

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА
8 – 9 НОЕМВРИ 2014 Г., ПЛЕВЕН
Тема 9. клас, Решения и указания

Задача 1. (Механика)

а) С E_1 и E_2 ще означим механичните енергии на тялото съответно в началото на движението, където тялото е в крайно лява позиция, и в края, където тялото е на върхната точка на дъгата. Имаме следната връзка:

$$E_2 - E_1 = A, [0.5 \text{ т.}]$$

където A е работата на силата на триене, натрупана при движението по хоризонталната повърхност. Имаме $A = -kmgL$ [0.5 т.], $E_1 = \frac{mv_0^2}{2}$ [0.5 т.] и $E_2 = \frac{mv^2}{2} + mgh$ [0.5 т.], където v е скоростта на тялото във върхната точка на дъгата. От геометрични съображения получаваме, че $h = R/2$ [0.5т] (използваме, че в правоъгълен триъгълник отношението на катета и хипотенузата е $1/2$ при срещулежащ ъгъл от 30°). Следователно:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{mgR}{2} \right) = kmgL. [0.5 \text{ т.}]$$

За да падне тялото, трябва да е изпълнено $v > 0$, откъдето за началната скорост получаваме

$$v_0 > \sqrt{g(2kL + R)}. [1 \text{ т.}]$$

б) В този случай имаме $E_1 = mgh$ [0.5 т.], $E_2 = 0$ [0.5 т.] и $A = -kmgL_2$ [0.5 т.], където E_1 е механичната енергия на тялото в началната позиция (на върха на дъгата), E_2 е механичната енергия на тялото в покой, след като то е изминало разстояние L_2 по хоризонталната повърхност, а A е работата на силата на триене.

Имаме $mgh = kmgL_2$ [0.5 т.]. Отново заместваме $h = R/2$ и получаваме

$$L_2 = \frac{R}{2k} [1 \text{ т.}].$$

в) Движението на тялото по хоризонталната повърхност е равнозакъснително с ускорение a . Имаме $F = kmg = ma$ [0.2 т.], откъдето получаваме $a = kg$ [0.2 т.]. За изминатото разстояние x имаме $x = v_0 t - \frac{kg t^2}{2}$ [0.3 т.], а за скоростта имаме $v = v_0 - kg t$ [0.3 т.]. Нека означим с T времето, за което тялото изминава пътя с дължина L (до основата на дъгата, където движението спира). Така намираме $v_0 = kgT$ [0.2 т.], а оттам получаваме $T = \sqrt{\frac{2L}{kg}}$ [0.5т]. За пълната работа на силата на триене намираме $A = -kmgL$ [0.3 т.]. Така окончателно за средната мощност получаваме

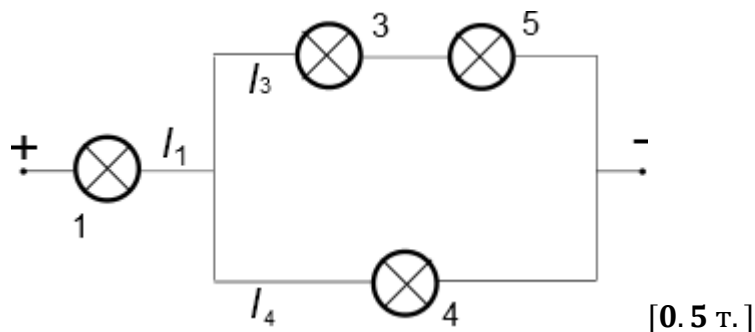
$$P = \frac{A}{T} = -m \sqrt{\frac{(kg)^3 L}{2}} [1 \text{ т.}].$$



Фиг. 1

Задача 2. (Електричество)

а) C_1 и C_2 са отворени. Еквивалентната схема е следната (ток през втората крушка не протича):



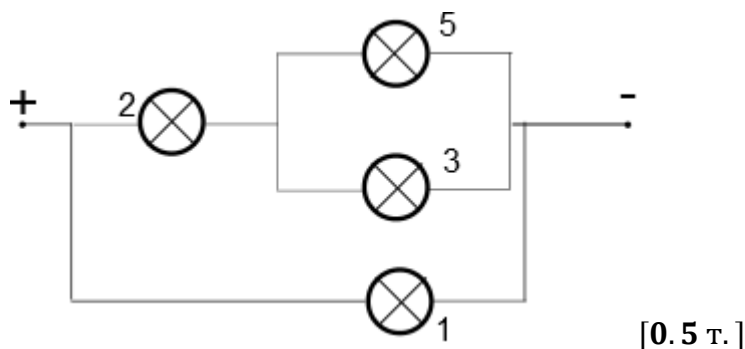
С I_1 , I_3 и I_4 са означени токовете, протичащи съответно през крушките 1, 3 и 4. Изпълнено е $I_3 = I_5$. За токовете намираме следната връзка:

$$I_2 = 0 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_3 = \frac{I_1}{3} \text{ [0.2 т.]}, \quad I_4 = \frac{2I_1}{3} \text{ [0.2 т.]}, \quad I_5 = \frac{I_1}{3} \text{ [0.2 т.]}$$

Тъй като за всяка крушка е изпълнен законът на Ом $U = R I$, за мощността имаме $P = I^2 R$, където R е съпротивлението на всяка крушка. Следователно за мощностите получаваме следната връзка:

$$\frac{P_2}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_3}{P_1} = \frac{1}{9} \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_4}{P_1} = \frac{4}{9} \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_5}{P_1} = \frac{1}{9} \text{ [0.3 т.]}$$

б) C_1 и C_2 са затворени. Еквивалентната схема е следната (ток през четвъртата крушка не протича):



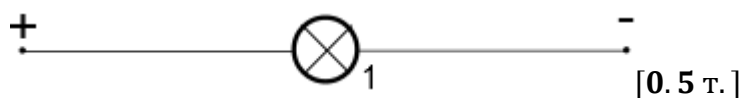
За токовете намираме следната връзка:

$$I_2 = \frac{2}{3} I_1 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_3 = \frac{I_1}{3} \text{ [0.2 т.]}, \quad I_4 = 0 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_5 = \frac{I_1}{3} \text{ [0.2 т.]}$$

За мощностите получаваме следната връзка:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{4}{9} \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_3}{P_1} = \frac{1}{9} \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_4}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_5}{P_1} = \frac{1}{9} \text{ [0.3 т.]}$$

в) C_1 е отворен, а C_2 затворен. Еквивалентната схема е следната (ток протича само през първата крушка):



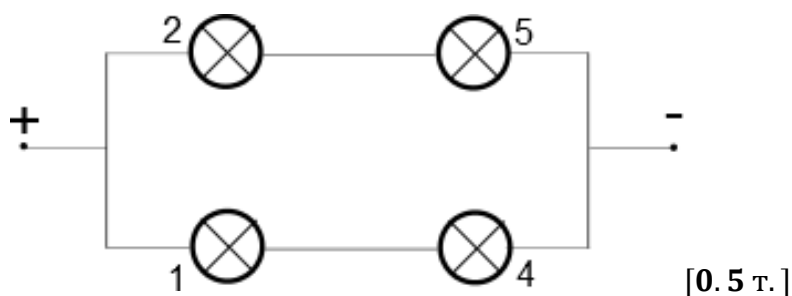
За токовете намираме следната връзка:

$$I_2 = 0 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_3 = 0 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_4 = 0 \text{ [0.2 т.]}, \quad I_5 = 0 \text{ [0.2 т.]}$$

За мощностите получаваме следната връзка:

$$\frac{P_2}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_3}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_4}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_5}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}$$

г) C_1 е затворен, а C_2 е отворен. Поради симетрията в електрическата схема ток не протича през крушка 3 и следователно еквивалентната схема е:



За токовете намираме следната връзка:

$$I_1 = I_2 = I_4 = I_5, \quad I_3 = 0. \text{ [по 0.2 т. за равенство]}$$

За мощностите получаваме:

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_3}{P_1} = 0 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_4}{P_1} = 1 \text{ [0.3 т.]}, \quad \frac{P_5}{P_1} = 1 \text{ [0.3 т.]}$$

Задача 3. (Електростатика)

а) Работата A намираме чрез потенциала на електричното поле φ_a , създадено от триъгълника, в точката, където е поставен зарядът q :

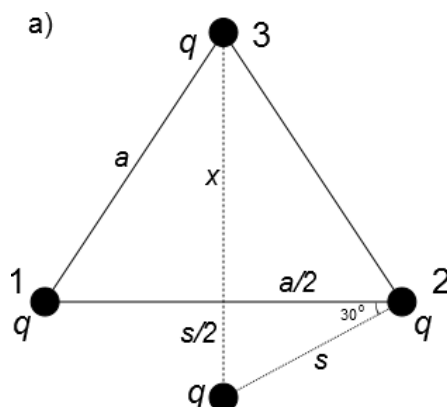
$$A = q \varphi_a \text{ [0.5 т.]}$$

Потенциалът φ_a е сума от потенциалите на трите заряда в триъгълника:

$$\varphi_a = k \frac{q}{s_1} + k \frac{q}{s_2} + k \frac{q}{s_3} \text{ [0.5 т.]},$$

където s_1 , s_2 и s_3 са разстоянията между свободния заряд и зарядите в точки 1, 2 и 3. Изпълнено е $s_1 = s_2 = s$.

Използваме Питагорова теорема, за да пресметнем разстоянието s : $\frac{s^2}{4} + \frac{a^2}{4} = s^2$ [0.2 т.], като използваме свойството, че в правоъгълен триъгълник с ъгъл от 30 градуса отношението между катета и хипотенузата е 1/2 (виж фигурата) [0.2 т.].



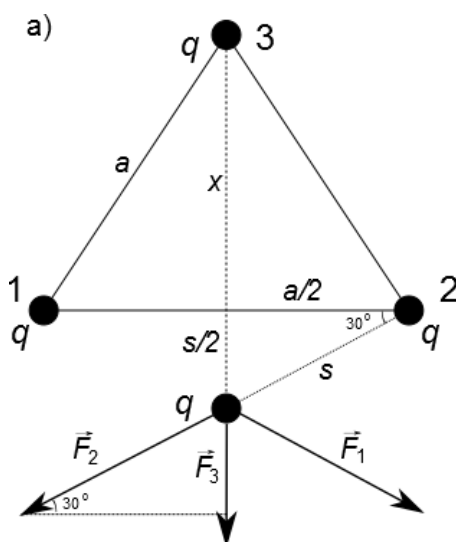
Така за s намираме: $s = \frac{a}{\sqrt{3}}$ [0.1 т.]. По същия начин за височината x получаваме $x = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ [0.1 т.]. Намираме s_3 като сума от височината x и разстоянието $s/2$:

$$s_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \text{ [0.1 т.]}$$

Така получаваме: $\varphi_a = k \frac{q}{a} \frac{5\sqrt{3}}{2}$ [0.3 т.] и съответно

$$A = k \frac{q^2}{a} \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ [1 т.]}$$

б) Силата, с която действат зарядите от триъгълника върху свободния заряд, е векторна сума от сили: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ [1 т.]. От съображения за симетрия силата $\vec{F}$ е с вертикално направление (виж фигурата долу).



Проекциите на $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ във вертикално направление получаваме като разделим големините им на 2 (имаме срещулежащ ъгъл от 30 градуса). Така големината на пълната сила $\vec{F}$, която бележим с F , е равна на

$$F = F_1 + F_3 \text{ [1 т.]},$$

където F_1 и F_3 са големините на $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ и сме отчели, че $F_1 = F_2$. Следователно имаме

$$F = \frac{kq}{s^2} + \frac{kq}{(x+s/2)^2} = \frac{15}{4} \frac{kq}{a^2} \text{ [1 т.]}. \quad \text{[1 т.]}$$

От третия принцип на Нютон следва, че големината на силата, с която свободният заряд действа на триъгълника, е равна на силата F , с която триъгълникът действа на свободния заряд [1т].

в) Допълнителната работа A може да се пресметне чрез напрежението между двете точки (виж фигурата долу):

$$A = q(\varphi_6 - \varphi_a) \text{ [1 т.]},$$

където φ_6 е потенциалът на свободния заряд в положението, указано във фиг. 3 б).

Изведохме $\varphi_a = k \frac{q}{a} \frac{5\sqrt{3}}{2}$. За φ_6 имаме $\varphi_6 = kq \left(\frac{1}{(\frac{a}{2})} + \frac{1}{(\frac{a}{2})} + \frac{1}{x} \right) = \frac{kq}{a} \frac{2(6+\sqrt{3})}{3}$ [1 т.], където x е разстоянието между свободния заряд и заряда в точка 3 (виж фигурата долу). Следователно за допълнителната работа получаваме

$$A = \frac{kq^2}{a} \frac{(24-11\sqrt{3})}{6} \text{ [1 т.]}. \quad \text{[1 т.]}$$

