<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА</u>

Национално състезание по физика, Варна, ноември 2011 г.

Решения на задачите - Тема 11-12 клас

Задача 1.

а) Използваме законите за запазване на енергията и импулса за два момента от време – началният момент, когато заредената частица е безкрайно далеч от сферата и моментът, в който частицата достига по-близкия отвор в повърхността на сферата и двете се движат съответно със скорости V_1 и V_2.

$$E_{k0} = E_{k1} + E_{k2} + E_p$$

$$\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$$

Полето на сферата извън нея е същото като полето на точков заряд със същата големина и знак, който е поставен в центъра й.

Потенциалната енергия на системата от двете тела в момента, в който заредената частица достига по-близкия отвор в повърхността на сферата е:

$$E_p = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ **[1т.]**, (ε_0 - диелектрична проницаемост на вакуума)

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{MV_2^2}{2} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ **[1т.]**

$$mV = mV_1 + MV_2$$ **[1т.]**

Решаваме тази система уравнения и получаваме две двойки решения за скоростите V_1 и V_2 на заредената частица и сферата в момента, в който точковият заряд достига по-близкия отвор на сферата:

$$V_1 = \frac{MV}{m+M}\left(\frac{m}{M} \pm \sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}}\right) \text{ и } V_2 = \frac{mV}{m+M}\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}}\right).$$ **[1т.]**

При $q = Q = 0$ няма взаимодействие между сферата и заредената частица и следователно $V_1 = V, V_2 = 0$. Това ни позволява да изберем правилната двойка решения:

$$V_1 = \frac{MV}{m+M}\left(\frac{m}{M} + \sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}}\right) \text{ и } V_2 = \frac{mV}{m+M}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}}\right).$$ **[1т.]**

б) Интензитетът на електричното поле на сферата вътре в нея е нула, следователно движението на заредената частица вътре в сферата е равномерно **[1т.].** За определяне на времето на движение е необходимо да пресметнем относителната скорост на движение на заредената частица спрямо сферата.

$$V_{отн.} = V_1 - V_2 = \pm V\sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}},$$ **[1т.]**

Търсеното време е:

$$t = \frac{2R}{V_{отн.}} = \frac{2R}{V\sqrt{1 - \frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmMV^2}}}$$ **[1т.]**

в) Изразът под корена трябва да е положителен за получаване на реално решение, от където получаваме условие за минималната скорост, при която заредената частица преминава през сферата:

$$V > \sqrt{\frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmM}} \Rightarrow V_{\min} = \sqrt{\frac{qQ(m+M)}{2\pi\varepsilon_0 RmM}}$$ **[1т.]**

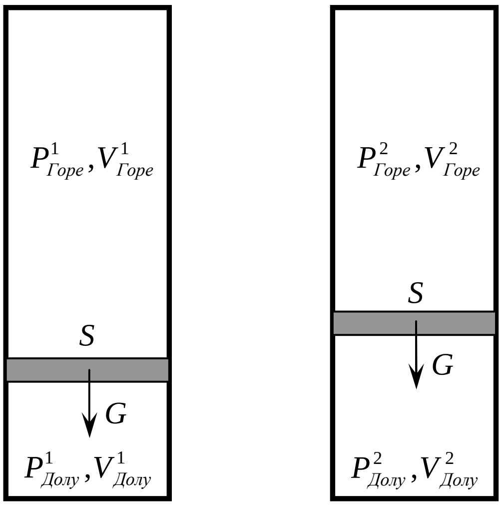
г) При $M >> m$ извършваме граничен преход $\frac{m}{M} \to 0$ и получаваме:

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 Rm}}.$$ **[1т.]**

Същия резултат получаваме и от закона за запазване на енергията, като отчетем, че сферата е неподвижна, а кинетичната енергия на заредената частица се е превърнала изцяло в потенциална енергия на системата от две тела ($V_1 = V_2 = 0$), в момента, в който заредената частица достига по-близкия отвор на сферата.

Задача 2.

Използваните в решението означения са показани на фигура 1.



$$\eta_1 = \frac{V^1_{Горе}}{V^1_{Долу}} \quad (1) \qquad \eta_2 = \frac{V^2_{Горе}}{V^2_{Долу}} \quad (2)$$

Фиг. 1

Тъй като масата и площта на буталото са еднакви и в двете състояния (G, S = const), то при равновесие на буталото, силата на тежестта трябва да се уравновесява от еднакви разлики в наляганията.

$$P^1_{Долу} - P^1_{Горе} = P^2_{Долу} - P^2_{Горе} \quad \textbf{[2т.]} \qquad (3)$$

Общият обем на съда остава постоянен следователно

$$V^1_{Горе} + V^1_{Долу} = V^2_{Горе} + V^2_{Долу} = V \quad \textbf{[2т.]} \qquad (4)$$

Приемайки въздуха за идеален газ, можем да запишем уравнението на състоянието за един мол идеален газ за четирите различни обема.

$$P^1_{Горе}V^1_{Горе} = RT_1 \quad \textbf{[0.5т.]} \qquad (5)$$

$$P^1_{Долу}V^1_{Долу} = RT_1 \quad \textbf{[0.5т.]} \qquad (6)$$

$$P^2_{Горе}V^2_{Горе} = RT_2 \quad \textbf{[0.5т.]} \qquad (7)$$

$$P^2_{Долу}V^2_{Долу} = RT_2 \quad \textbf{[0.5т.]} \qquad (8)$$

Решаването на системата уравнения (1) – (8) дава следния резултат:

$$T_2 = T_1 \frac{\eta_2(\eta_1^2 - 1)}{\eta_1(\eta_2^2 - 1)} = 422K \quad \textbf{[4т.]}$$

Задача 3.

а) Законът на Стефан-Болцман дава мощността на излъчването на единица площ за абсолютно черно тяло: $W_0 = \sigma T_0^4$ [W/m^2], а площта на Слънцето е $S_0 = 4\pi R_0^2$ [m^2]. Следователно мощността на излъчената енергия от повърхността на Слънцето е $P_0=W_0S_0$ [W] **[1т.]**. Излъчването е еднакво във всички посоки, а енергията се запазва и следователно на разстояние L от центъра на Слънцето същата енергия ще е разпределена равномерно върху площ $S = 4\pi L^2$.

$P_0 = W_0 S_0 = KS$ **[1т.]** Търсената енергия, на единица площ за единица време е:

$$K = \frac{W_0 S_0}{S} = \frac{\sigma T_0^4 R_0^2}{L^2} = 1372\left[\frac{W}{m^2}\right] \quad \textbf{[2т.]}.$$

б) Напречното сечение на Земята е диск с площ $S_1= \pi R_1^2$, където с R_1 е означен земният радиус. Погълнатата от Земята енергия за единица време е $P_1 = KS_1$ **[1т.]** и при условие, че Земята се намира в топлинно равновесие, тя трябва да е точно равна на излъчената от повърхността на Земята **[1т.]** – $P_2 = W_2S_2$ ($W_2 = \sigma T_1^4$ - мощност на излъчването на единица площ, $S_2 = 4\pi R_1^2$ – площ на Земята).

$K\pi R_1^2 = \sigma T_1^4 4\pi R_1^2$ **[1т.]**

Следователно $T_1 = T_0\sqrt{\frac{R_0}{2L}} = 279K$ **[2т.]**

в) Използвайки законът на Вин, получаваме:

$\lambda_0 T_0=\lambda_1 T_1$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0 T_0}{T_1} = \lambda_0\sqrt{\frac{2L}{R_0}} = 10\mu m \quad \textbf{[1т.]}.$$