

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
ЕСЕННО НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ ПО ФИЗИКА

12.11.2011–13.11.2011 година, гр. Варна

Решения и указания
към темата за 10. клас

Задача 1. Намали скоростта – спести гориво

А) Когато автомобилът изминава разстояние s , двигателят му консумира гориво с обем:
 $V = Ds$, [0,5 т]

при изгарянето на което се отделя количество топлина:

$$Q = \lambda V = D\lambda s. \quad [0,5 \text{ т}]$$

От това количество топлина в полезна работа се трансформира:

$$A = \eta Q = \eta D\lambda s. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Понеже автомобилът се движи с постоянна скорост по хоризонтален път, не се променят нито неговата кинетична, нито неговата потенциална енергия. Следователно сумарната работа на двигателя и на силата на триене е нула:

$$A - fs = \eta D\lambda s - fs = 0 \quad [1,0 \text{ т}]$$

Оттук получаваме:

$$f = \eta D\lambda = 0,2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ л/м} \cdot 50 \cdot 10^6 \text{ J/л} = 1000 \text{ N} \quad [0,5 \text{ т}]$$

Б) Когато автомобилът изминава разстояние s по наклонен път, автомобилът се издига на височина:

$$h = ks \quad [0,5 \text{ т}]$$

и потенциалната му енергия се увеличава с:

$$\Delta E_p = mgh = mgks. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Понеже автомобилът се движи с постоянна скорост, неговата кинетична енергия е постоянна, т.е. $\Delta E_k = 0$. [0,5 т]

Работата, която извършва двигателят, е:

$$A = \eta D_1 \lambda s,$$

където D_1 е новият разход на гориво. От закона за запазване на енергията следва:

$$\Delta E_p + \Delta E_k = mgks = \eta D_1 \lambda s - fs, \quad [1,0 \text{ т}]$$

откъдето намираме:

$$D_1 = \frac{mgk + f}{\eta \lambda} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ л/м} = 0,15 \text{ л/км} \quad [1,0 \text{ т}]$$

В) Когато автомобилът се движи със скорост v_1 , му действа сила на триене:

$$f_1 = cv_1^2. \quad [0,5 \text{ т}]$$

От друга страна

$$c = \frac{f}{v^2}, \quad [0,5 \text{ т}]$$

откъдето следва:

$$f_1 = f \left(\frac{v_1}{v} \right)^2.$$

[0,5 т]

От закона за запазване на енергията следва:

$$\Delta E_p + \Delta E_k = mgks = \eta D \lambda s - f \left(\frac{v_1}{v} \right)^2 s,$$

[1,0 т]

откъдето намираме:

$$v_1 = v \sqrt{\frac{\eta D \lambda - mgk}{f}} = v \sqrt{1 - \frac{mgk}{f}} \approx 71 \text{ km/h}.$$

[1,0 т]

Задача 2. Сензор за допир (тъчскрийн)

А) Еквивалентната схема е показана на фигурата.

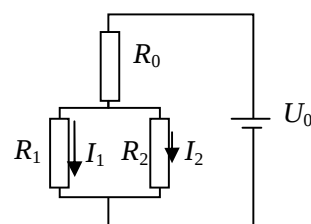
[0,5 т] за вярна схема

[0,5 т] за правилно означени токове.

Съпротивленията R_1 и R_2 са съответно:

$$R_1 = R_{CD} \frac{x}{l} \quad [0,5 \text{ т}]$$

$$\text{и } R_2 = R_{CD} \frac{l-x}{l} \quad [0,5 \text{ т}].$$



Б) Съпротивленията R_1 и R_2 са свързани успоредно и напреженията върху тях са равни.

Следователно:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad [0,5 \text{ т}]$$

или

$$I_1 R_{CD} \frac{x}{l} = I_2 R_{CD} \frac{l-x}{l}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Оттук определяме:

$$x = l \frac{I_2}{I_1 + I_2} = 7,5 \text{ cm} \frac{2 \mu\text{A}}{6 \mu\text{A}} = 2,5 \text{ cm}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

В) Големината на съпротивлението R_1 е:

$$R_1 = 12 \cdot 10^3 \Omega \frac{2,5 \text{ cm}}{7,5 \text{ cm}} = 4 \cdot 10^3 \Omega, \quad [0,5 \text{ т}]$$

а напрежението върху него:

$$U_1 = I_1 R_1 = 4 \cdot 10^3 \Omega \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ V}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Токът през резистора R_0 е:

$$I = I_1 + I_2 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ A} \quad [0,5 \text{ т}]$$

Напрежението на източника е съответно:

$$U_0 = U_1 + IR_0 = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ V} + 6 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot 5 \cdot 10^5 \Omega \approx 3 \text{ V}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

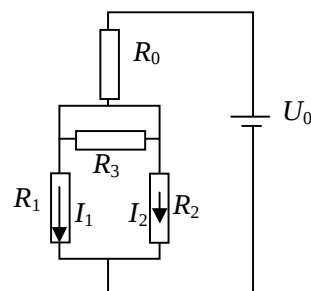
Г) Еквивалентната схема е показана на фигурата.

[0,5 т] за вярно начертана схема

Съпротивленията са съответно:

$$R_1 = R_{CD} \frac{x_1}{l} = 1,6 \text{ k}\Omega$$

[0,25 т]



$$R_2 = R_{CD} \frac{l - x_2}{l} = 5,6 \text{ k}\Omega \quad [0,25 \text{ т}]$$

$$R_3 = R_{CD} \frac{x_2 - x_1}{l} = 4,8 \text{ k}\Omega \quad [0,5 \text{ т}]$$

През резистора R_3 не тече ток. Следователно еквивалентното съпротивление на веригата е:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_0 \approx 500 \text{ k}\Omega, \quad [0,25 \text{ т}]$$

а токът във веригата е:

$$I = \frac{U_0}{R} \approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ A}. \quad [0,25 \text{ т}]$$

За определяне на токовете имаме следните уравнения:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad [0,5 \text{ т}]$$

$$\text{и } I_1 + I_2 = I, \quad [0,5 \text{ т}]$$

откъдето:

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} \approx 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ A} \quad [0,5 \text{ т}]$$

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ A} \quad [0,5 \text{ т}]$$

Задача 3. *Работата – лесна и забавна*

А) Двете пружини са еквивалентни на една пружина с коефициент на еластичност:

$$k_{\text{eff}} = 2k. \quad [0,5 \text{ т}]$$

При движението си от А до В натоварената количка (с обща маса $M + m$) извършва половин период от хармонично трептене и изминава разстоянието между платформите за време:

$$t_{A \rightarrow B} = \frac{T_{M+m}}{2} = \pi \sqrt{\frac{M+m}{k_{\text{eff}}}} = \pi \sqrt{\frac{M+m}{2k}} \approx 2,2 \text{ s}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

В обратна посока количката е празна (с маса M) и изминава същото разстояние за време:

$$t_{B \rightarrow A} = \frac{T_M}{2} = \pi \sqrt{\frac{M}{k_{\text{eff}}}} = \pi \sqrt{\frac{M}{2k}} \approx 1,7 \text{ s}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

При пренасянето на N торби количката изминава разстоянието между платформите N пъти пълна и $N-1$ пъти празна. Следователно общото време за пренасяне на N торби е:

$$t = N t_{A \rightarrow B} + (N-1) t_{B \rightarrow A} = 10 \cdot 2,2 \text{ s} + 9 \cdot 1,7 \text{ s} \approx 37 \text{ s}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

Б) Когато количката е отклонена на разстояние d , ѝ действа сила на еластичност:

$$F = k_{\text{eff}} d = 2kd. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Когато количката е пълна, тази сила ѝ придава ускорение:

$$a = \frac{F}{M+m} = \frac{2kd}{M+m}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Ако разгледаме торбата като отделно тяло, нейното ускорение се дължи на силата f на триене, с която ѝ действа количката. От II принцип на Нютон следва:

$$f = ma = \frac{2kdm}{M+m}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

За да може торбата да се движи заедно с количката, без да се хлъзга спрямо нея, е нужно:

$$f_{\max} \geq \frac{2kdm}{M+m} = 40 \text{ N}. \quad [1,0 \text{ т}]$$

В) Количката се движи с максимална скорост, когато минава празна през равновесното си положение. [1,0 т]

Когато количката започва да се движи от платформата В, деформираните пружини имат потенциална енергия:

$$E_p = \frac{1}{2}(2k)d^2 = kd^2. \quad [0,5 \text{ т}]$$

В момента, когато празната количка минава през равновесното си положение, тя има кинетична енергия:

$$E_k = \frac{1}{2}Mv_{\max}^2 \quad [0,5 \text{ т}]$$

От закона за запазване на енергията следва:

$$\frac{1}{2}Mv_{\max}^2 = kd^2, \quad [0,5 \text{ т}]$$

откъдето:

$$v_{\max} = d\sqrt{\frac{2k}{M}} \approx 1,8 \text{ m/s}. \quad [1,0 \text{ т}]$$