

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

25-27 ноември 2016 година

РЕШЕНИЕ НА ТЕМАТА за възрастова група 11-12. клас

Задача 1. Механика

а) Тъй като отсъстват сили на триене, промяната на кинетичната енергия на количката е следствие извършената работа от страна на гравитационната сила mg и силата на вятъра F :

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH - F \left(L + \frac{H}{\tan \alpha} \right). [2 \text{ т.}]$$

Така намираме

$$V_0 = \sqrt{2gH - \frac{2F}{m} \left(L + \frac{H}{\tan \alpha} \right)}, [0.5 \text{ т.}]$$

$$V_0 = \sqrt{10} \text{ m/s.} [0.5 \text{ т.}]$$

б) По аналогичен начин намираме и скоростта на количката, когато тя достига до основата:

$$\frac{mV_0^2}{2} + FL = \frac{mV_2^2}{2}. [1 \text{ т.}]$$

Така намираме

$$V_2 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2FL}{m}}, [0.5 \text{ т.}]$$

$$V_2 = \sqrt{15} \text{ m/s.} [0.5 \text{ т.}]$$

в) Отново по аналогичен начин намираме и максималното разстояние:

$$\frac{mV_0^2}{2} = F(L_{\max} - L), [1 \text{ т.}]$$

откъдето получаваме

$$L_{\max} = L + \frac{mV_0^2}{2F}, [0.5 \text{ т.}]$$

$$L_{\max} = 3 \text{ m.} [0.5 \text{ т.}]$$

г) **Първи начин:**

Имаме $T = T_1 + T_2$, където T_1 е времето за достигане до основата, а T_2 е времето за достигане на височината H . През първия етап количката се движи с ускорение $a = F/m$ [0.5 т.] насочено надясно. Така имаме

$$L = V_0 T_1 + \frac{F}{2m} T_1^2. [0.5 \text{ т.}]$$

Получаваме

$$T_1 = \frac{2}{5}(\sqrt{15} - \sqrt{10}) \approx 0.284 \text{ s. [0.5 т.]}$$

$$a_2 = g \sin \alpha - \frac{F}{m} \cos \alpha = -15 / (2\sqrt{2}) \approx -5.3 \text{ m/s}^2, \text{ [0.5 т.]}$$
$$T_2 = \frac{-V_2 + \sqrt{V_2^2 + 2a_2L_2}}{a} \text{ и } T_2 \approx 0.730 \text{ с. [0.5 т.]}$$

Формулата $L = V_0 T_1 + \frac{a}{2} T_1^2$ може да се напише като $L = \left(\frac{V_0 + V_2}{2} \right) T_1$ [1 т.], като се използва, че

$V_2 - V_0 = aT_1$. Така намираме $T_1 = \frac{2L}{V_0 + V_2}$ [1 т.]. Аналогично намираме и $T_2 = \frac{2H / \sin \alpha}{V_2}$ [1 т.].

а) Поради симетрията в схемата, имаме точки с равен потенциал, съответно 2, 4, 5 и 3, 6, 7. Свързваме ги мислено с проводник и чертаем еквивалентна схема, показана на фиг. 3 а):

4

$$R = \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{3/8+3/12} + \frac{1}{1/3+1/3+1/3} = \frac{44}{15} \Omega \approx 2.93 \Omega. [1 \text{ т.}]$$

б) За отделената топлина получаваме $P = \frac{U^2}{R} = \frac{540}{11} W \approx 49.1 W. [1 \text{ т.}]$

в) Първо намираме пълния ток:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{45}{11} A \approx 4.1 A. [1 \text{ т.}]$$

Използваме схемата от фиг. 3 а), за да определим тока във всеки клон на веригата. За да намерим токовете в 6-те успоредно свързани съпротивления, намираме напрежението между

точки 2 и 6, $U_{26} = \frac{1}{3/8+3/12} I = \frac{8}{5} I$. Така например за I_{26} намираме:
 $I_{26} = U_{26} / 8 = I / 5 = 9 / 11 \approx 0.81 A.$

Токовете са:

$$I_{12} = I_{14} = I_{15} = I / 3 \approx 1.36 A, [0.5 \text{ т.}]$$

$$I_{26} = I_{34} = I_{57} = I / 5 \approx 0.81 A, [0.5 \text{ т.}]$$

$$I_{23} = I_{47} = I_{56} = 2I / 15 \approx 0.55 A, [0.5 \text{ т.}]$$

$$I_{38} = I_{68} = I_{78} = I / 3 \approx 1.36 A [0.5 \text{ т.}]$$

г) След достатъчно време през кондензаторите няма да тече ток. Сегментът с 6 успоредно свързани резистора от фиг. 3 а) се редуцира до 3 успоредно свързани резистора със съпротивление 8Ω . Новото еквивалентно съпротивление е

$$R_2 = \frac{1}{1+1+1} + \frac{1}{3/8} + \frac{1}{1/3+1/3+1/3} = 4 \Omega. [1 \text{ т.}]$$

Токът през веригата вече е

$$I = \frac{U}{R_2} = 3 A. [0.5 \text{ т.}]$$

Трите клона, по които тече ток, са идентични и провеждат $1/3$ от общия ток, т.е. $1 A$, поради което напрежението върху всеки кондензатор е $U_C = (1A)(8\Omega) = 8 V. [0.5 \text{ т.}]$

За зарядите получаваме

$$Q = CU_C = (15mF)(8V) = 120 mC. [0.5 \text{ т.}]$$

За електростатичната енергия на всеки кондензатор получаваме

$$W = \frac{CU_C^2}{2} = 480 mJ. [0.5 \text{ т.}]$$

Задача 3. Оптика

Част 1

а) Тъй като излъчената светлина е с идентично спектрално разпределение, температурата на новата жичка е равна на температурата на старата. За мощностите имаме

$$P_1 = 2\pi r_1 L_1 \sigma T^4, \quad [1 \text{ т.}]$$

$$P_2 = 2\pi r_2 L_2 \sigma T^4.$$

За първата крушка имаме $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$ и $R_1 = \rho \frac{L_1}{\pi r_1^2}$, откъдето $P_1 = \frac{U^2}{\rho L_1} \pi r_1^2$ [1 т.]. Аналогично за втората крушка имаме $P_2 = \frac{U^2}{\rho L_2} \pi r_2^2$ (работните напрежения U по условие са равни).

Тъй като по условие имаме $P_2 = nP_1$, от първата система получаваме $n r_1 L_1 = r_2 L_2$ [0.5 т.], а от втората

$$n \frac{r_1^2}{L_1} = \frac{r_2^2}{L_2}. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

От тези две уравнения окончателно получаваме

$$r_2 = n^{2/3} r_1, \quad [1 \text{ т.}]$$

$$L_2 = n^{1/3} L_1.$$

Част 2

б) За мощността имаме $P = 4\pi R^2 k$ [1 т.], откъдето $P \approx 3.7 \times 10^{26} \text{ W}$. [1 т.]

в) За единица време Δt маса Δm се превръща в радиация с енергия $\Delta E = \Delta m c^2$ [0.5 т.], където c е скоростта на светлината във вакуум. Така намираме $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} c^2$ [0.5 т.], откъдето

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2} \approx 4 \times 10^9 \text{ kg/s}. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Пълната маса, превърната в радиация, е $\Delta M = \frac{\Delta m}{\Delta t} T_\odot$ и търсеното съотношение е

$$\frac{\Delta M}{M_\odot} = \frac{\Delta m}{M_\odot} \frac{T_\odot}{\Delta t} \approx 6 \times 10^{-5}. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

г) Имам

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2}, I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Избираме $R_1 = 1 \text{ AU}$, а R_2 е търсеното разстояние. Заместваме във формулата от условие в), откъдето получаваме

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = -5 \log_{10} \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad [0.5 \text{ т.}],$$

преобразуваме и получаваме $\frac{R_2}{R_1} = 10^{-5(m_1 - m_2)} \quad [0.5 \text{ т.}]$. След като заместим $m_1 = -27$ и $m_2 = 6$, получаваме

$$R_2 \approx 4 \times 10^6 \text{ AU}. \quad [0.5 \text{ т.}]$$