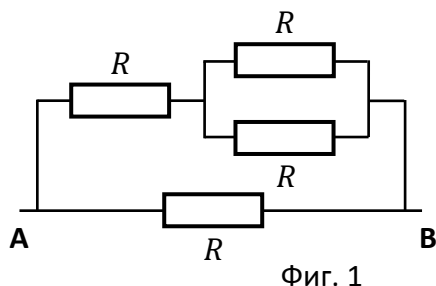


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА,
14 – 15 ноември 2015 г., Велико Търново
Тема за 11–12. клас, Решения и указания

Задача 1. Електрическа верига.



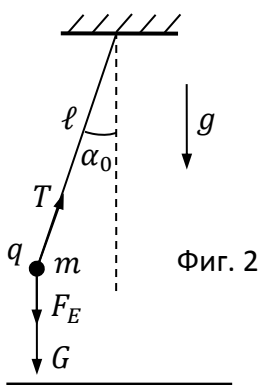
а) Еквивалентната схема на свързване е дадена на фиг. 1. [1 т.] Съпротивлението, което ще се измери между точките **A** и **B**, е $R_{AB} = \frac{3R}{5} = 15 \Omega$. [2 т.]

б) Токът през батерията е $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{AB} + r_0}$. [0,5 т.] Съответно токът през горния резистор е $I_R = \frac{2IR_{AB}}{3R} = \frac{2\mathcal{E}R_{AB}}{3R(R_{AB} + r_0)} \approx 0,13 \text{ A}$. [1,5 т.]

в) Електричната мощност, която се отделя в четирите резистора, е $P = I^2 R_{AB} = \frac{\mathcal{E}^2 R_{AB}}{(R_{AB} + r_0)^2} \approx 1,62 \text{ W}$. [1 т.]

г) Отделената мощност в резисторите е $P = \frac{\mathcal{E}^2 R_{AB}}{(R_{AB} + r_0)^2} = \frac{15\mathcal{E}^2 R}{(3R + 5r_0)^2}$. Т.е. искаме да намерим най-голямата стойност на $x = \frac{R}{(3R + 5r_0)^2}$. [0,5 т.] Тъй като при R , клонящо към нула или безкрайност, x клони към нула, то наистина съществува такъв максимум. Около максимума винаги има две различни стойности на R , за които x ще бъде едно и също. Тези стойности се получават като решение на квадратното уравнение $9xR^2 + (30xr_0 - 1)R + 25xr_0^2 = 0$. [0,5 т.] Единствено в максимума ще има една единствена стойност на R за фиксирано $x_{\max}$, т.е. уравнението ще има един двоен корен. [0,5 т.] Този случай се реализира при нулиране на дискриминантата на уравнението: $(30xr_0 - 1)^2 - 900x^2 r_0^2 = 0$, [0,5 т.] откъдето $x_{\max} = \frac{1}{60r_0}$, $R = \frac{5r_0}{3} \approx 0,33 \Omega$, [1 т.] а $P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r_0} = 31,25 \text{ W}$. [1 т.]

Задача 2. Заредено махало.



а) Схемата с посоките на всички сили, които действат върху топчето, е изобразена на фиг. 2. [0,5 т.] Вертикално надолу действа силата на тежестта с големина $G = mg$. В същата посока е ориентирана и електростатичната сила, с която си взаимодействат топчето и заземената равнина. Топчето индуцира заряди по повърхността на равнината, които създават поле, еквивалентно на полето на точков заряд, разположен симетрично на топчето спрямо равнината и с противоположен знак, т.е. $F_E = \frac{kq^2}{4d^2} = \frac{4kq^2}{9\ell^2}$. [1 т.] Също така действа сила на опън по посока на нишката, с големина $T = (G + F_E)\cos\alpha_0 = \frac{1}{2}\left(mg + \frac{4kq^2}{9\ell^2}\right)$. [0,5 т.]

б) В първоначалния момент големината на силата, която е приложена в точката на окачване на нишката, е отново равна на $T = \frac{1}{2}\left(mg + \frac{4kq^2}{9\ell^2}\right)$, [0,5 т.] тъй като нишката е безмасова. Когато топчето е в най-долно положение, трябва да анализираме неговата динамика по вертикално направление. Топчето се движи по окръжност, така че сумарната сила, която му действа, трябва да е равна на ma_n , където $a_n = \frac{v^2}{\ell}$ е центростремителното ускорение (v е скоростта на топчето). [0,5 т.] Така за

големината на силата на опън на нишката се получава: $T' = G + F'_E + ma_n$, [0,5 т.] като големината на електростатичната сила $F'_E = \frac{4kq^2}{\ell^2}$. [0,5 т.] За да намерим скоростта на топчето в най-долно положение, ще използваме закона за запазване на енергията. Като се има предвид, че силата на опън не извършва работа върху топчето, получаваме $v = \sqrt{g\ell + \frac{4kq^2}{3m\ell}}$.

[1 т.] Големината на центростремителното ускорение е $a_n = g + \frac{4kq^2}{3m\ell^2}$. [0,5 т.] Окончателно получаваме, че $T' = 2mg + \frac{16kq^2}{3\ell^2}$. [0,5 т.]

в) Резултантната сила, която действа върху топчето при движението му, е тангенциална на траекторията му и има квазиеластичен характер. [0,5 т.] Нейната големина е $F \approx -mg \sin \alpha - \frac{kq^2}{(2d+\ell-2\ell \cos \alpha)^2} \sin \alpha$. [1 т.] Като се използват свойствата на тригонометричните функции за малки ъгли, се получава $F \approx -\left(mg + \frac{4kq^2}{\ell^2}\right) \sin \alpha$. [1 т.] Големината на силата може да се представи по следния начин: $F \approx -\left(\frac{mg}{\ell} + \frac{4kq^2}{\ell^3}\right) x$, [0,5 т.] където x е перпендикулярното отклонение на топчето от вертикалата, минаваща през точката на окачване на нишката. За честотата се получава $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{4kq^2}{m\ell^3}} \approx 0,77 \text{ Hz}$. [1 т.]

Задача 3. Движеща се дифракционна решетка.

а) Константата на решетката е $d = \frac{1}{500} \text{ mm} = 2 \text{ }\mu\text{m}$. [1 т.]

б) От формулата за дифракционна решетка $d \sin \theta = m\lambda$ [0,5 т.] следва, че $m = \frac{d \sin \theta}{\lambda} \leq \frac{d}{\lambda} \approx 3,8$, [0,5 т.] т.е. максималният порядък е трети. [0,5 т.]

в) От формулата за дифракционна решетка следва, че $\frac{xd}{\sqrt{x^2+l^2}} = m\lambda$, [0,5 т.] където x е разстоянието между нулевия и m -тия максимум върху екрана, а l е разстоянието между екрана и дифракционната решетка. Получава се, че $x = \frac{m\lambda l}{\sqrt{d^2-m^2\lambda^2}} = \frac{m\lambda(l_0+vt)}{\sqrt{d^2-m^2\lambda^2}}$, [1 т.] откъдето за първия максимум следва, че $u = \frac{\lambda v}{\sqrt{d^2-\lambda^2}}$ и $v = \frac{u\sqrt{d^2-\lambda^2}}{\lambda} \approx 3,6 \text{ cm/s}$. [1 т.]

г) Времето $t = \left(\frac{3\lambda l_0}{\sqrt{d^2-9\lambda^2}} - \frac{2\lambda l_0}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}}\right) / \frac{2\lambda v}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}} = \left(\frac{3\lambda l_0}{\sqrt{d^2-9\lambda^2}} - \frac{2\lambda l_0}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}}\right) / \frac{2u\sqrt{d^2-\lambda^2}}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}} \approx 2,96 \text{ s}$. [2 т.]

д) Разстоянието между втория и нулевия максимум е $x_2 = \frac{2\lambda l}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}}$. [0,5 т.] По посока на движението на дифракционната решетка действа проекция на силата на тежестта с големина $mg \sin \alpha$, [0,5 т.] а в противоположната посока действа сила на триене с големина $kmg \cos \alpha$, [0,5 т.] където m е масата на решетката. Движението е равноускорително надолу по равнината с ускорение $g(\sin \alpha - k \cos \alpha)$. [0,5 т.] Така се получава $a = \frac{2\lambda g(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{\sqrt{d^2-4\lambda^2}} \approx 2,5 \text{ m/s}^2$. [1 т.]