

Министерство на образованието и науката
Национално есенно състезание по физика
Велико Търново, 14 – 15 ноември 2015 г.
Тема 10. клас, Решения и указания

Задача 1. а) Честотата на трептене ν_1 и периодът T_1 се определят с изразите

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 1,6 \text{ Hz}, [1 \text{ т.}] \quad T_1 = \frac{1}{\nu_1} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 0,63 \text{ s}. [1 \text{ т.}]$$

Началното положение на махалото съответства на максимално отклонение от равновесното му положение. Тогава амплитудата A_1 е равна на удължението Δl_1 на пружината в равновесие, като имаме

$$A_1 = \Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 0,1 \text{ m}. \quad [1 \text{ т.}]$$

б) При движение на тялото от най-ниско до най-високо вертикално положение силата на тежестта е насочена противоположно на преместването. Тъй като тя е постоянна, работата W_1 е

$$W_1 = -G \cdot 2A_1 = -2mgA_1 = -1 \text{ J}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Работата W_2 на еластичната сила може да се оцени чрез изменението на потенциалната енергия E_p на деформираната пружина при движение от най-ниското положение 1 до най-високото ѝ положение 2, при което имаме

$$W_2 = E_p(1) - E_p(2) = \frac{k(2A_1)^2}{2} - 0 = 2kA_1^2 = 1 \text{ J}. \quad [1 \text{ т.}]$$

в) В този случай имаме

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}} \approx 2,2 \text{ Hz}, [1 \text{ т.}] \quad T_2 = \frac{1}{\nu_2} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} \approx 0,45 \text{ s}. [1 \text{ т.}]$$

Тъй като равновесното положение на махалото се е отместило нагоре с $\Delta l_2 = mg/2k$, за амплитудата на трептене получаваме

$$A_2 = A_1 + \Delta l_2 = \frac{3mg}{2k} = 0,15 \text{ m}. \quad [1 \text{ т.}]$$

г) От втория закон на Нютон за ускорението намираме

$$a = \frac{kA_2}{m/2} = 3g \approx 30 \text{ m/s}^2. \quad [1 \text{ т.}]$$

д) Търсената височина се дава с израз

$$h = A_2 - \frac{A_1}{2} = \frac{mg}{k} = 0,1 \text{ m.} \quad [1 \text{ т.}]$$

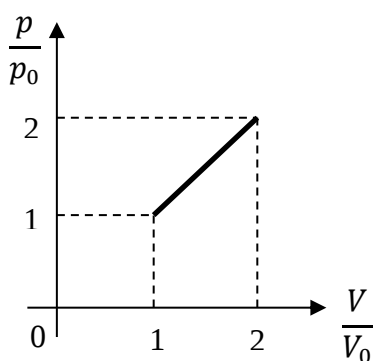
Задача 2. а) Нека означим коефициента на еластичност на пружината с k , а основата на цилиндъра с S . Когато дължината на еластичната пружина се измени с x , тя действа върху буталото със сила $F_1 = kx$ [0,5 т.]. От друга страна газът действа върху буталото със сила $F_2 = pS$ [0,5 т.], където p е налягането на газа. При равновесие $F_1 = F_2$, откъдето следва

$$p = \frac{k}{S} x = \frac{k}{S^2} V, \text{ т.е. } p = \alpha V. \quad [1 \text{ т.}]$$

б) При разширение имаме

$$\frac{p}{p_0} = \frac{V}{V_0}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Обемът на газа се променя от V_0 до $2V_0$, а налягането му ще се променя от p_0 до $2p_0$. На фиг. 1 е показана графиката на процеса. [1 т.]



Фиг. 1

в) От уравнението на състояние на газа за началната му температура T_0 имаме

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{B}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Максималната температура, която газът достига при разширението си, е

$$T_1 = \frac{2p_0 \cdot 2V_0}{B} = 4T_0. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Следователно в интервала от температури $T_0 \rightarrow 4T_0$ имаме

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} B(T - T_0) + A, \quad [1 \text{ т.}]$$

където A е извършената от газа работа. Тя отива за свиване на пружината, при което нараства потенциалната ѝ енергия, т.е.

$$A = \frac{kx^2}{2} - \frac{kl^2}{2} = \frac{k}{2S^2}V^2 - \frac{k}{2S^2}V_0^2 = \frac{1}{2}(pV - p_0V_0) = \frac{1}{2}B(T - T_0). [1 \text{ т.}]$$

Следователно при $T_0 \leq T \leq 4T_0$ имаме

$$T = T_0 + \frac{1}{2B}Q. [1 \text{ т.}]$$

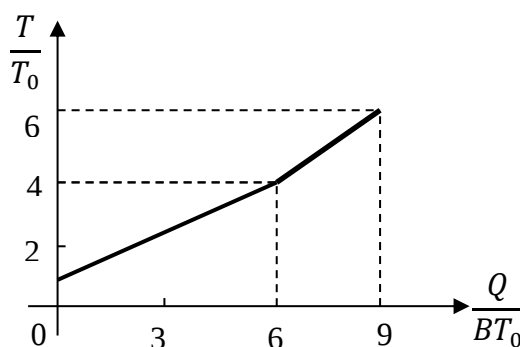
В температурния интервал $4T_0 \leq T \leq 6T_0$ нагряването става при постоянен обем. Тогава общото получено количество топлина Q се дава с изрази

$$Q - Q_1 = \Delta U = \frac{3}{2}B(T - T_1), [0,5 \text{ т.}]$$

където $Q_1 = 6BT_0$. Следователно за интервала $4T_0 \leq T \leq 6T_0$ имаме

$$T = T_1 + \frac{2}{3B}(Q - Q_1). [1 \text{ т.}]$$

Зависимостта на температурата T от полученото количество топлина Q е показана на фиг. 2. [1 т.]



Фиг. 2

Задача 3. а) Във всеки момент t след затваряне на ключа K напрежението на кондензатора $U_C(t) = q(t)/C$ [0,25 т.] и напрежението между краищата на резистора $U_R(t) = I(t)R$ [0,25 т.] удовлетворяват равенството

$$U_0 = U_C(t) + U_R(t) = \frac{1}{C}q(t) + I(t)R. [0,5 \text{ т.}]$$

Непосредствено след затваряне на ключа K имаме $U_C = 0$ [0,5 т.] и следователно токът е

$$I_0 = \frac{U_0}{R}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

б) От връзката между напреженията можем да получим съотношение между изменението на заряда Δq на кондензатора и изменението на тока ΔI през резистора за време Δt , т.е.

$$\frac{1}{C} \Delta q + R \Delta I = 0. \quad [1 \text{ т.}]$$

в) Тъй като $\Delta q \approx I \Delta t$ [0,5 т.], имаме равенството

$$\Delta t = -RC \frac{\Delta I}{I}. \quad [1 \text{ т.}]$$

г) Нека приемем, че $\Delta t = t_{1/2}$. Тъй като

$$\Delta I = \frac{I_0}{2} - I_0 = -\frac{I_0}{2}, \quad [1 \text{ т.}] \quad I \approx \bar{I} = \frac{1}{2} \left(I_0 + \frac{I_0}{2} \right) = \frac{3I_0}{4}, \quad [1 \text{ т.}]$$

получаваме $t_{1/2} \approx \frac{2}{3} RC \approx 0,67 RC$. [1 т.]

д) Докато продължава зареждането на кондензатора, през източника преминава заряд $q = CU_0$ [0,5 т.], т.е. източникът извършва работа $A = qU_0$ [0,5 т.]. Част от тази работа отива за зареждането на кондензатора, а останалата част се трансформира в топлина, отделена от резистора, като е изпълнено равенството

$$qU_0 = \frac{1}{2} CU_0^2 + Q. \quad [1 \text{ т.}]$$

Следователно имаме

$$Q = \frac{CU_0^2}{2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$