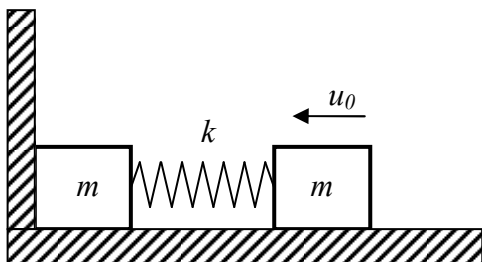


**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**Национално есенно състезание по физика, Сливен, 16 ноември 2013 г.**  
**Решения на темата за 11-12 клас**

**Задача 1. Трептяща система.**



а) Максималното скъсяване  $d$  на пружината може да се намери от закона за запазване на енергията, сравнявайки енергията в началния момент време и в момента, когато и двете тела са неподвижни,

$$\frac{mu_0^2}{2} = \frac{kd^2}{2} \quad [1 \text{ т.}], \quad d = u_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \quad [0,5 \text{ т.}] = 1 \text{ cm.} \quad [0,5 \text{ т.}]$$

б) Силата на натиск  $N$  е максимална, когато пружината е максимално свита, т.е. когато и двете

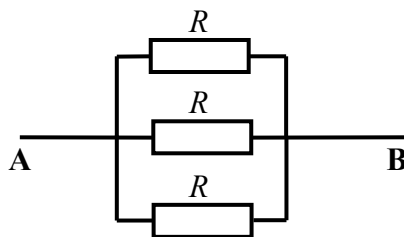
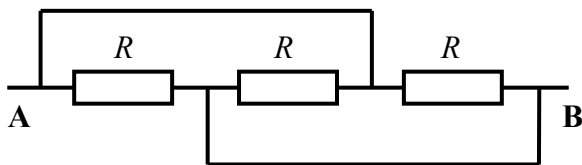
тела са неподвижни. Тогава  $N = kd \quad [1 \text{ т.}] = 0,2 \text{ N.} \quad [1 \text{ т.}]$

в) Точно в момента на отлепване на лявото тяло (когато скоростта му все още е нула и пружината е неразтегната), дясното тяло трябва да се движи със скорост  $u_0$  надясно, а средата на пружината ще се движи с два пъти по-малка скорост. Следователно  $V_0 = \frac{u_0}{2} \quad [1 \text{ т.}] = 5 \text{ cm/s.}$

[1 т.]

г) Ако си представим движението на трептящата система спрямо средата на пружината (симетричната точка), двете тела ще трептят около равновесните си положения така, че във всеки момент ще имат равни по големина и противоположни по посока скорости. Затова можем да приемем, че всяко от телата трепти под действие на два пъти по-къса пружина (половината пружина до неподвижната ѝ среда). [1 т.] Нека всяко от телата се е отклонило от равновесното си положение (при неразтегната пружина) на разстояние  $x$ . Тъй като на всяко от телата ще му действа сила  $F = k2x = 2kx$ , можем да си представим, че тялото извършва трептения заради разтягането и свиването на пружина с ефективен коефициент на еластичност  $2k$ . [1 т.] Следователно периодът  $T$  на трептенията ще бъде  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \quad [1 \text{ т.}] = \sqrt{2}\pi 0,1 \approx 0,44 \text{ s.} \quad [1 \text{ т.}]$

**Задача 2. Електрическа верига.**



а) С плавни преобразувания (премествания) на свързващите проводници може да се покаже, че лявата схема е еквивалентна на дясната. [1 т.] Следователно електричното съпротивление  $R_{AB}$  между точките А и В е  $R_{AB} = R/3 \quad [1 \text{ т.}] = 10 \Omega. \quad [1 \text{ т.}]$

б) Токът  $I_R$  през средния резистор ще е три пъти по-малък от тока през източника  $I_E$ . [0,5 т.] Така  $I_R = \frac{1}{3} I_E = \frac{1}{3} \frac{E}{\frac{R}{3} + r_0} = \frac{E}{R + 3r_0} \quad [1 \text{ т.}] \approx 99 \text{ mA.} \quad [0,5 \text{ т.}]$

в) Електричната мощност  $P$ , която се отделя общо в трите резистора, е  $P = I_E^2 \frac{R}{3} \quad [0,5 \text{ т.}] \approx 0,88 \text{ W.} \quad [0,5 \text{ т.}]$

г) В общия случай електричната мощност  $P$ , която общо се отделя в трите резистора, е

$$P = I_E^2 \frac{R}{3} = \left( \frac{E}{\frac{R}{3} + r_0} \right)^2 \frac{R}{3} = 3E^2 \frac{R}{(R + 3r_0)^2}. \text{ Тя ще е максимална, когато отношението}$$

$\frac{R}{(R + 3r_0)^2} = y$  е максимално.  $y$  е винаги положително, като когато  $R$  клони към нула или

безкрайност,  $y$  клони към нула. Следователно  $y$  има поне един (всъщност точно един) максимум. Това означава, че ще съществуват две стойности на  $R$ , на които ще съответства една стойност на  $y$ , [1 т.] или квадратното уравнение  $yR^2 + (6yr_0 - 1)R + 9yr_0^2 = 0$  ще има единствено решение за  $y = y_{\max}$ . [0,5 т.] Това става, когато дискриминантата

$D = (6yr_0 - 1)^2 - 4y9yr_0^2 = 0$ . След опростяване  $y = \frac{1}{12r_0}$ , а  $R = 3r_0$ . [1 т.] Тогава  $P_{\max} = \frac{E^2}{4r_0}$  [1 т.] = 22,5 W. [0,5 т.]

### Задача 3. Дифракционна картина от CD (компактдиск).

а) Дължината на вълната на лазерната светлина в поликарбоната е  $\lambda_p = \lambda / n = 335 \text{ nm}$ .

[0,5 т.]

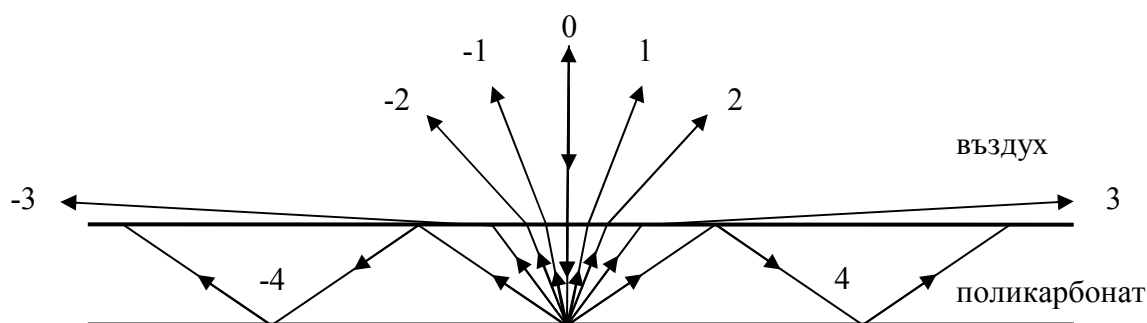
Използвайки уравнението на дифракционната решетка  $d \sin \varphi = k\lambda_p$ , намираме ъглите, под които ще се наблюдават максимуми в поликарбоната.

| $K$   | Поликарбонат     |             | Въздух                   |             |
|-------|------------------|-------------|--------------------------|-------------|
|       | $\sin \varphi_k$ | $\varphi_k$ | $\sin \varphi_k$         | $\varphi_k$ |
| +/- 1 | 0,209            | 12,1°       | 0,333                    | 19,4°       |
| +/- 2 | 0,418            | 24,7°       | 0,665                    | 41,7°       |
| +/- 3 | 0,627            | 38,9°       | 0,998                    | 85,9°       |
| +/- 4 | 0,836            | 56,8°       | пълно вътрешно отражение |             |

(за таблицата [3 т.]

Максимумите от 4-ти порядък ще се наблюдават само в поликарбоната, но не и във въздуха, тъй като ще падат на границата поликарбонат-въздух под ъгъл, по-голям от граничния ъгъл на пълно вътрешно отражение ( $\sin \varphi_{\text{пво}} = \frac{1}{n} = 0,629$ .  $\varphi_{\text{пво}} = 39,0^\circ$ ) и ще се отразяват многократно от горната и долна повърхност на поликарбоната. [0,5 т.]

б) За фигурата - [3 т.]



в) Вероятно светещите петна в радиална посока се дължат на разсейване на светлина от местата на пълно вътрешно отражение на дифракционните масимуми от четвърти порядък на границата поликарбонат-въздух (поради неидеална повърхност). [1 т.] В такъв случай разстоянието  $l$  между центровете на две съседни петна е  $l = 2h \tan \varphi_4 \approx$  [1 т.] 3,36 mm. [1 т.]