

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**  
**Национално есенно състезание по физика**  
**Вършец, 10 ноември 2012 г.**  
**Решения на темата за 11-12 клас**

**Задача 1. Снаряди.**

а) В хоризонтална посока снарядите се движат със скорост  $v_x = v_0 \cos \alpha$  [0.25 т] и след време  $t$  се намират в положение с координата  $x(t) = v_0 \cos \alpha t$  (1.1) [0.25 т]. Във вертикална посока снарядите се движат със скорост  $v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$  [0.25 т] и след време  $t$  се намират в положение с координата  $y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$  (1.2) [0.25 т]. Снарядите падат на земята в момент време  $t_1$ , когато  $y(t_1) = 0$ . От (1.2) следва, че  $t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$  [0.5 т] (1.3). Замествайки в (1.1),  $x(t_1) = \frac{v_0 \cos \alpha 2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$  (1.4). [1 т] Следователно снарядът ще падне най-далеч, ако  $\sin 2\beta = 1$ , или  $\beta = 45^\circ$  [0.5 т]

б) Замествайки в (1.4) с дадените стойности,  $L_{\max} = \frac{(600\text{m/s})^2}{10\text{m/s}^2} = 36 \text{ km}$ . [1 т]

в) За да паднат снарядите на разстояние  $l = L_{\max}/2$ , от (1.4) следва, че  $\sin 2\delta = \frac{1}{2}$  [1 т], откъдето  $\delta_1 = 15^\circ$  [1 т] и  $\delta_2 = 75^\circ$ . [1 т]

г) Интервалът от време  $\Delta t$ , през който трябва да се изстрелят два снаряда, единият под ъгъл  $\delta_1$ , а другият под ъгъл  $\delta_2$  (виж подусловие в)), така че да паднат на земята едновременно, е (използвайки (1.3))  $\Delta t = \frac{2v_0}{g} (\sin 75^\circ - \sin 15^\circ) =$  [1 т]

$$\frac{2v_0}{g} \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}v_0}{g} \text{ [1 т]} \approx 84,9 \text{ s. [1 т]}$$

**Задача 2. Леща и огледало.**

а) При преминаване през лещата на светлина от източника АВ, намиращ се на разстояние  $a$  от лещата L, образът  $A_L B_L$ , се формира на разстояние  $b$  от лещата. Тези две разстояния и фокусното разстояние на лещата са свързани с формулата на тънката леща:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \text{ [0.5 т]} \text{ (2.1) (като } b \text{ е положително, ако образът е отдясно на лещата). Този}$$

образ се “оглежда” в огледалото М и дава нов образ  $A_M B_M$ , намиращ се на разстояние от огледалото  $c = 2a - b$  [0.5 т] (2.2). Светлината от този образ, отново преминавайки през лещата създава образа  $A'B'$  върху екрана М. Следователно, отново използвайки

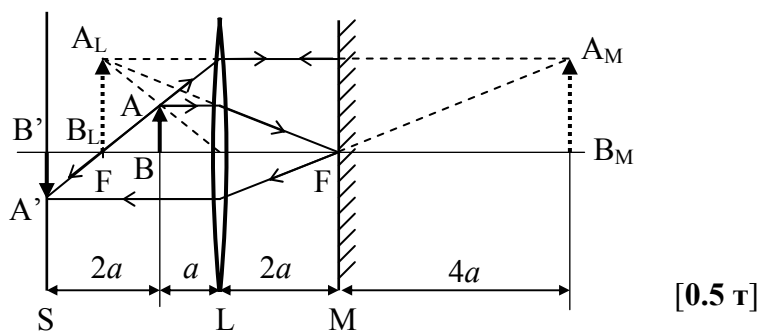
$$\text{формулата на тънката леща, } \frac{1}{c+2a} + \frac{1}{3a} = \frac{1}{f} \text{ [0.5 т]} \text{ (2.3). Използвайки (2.1), (2.2) и (2.3),}$$

намираме следното уравнение за  $f$ :

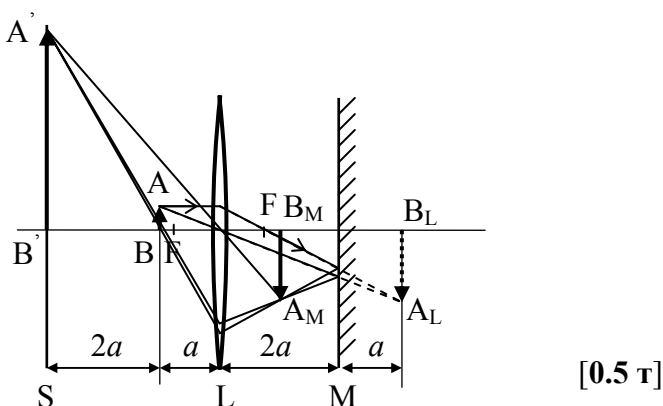
$$4f^2 - 11af + 6a^2 = 0 \text{ [0.5 т]} \text{ (2.4), откъдето за фокусното разстояние се получават две}$$

решения:  $f_1 = 2a = 40 \text{ cm}$  [1 т] и  $f_2 = \frac{3}{4}a = 15 \text{ cm}$  [1 т].

б) На двата случая съответстват следните чертежи:



Първият случай съответства на  $f_1 = 2a = 40$  cm. Начертани са два лъча, достигащи до точка  $A'$  на образа  $A'B'$  върху екрана. Първият тръгва от точка  $A$  на източника успоредно на главната оптична ос [0.5 т], а вторият лъч тръгва от точка  $A$  на източника така, че продължението му да минава през предния фокус  $F$  [0.5 т].

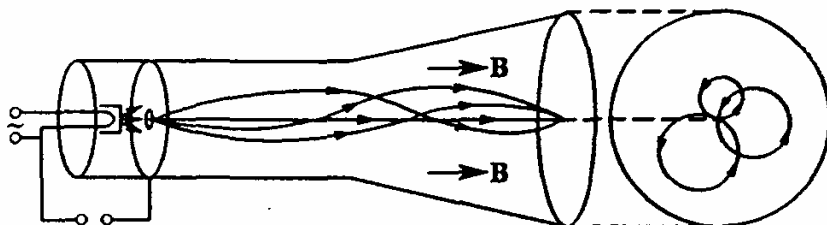


Вторият случай съответства на  $f_2 = \frac{3}{4}a = 15$  cm. Начертани са два лъча, достигащи до точка  $A'$  на образа  $A'B'$  върху екрана. Първият тръгва от точка  $A$  на източника успоредно на главната оптична ос [0.5 т], а вторият лъч тръгва от точка  $A$  на източника така, че да минава през центъра на лещата. [0.5 т]

в) В първия случай ( $f_1 = 2a = 40$  cm) образът  $A'B'$  е обърнат и със същата големина като източника  $AB$ . [1.5 т] Във втория случай ( $f_2 = \frac{3}{4}a = 15$  cm) образът е прав и 9 пъти по-голям от източника  $AB$  (определя се от подобие на триъгълници). [1.5 т]

### Задача 3. Фокусировка на електрони.

а) Една примерна рисунка може да изглежда така: [2 т]



б) Светещото “петно” ще има най-малки размери, ако времето  $t_B$  за прелитане на електроните през областта с магнитно поле е кратно на периода  $T$  на обикаляне на електроните по окръжността (винтовата линия):  $t_B = nT$  (3.1) [1 т]

в) времето  $t_B$  за прелитане на електроните през областта с магнитно поле е  $t_B = \frac{l}{v_{\parallel}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}$ . [0.5 т] (3.2) Периодът  $T$  на обикаляне на електроните по винтовата

линия се определя от условието електроните да се движат по окръжност в равнина, перпендикулярна на магнитното поле:  $\frac{mv_{\perp}^2}{r} = ev_{\perp}B$  [0.5 т] (3.3), откъдето  $v_{\perp} = \omega r = \frac{eBr}{m}$

(3.4), или  $\omega = \frac{eB}{m}$ , откъдето  $T = \frac{2\pi m}{eB}$ . [0.5 т] (3.5) Замествайки (3.2) и (3.5) в условието

(3.1), получаваме  $\frac{l}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}} = n \frac{2\pi m}{eB}$ , откъдето  $B_n = n \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$ . [0.5 т] (3.6) Следователно

най-малката стойност на магнитното поле  $B_{\min}$ , при която светещото “петно” е малко (електронният сноп се фокусира върху екрана) е  $B_{\min} = \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{2mU}{e}} =$  [0.5 т]

$$\frac{2\pi}{0,2\text{m}} \sqrt{\frac{2,9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 400 \text{V}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{C}}} = 2,12 \cdot 10^{-3} \text{T}. \text{ [0.5 т]}$$

г) от (3.6) се вижда, че  $\Delta B = B_{\min}$  [0.5 т] =  $2,12 \cdot 10^{-3} \text{T}$ . [0.5 т]

д) максималната стойност  $v_{\perp \max}$  на напречната скорост  $v_{\perp}$  на електроните може да се определи от (3.4)  $v_{\perp} = \frac{eBr}{m}$ , където  $r \approx \frac{b}{2}$  [0.5 т], а  $B \approx \frac{3}{2} B_{\min}$  [1 т]. Следователно

$$v_{\perp \max} \approx \frac{3eB_{\min}b}{4m} = [0.5 \text{ т}] = \frac{3 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 2,12 \cdot 10^{-3} \text{T} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{m}}{4 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}} \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ m/s}. \text{ [1 т]}$$