

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика
Варна, 12 ноември 2011 г.
Решения на темата за 9 клас

Задача 1. По втория закон на Нютон търсеното ускорение се определя с равенството

$$(m_1 + m_2)a = F - f = F - k(m_1 + m_2)g, \quad [2 \text{ т.}]$$

където k е коефициентът на триене, а g – земното ускорение. Като отчетем, че

$$m_1 a_1 = F, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

$$m_2 a_2 = F - k m_2 g, \quad [1 \text{ т.}]$$

$$(m_1 + m_2)a_3 = F \quad [0,5 \text{ т.}]$$

намираме

$$m_1 + m_2 = \frac{a_1 + a_2 + kg}{a_1(a_2 + kg)} F, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето получаваме

$$k = \frac{a_1 a_3 + a_2 a_3 - a_1 a_2}{g(a_1 - a_3)}. \quad [2 \text{ т.}]$$

След като заместим m_1 , m_2 и k в първото равенство, намираме

$$a = a_2 - \frac{a_3^2}{a_1 - a_3}, \quad [2 \text{ т.}]$$

$$a \approx 0,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2. а) Процесът 1–2 е изобарен. Работата, която извършва газът в този процес, е

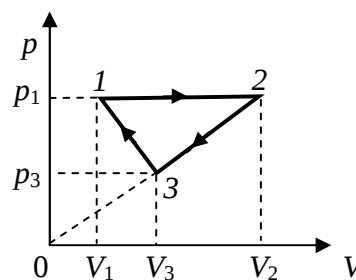
$$A = p_1(V_2 - V_1). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Като отчетем, че

$$p_1 V_1 = B T_1, \quad p_1 V_2 = 3 B T_1, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

намираме

$$T_1 = \frac{A}{2B} = 50 \text{ K}. \quad [1 \text{ т.}]$$



Фиг. 1

б) Работата W се дава с израза

$$W = A_{12} + A_{23} + A_{31}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

[1 т.]

Всяка от обозначените работи се представя с лицето S на съответната фигура. Така

$$A_{12} = S_{12V_2V_1}, \quad A_{23} = -S_{2V_2V_3}, \quad A_{31} = -S_{3V_3V_1}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

при което търсената работа W се дава с лицето на $\Delta 123$ (знакът минус е свързан с извършването на работа от газа при свиване). [0,5 т.]

в) Съгласно с пункт б) имаме

$$W = \frac{1}{2}(p_1 - p_3)(V_2 - V_1). \quad [1 \text{ т.}]$$

От уравнението на състояние следва

$$V_1 = \frac{BT_1}{p_1} = \frac{A}{2p_1}, \quad V_2 = \frac{3BT_1}{p_1} = \frac{3A}{2p_1}, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето намираме

$$W = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{p_3}{p_1} \right). \quad [0,5 \text{ т.}]$$

От друга страна, тъй като на pV -диаграмата точките 2 и 3 лежат на права, минаваща през началото, имаме

$$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_1}{V_2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Освен това имаме

$$V_3 = \frac{BT_1}{p_3} = \frac{A}{2p_3}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{p_1}{3p_3}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Окончателно получаваме

$$W = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \approx 175 \text{ J}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 3. а) По фигурата определяме търсените параметри.

1) Около положителен йон

$$r_1 = R, \quad 4 \text{ отрицателни йона}$$

$$r_2 = R\sqrt{2}, \quad 4 \text{ положителни йона}$$

$$r_3 = 2R, \quad 4 \text{ положителни йона},$$

$$r_4 = R\sqrt{5}, \quad 8 \text{ отрицателни йона},$$

$$r_5 = 2R\sqrt{2}, \quad 4 \text{ положителни йона},$$

$$r_6 = 3R, \quad 4 \text{ отрицателни йона},$$

$$r_7 = R\sqrt{10}, \quad 8 \text{ положителни йона},$$

$$r_8 = R\sqrt{13}, \quad 8 \text{ отрицателни йона}. \quad [2 \text{ т.}]$$

2) Около отрицателен йон координационните окръжности имат същите радиуси, но се състоят от противоположни на 1) по знак йони . [0,5 т.]

б) Потенциалът на електростатичното поле, създадено от йон със заряд $\pm q_0$ на разстояние r от него е

$$\varphi = \pm k \frac{q_0}{r} . \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тогава електростатичната енергия на взаимодействие между два йона със заряд по големина q_0 се дава с израза

$$u(r) = k \frac{q_0^2}{r} = \frac{e^2}{r} \quad (\text{за едноименни заряди}), \quad [1 \text{ т.}]$$

$$u(r) = -k \frac{q_0^2}{r} = -\frac{e^2}{r} \quad (\text{за разноименни заряди}). \quad [1 \text{ т.}]$$

Енергията на взаимодействие на един йон (независимо от знака му) с останалите йони съгласно с указаното в условието ограничение е

$$\begin{aligned} W_1 &= -\frac{4e^2}{r_1} + \frac{4e^2}{r_2} + \frac{4e^2}{r_3} - \frac{8e^2}{r_4} + \frac{4e^2}{r_5} - \frac{4e^2}{r_6} + \frac{8e^2}{r_7} - \frac{8e^2}{r_8} \\ &= -\frac{e^2}{R} \left(\frac{4}{1} - \frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{4}{2} + \frac{8}{\sqrt{5}} - \frac{4}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{3} - \frac{8}{\sqrt{10}} + \frac{8}{\sqrt{13}} \right) \approx -2,36 \frac{e^2}{R} \end{aligned} \quad [2,5 \text{ т.}]$$

в) Пълната електростатична енергия на взаимодействие на йоните W е равна на

$$W = W_1 \frac{N}{2}, \quad [1,5 \text{ т.}]$$

а не на $W = W_1 N$, защото например енергията на взаимодействие на йон 1 с йон 2 се отчита 2 два пъти – единият път, когато пресмятаме енергията на взаимодействие на йон 1 с всички останали йони, и втори път, когато пресмятаме енергията на взаимодействие на йон 2 с всички останали. Това се отнася за всяка двойка заряди. Следователно имаме

$$W = -1,18 \frac{e^2}{R} N, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето получаваме

$$\alpha \approx 1,18. \quad [0,5 \text{ т.}]$$