

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНО ЕСЕННО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

8 – 9 НОЕМВРИ 2014 Г., ПЛЕВЕН

Тема 11.-12. клас, Решения и указания

Задача 1. Електрически предпазител (бушон).

а) Електричното съпротивление $R_{\text{ок}}$ и $R_{\text{топ}}$ на жичката при температури $t_{\text{ок}}$ и $t_{\text{топ}}$ е равно съответно на $R_{\text{ок}} = \rho_0(1 + \alpha t_{\text{ок}}) \cdot \frac{l}{\pi r^2}$ [0,5 т.] = 1,38 mΩ [0,5 т.] и $R_{\text{топ}} = \rho_0(1 + \alpha t_{\text{топ}}) \cdot \frac{l}{\pi r^2}$ [0,5 т.] = 2,51 mΩ. [0,5 т.]

б) Големината $I_{\text{кр}}$ на тока, при която жичката се стапя, се намира от равенството на отделената в жичката електрична мощност и отделената в околната среда топлинна мощност: $I_{\text{кр}}^2 R_{\text{топ}} = h2\pi r l(t_{\text{топ}} - t_{\text{ок}})$ [1,0 т.], откъдето $I_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{h2\pi r l(t_{\text{топ}} - t_{\text{ок}})}{R_{\text{топ}}}}$ [0,5 т.] = 11,5 A. [1,5 т.]

в) Температурата t_5 на жичката, когато през нея протича ток с големина 5 A, се намира от равенството на отделената в жичката електрична мощност и отделената в околната среда топлинна мощност: $I_{5A}^2 \rho_0(1 + \alpha t_{5A}) \cdot \frac{l}{\pi r^2} = h2\pi r l(t_{5A} - t_{\text{ок}})$ [0,5 т.], откъдето $1 + \alpha t_{5A} = \frac{h2\pi^2 r^3}{I_{5A}^2 \rho_0}(t_{5A} - t_{\text{ок}}) = B(t_{5A} - t_{\text{ок}})$, където $B \equiv \frac{h2\pi^2 r^3}{I_{5A}^2 \rho_0}$. [0,5 т.] Тогава $t_{5A} = (1 + B t_{\text{ок}})/(B - \alpha)$ [1,5 т.] = 44 °C. [1 т.]

г) Електричната мощност P , която се отделя в жичката, когато през нея протича ток с големина 5 A, е $P = I^2 R(t_{5A}) = I^2 \rho_0(1 + \alpha t_{5A}) \cdot \frac{l}{\pi r^2}$ [0,5 т.] = 37,7 mW. [1 т.]

Задача 2. Топче, подскачащо по наклонена равнина.

а) Скоростта v_1 на топчето в момента на първия удар в равнината се намира от закона за запазване на механичната енергия $mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$ [0,5 т.], откъдето $v_1 = \sqrt{2gh}$ [0,5 т.].

б) Минималната скорост v_{min} на топчето в интервала време между първия и втория удар се достига, когато то се намира на най-голяма височина [0,25 т.]. Тогава скоростта е хоризонтална [0,25 т.]. Тъй като хоризонталната компонента на скоростта се запазва, а скоростта след удара сключва ъгъл 2α с вертикалата [0,25 т.], то $v_{\text{min}} = v_1 \sin(2\alpha) = \sqrt{2gh} \cdot \sin(2\alpha)$ [0,25 т.].

в) Максималната височина h_1 , мерена спрямо нивото на първия удар, която топчето достига след първия удар, може да се изчисли от закона за запазване на механичната енергия $\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_{\text{min}}^2$ [0,5 т.], откъдето $h_1 = h \cos^2(2\alpha)$ [0,5 т.].

г) Разстоянието L между местата на първия и втория удар на топчето с равнината може да се намери, изчислявайки параметрите на траекторията на движение (парабола) на топчето. В случая по-лесно е да се използва координатна система с абсциса x , успоредна на наклонената равнина и надолу и ордината y , перпендикулярна на наклонената равнина и нагоре. Тогава движението на топчето може да се представи като резултат от две насложени праволинейни движения: по x с ускорение $a_x = g \sin \alpha$ и по y с ускорение $a_y = -g \cos \alpha$. [0,25 т.] Тогава законът за скоростта по двете оси е $v_x = v_1 \sin \alpha + g \sin \alpha t$, $v_y = v_1 \cos \alpha - g \cos \alpha t$ ($t = 0$, в момента на първия удар) [0,25 т.], а законът за движение: $x(t) = v_0 \sin \alpha t + \frac{1}{2}g \sin \alpha t^2$, $y(t) = v_1 \cos \alpha t - \frac{1}{2}g \cos \alpha t^2$. [0,5 т.] Топчето ще се удари втори път в момента време t_2 , когато

$y(t_2) = 0; t_2 \neq 0$. От закона за движение по оста y намираме $t_2 = 2v_1/g$ [0.5 т.].
Замествайки в закона за движение по оста x , намираме $L = x(t_2) = \frac{4v_1^2}{g} \sin \alpha = 8h \sin \alpha$. [1.5 т.]

д) Скоростта v_2 на топчето в момента на втория удар в равнината се намира от закона за запазване на механичната енергия: $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgL \sin \alpha$ [0.5 т.],
откъдето $v_2 = v_1 \sqrt{1 + 8 \sin^2 \alpha} = \sqrt{2gh[1 + 8(\sin \alpha)^2]}$ [0.5 т.].

е) За да се удари топчето перпендикулярно в преградата, в момента $t_{уд}$ на удара в избраната по-горе координатна система $v_y(t_{уд}) = v_1 \cos \alpha - g \cos \alpha t_{уд} = 0$, [0.5 т.]
откъдето $t_{уд} = v_1/g$. [0.5 т.] В този момент координатата x и следователно положението на преградата $l = x(t_{уд}) = v_1 \sin \alpha t_{уд} + \frac{1}{2}g \sin \alpha t_{уд}^2 = \frac{3}{2} \frac{v_1^2}{g} \sin \alpha = 3h \sin \alpha$. [1 т.]

ж) Отношението $k = \frac{l}{L} = \frac{3}{8}$. [1 т.]

Задача 3. Спектрометър с дифракционна решетка.

а) Огледалото О1 създава успореден сноп, падащ върху дифракционната решетка. [0.5 т.]

б) Дифракционната решетка ДР разделя пространствено светлината на успоредни монохроматични снопове с различна дължина на вълната. [0.5 т.]

в) Огледалото О2 фокусира дифрактиралите снопове с различна дължина на вълната в различни точки върху CCD детектора. [0.5 т.]

г) Константата d на решетката ДР е $d = \frac{1}{1200} \text{ mm} = 833 \text{ nm}$. [0.5 т.]

д) От формулата за дифракционна решетка $d \sin \alpha = k\lambda$ [0.25 т.] следва, че $k = \frac{d \sin \alpha}{\lambda} < \frac{d}{\lambda} = \frac{833 \text{ nm}}{589 \text{ nm}} < 2$. Следователно $k = 1$ и дифрактираният сноп е максимум от първи порядък. [0.75 т.]

е) От по-горната формула $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} = \frac{589 \text{ nm}}{833 \text{ nm}} \approx 0,707$, откъдето $\alpha \approx 45^\circ$. [1 т.]

ж) Първо оценяваме ъгъла $\Delta\alpha$ между двата снопа с дължини на вълните λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Прилагайки два пъти формулата за дифракционна решетка $d \sin \alpha = k\lambda$,
 $d \sin(\alpha + \Delta\alpha) = k(\lambda + \Delta\lambda)$ или $d \sin \alpha \cos(\Delta\alpha) + d \cos \alpha \sin(\Delta\alpha) \approx d \sin \alpha + d \cos \alpha \Delta\alpha \approx k(\lambda + \Delta\lambda)$, се получава $\Delta\alpha = \frac{\Delta\lambda}{d \cos \alpha}$ [1.5 т.]. Разстоянието x между двете спектрални линии върху CCD детектора ще бъде $x = f\Delta\alpha = \frac{f\Delta\lambda}{d \cos \alpha} = 0,25 \text{ mm}$. [1 т.]

Тъй като един пиксел има размер $2,5 \text{ cm}/1000 = 0,025 \text{ mm}$, то разстоянието x е 10 пиксела. [0.5 т.]

з) От предното подусловие $\lambda_{max} - \lambda_{min} = d \cos \alpha \frac{L}{f} = [0.5 \text{ т.}] = 833 \text{ nm} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 2,5 \text{ cm}}{2 \cdot 25 \text{ cm}} \approx 59 \text{ nm}$. При дължина на вълната в средата на CCD от $589,3 \text{ nm}$, интервалът $(\lambda_{min}, \lambda_{max}) = (560 \text{ nm}, 619 \text{ nm})$. [0.5 т.]

и) За да може спектрометърът да регистрира светлина с други дължини на вълните, технически най-лесно е да се върти дифракционната решетка около вертикална ос. [0.5 т.]

При отговор „Да се върти огледалото О2“ - [0.3 т.]

При отговор „Да се мести CCD детекторът перпендикулярно на падащия сноп“ - [0.2 т.]

к) Сноп монохроматична светлина ще се фокусира в точка върху CCD детектора само при безкрайно тесен входен процеп ВП. При ширина l на входния процеп ВП,

всяка от спектралните линии също ще има ширина l върху детектора. [0.5 т.]
Следователно, ако $l = 0.25 \text{ mm}$, двете линии ще се слеят. Може да се очаква, че при два пъти по-малка ширина $l \approx 0.125 \text{ mm}$ двете спектрални линии ще се виждат разделени. [0.5 т.]

л) Ориентировъчните размери на O1, O2 и ДР са дадени, защото вероятно ако тези елементи са много малки, това ще предизвика допълнителни дифракционни ефекти от крайните размери на сноповете и по-ниска разделителна способност на дифракционната решетка (заради по-малкия брой отразяващи ивици), което ще предизвика допълнително уширение на спектралните линии. Вероятно при тези размери тези дифракционни ефекти са достатъчно малки. [0.5 т.]

