(1+k)}$. **[1 т.]** Окончателно $\Delta T = \frac{(5+k)g\ell}{24c} \approx 7{,}4\ \mathrm{mK}$. **[0,5 т.]**

Задача 2. Цилиндри с бутала

Част I а) Като отчетем посоките на силите, които действат на буталата, се получават следните две уравнения от II принцип на Нютон: (2.1) $F_1 - \pi R_1^2\Delta p = m_1a_1$ **[0,5 т.]**, (2.2) $\pi R_2^2\Delta p - F_2 = m_2a_2$ **[0,5 т.]**, където $\Delta p = p - p_0$. **[0,5 т.]** Тъй като флуидът в цилиндрите е несвиваем, обемът между буталата се запазва, т.е. $\pi R_1^2\Delta s_1 = \pi R_2^2\Delta s_2$ **[0,5 т.]**, където с Δs_1 и Δs_2 означаваме пътищата, изминати от лявото и дясното бутало, съответно. Като разделим двете страни на това уравнение на много малък интервал от време Δt, ще получим следното съотношение между големините на моментните скорости v_1 и v_2 на буталата: $R_1^2v_1 = R_2^2v_2$. Оттук имаме връзка и между измененията на скоростите на двете бутала за един и същ интервал от време: $R_1^2\Delta v_1 = R_2^2\Delta v_2$. Това означава, че имаме същата зависимост и между големините на ускоренията на буталата: $R_1^2a_1 = R_2^2a_2$. **[0,5**

т.] Заместваме a_2 от последното уравнение в (2.2), след което решаваме (2.1) и (2.2) спрямо a_1. Получаваме, че $a_1 = \frac{R_2^2(F_1R_2^2 - F_2R_1^2)}{m_1R_2^4 + m_2R_1^4} = 2{,}66\ \mathrm{m/s^2}$. **[1,5 т.]**

б) $a_2 = \frac{R_1^2 a_1}{R_2^2} = \frac{R_1^2(F_1R_2^2 - F_2R_1^2)}{m_1R_2^4 + m_2R_1^4} = 0{,}43\ \mathrm{m/s^2}$. **[1 т.]**

в) От уравнения (2.1) и (2.2) следва, че $\Delta p = \frac{m_1F_2R_2^2 + m_2F_1R_1^2}{\pi(m_1R_2^4 + m_2R_1^4)}$. **[1 т.]** Съответно $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{m_1F_2R_2^2 + m_2F_1R_1^2}{\pi(m_1R_2^4 + m_2R_1^4)} = 104{,}6\ \mathrm{kPa}$. **[0,5 т.]**

Част II Процесът, който протича с идеалния газ, е изобарен, т.е. във всеки един момент налягането му е p_0 и е равно на външното налягане. От закона на Шарл имаме: $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_0 + \Delta V}{T_0 + \Delta T}$ **[0,5 т.]**, където $\Delta V = Sv\Delta t$ **[0,5 т.]**, а Δt е изминалото време след включването на нагревателя. Оттук се получава, че $\Delta T = T_0 \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{T_0 Sv\Delta t}{V_0} = \frac{p_0 Sv\Delta t}{B}$. **[0,5 т.]** Съответното изменение на вътрешната енергия е $\Delta U = \frac{3}{2}B\Delta T = \frac{3}{2}p_0Sv\Delta t$. **[0,5 т.]** От I принцип на термодинамиката имаме, че $\Delta U = Q + A = P\Delta t - p_0\Delta V = P\Delta t - p_0Sv\Delta t$. **[1 т.]** Окончателно получаваме, че търсената мощност $P = \frac{5}{2}p_0Sv = 15\ \mathrm{W}$. **[0,5 т.]**

Задача 3. Топчета на нишки

а) При допирането на еднакви метални топчета техните заряди се разпределят поравно между тях, т.е. зарядите им след допирането са средноаритметичното на техните заряди преди да се допрат едно до друго. **[0,5 т.]** Следователно първото топче придобива заряд $q_1 = q/2$, второто топче се зарежда до $q_2 = q/4$, а третото става със заряд $q_3 = q/8$. **[1 т.]** Силата, която действа на средното топче, е векторна сума от силите, с които му действат останалите две топчета. **[0,5 т.]** Получава се, че $F = \frac{kq_1q_2}{d^2} - \frac{kq_2q_3}{4d^2} = \frac{15kq^2}{128d^2}$. **[1 т.]**

б) Средната точка е на разстояние $d_1 = d_3 = 3d/2$ от крайните две топчета и на разстояние $d_2 = d/2$ от средното топче. **[0,5 т.]** Големината на интензитета в тази точка е $E = \frac{kq_1}{d_1^2} + \frac{kq_2}{d_2^2} - \frac{kq_3}{d_3^2} = \frac{7kq}{6d^2}$. **[1,5 т.]**

в) Потенциалът в геометричния център на системата е алгебрична сума от потенциалите на трите заряда в тази точка: $\varphi = \frac{kq_1}{d_1} + \frac{kq_2}{d_2} + \frac{kq_3}{d_3} = \frac{11kq}{12d}$. **[1 т.]**

г) Условието за равновесие на крайното ляво топче е: $T_1 = \frac{kq^2}{8d^2} + \frac{kq^2}{144d^2} = \frac{19kq^2}{144d^2}$. **[1 т.]** По аналогичен начин условието за равновесие на крайното дясно топче е: $T_2 = \frac{kq^2}{128d^2} + \frac{kq^2}{144d^2} = \frac{17kq^2}{1152d^2}$. **[1 т.]** Отношението $\frac{T_1}{T_2} = \frac{152}{17} \approx 8{,}94$. **[0,5 т.]**

д) Големините на силите, които действат на топчетата непосредствено след прерязването на нишките, са $F_1 = \frac{kq_1q_2}{d^2} + \frac{kq_1q_3}{9d^2} = T_1 = \frac{19kq^2}{144d^2}$, $F_2 = F = \frac{15kq^2}{128d^2}$ и $F_3 = \frac{kq_2q_3}{4d^2} + \frac{kq_1q_3}{9d^2} = T_2 = \frac{17kq^2}{1152d^2}$. **[1 т.]** Оттук следва, че големините на ускоренията са: $a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{19kq^2}{144md^2}$, $a_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{15kq^2}{128md^2}$ и $a_3 = \frac{F_3}{m} = \frac{17kq^2}{1152md^2}$. **[0,5 т.]**