

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Варна, 05-07.11.2010 г.

Специална тема

Задача 1. Изкачване на бордюр

Автомобил с маса m и радиус на колелата R трябва да изкачи бордюр с височина h , както е показано на фигурата. Разстоянието между осите на предните и на задните колела е L . Центърът на масата C на автомобила е разположен симетрично спрямо предната и задната ос. При изкачване на бордюра предните и задните гуми не приплъзват спрямо пътя. Автомобилът се движи толкова бавно, че на практика се намира в състояние на статично равновесие. Удобно е да изразите аналитичните отговори чрез „ъгъла на атака“ α , както е дефиниран на чертежа, вместо непосредствено чрез височината h .

А) Приемете, че автомобилът е със задвижване на предните колела, т.е. въртящият момент M на двигателя е приложен към предната ос, а задните гуми могат да се въртят свободно. В този случай определете: [4.0 т]

А1. Минималния коефициент μ на триене между гумите и пътя, за да може автомобилът да премине бордюра, без гумите да боксуват, както и общата сила на реакция N_1 , с която бордюрът действа върху предните гуми.

А2. Минималния въртящ момент M върху предната ос, нужен за преодоляване на бордюра.

Б) Разгледайте автомобил със задвижване на задните колела, т.е. в случая въртящият момент M на двигателя е приложен към задната ос, а предните гуми могат да се въртят свободно. В този случай определете: [4.0 т]

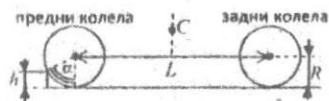
Б1. Минималния коефициент μ на триене между гумите и пътя, за да може автомобилът да премине бордюра, без гумите да боксуват, както и общата сила на реакция N_1 , с която бордюрът действа върху предните гуми.

Б2. Минималния въртящ момент M върху задната ос, нужен за преодоляване на бордюра.

В) Нека автомобилът има следните данни: $m = 1000 \text{ kg}$, $R = 0.3 \text{ m}$, $L = 2.5 \text{ m}$, височината на бордюра е $h = 0.1 \text{ m}$ и $g = 10 \text{ m/s}^2$. Попълнете със съответните числени стойности таблицата:

[2.0 т]

Задвижване на	μ	$N_1 \text{ (N)}$	$M \text{ (N.m)}$
предни колела			
задни колела			



Задача 2. Газова турбина

На фиг. 2.1 е показано принципно устройство на газова турбина – двигател, който се използва при самолетите, в електростанциите и дори в някои модели спортни автомобили. На фиг. 2.2 е показан идеализиран термодинамичен цикъл на работата на газовата турбина (т. нар. цикъл на Брайтън). Компресорът поема атмосферен въздух с налягане $p_1 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ и температура $T_1 = 300 \text{ K}$ и го свива адиабатно до налягане $p_2 = 1.0 \times 10^6 \text{ Pa}$ (процес 1–2), след което въздухът попада в горивната камера. Там той се загрява от изгаряното гориво и се разширява при практически постоянно налягане (2–3). Масата на впръсканото гориво и на продуктите от неговото изгаряне е много по-малка от

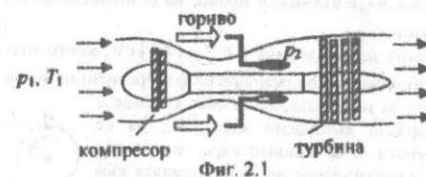
масата на постъпващия въздух. След това въздухът попада върху лопатките на турбината, като до отделянето му в атмосферата налягането му намалява адиабатно до $p_1 = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ (3–4). Отделеният в атмосферата горещ въздух се охлажда при постоянно налягане до температурата на околния въздух (4–1).

А) В коя точка от цикъла температурата на въздуха е максимална? Дайте обосновка на отговора си. [1.0 т]

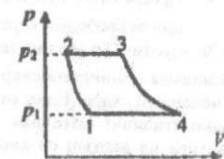
Б) Без да анализирате детайлно отделните процеси от работния цикъл, получите оценка отгоре за коефициента η на полезно действие на двигателя. Приемете, че въздухът в горивната камера се загрява до максимална температура $T_{\text{max}} = 1000 \text{ K}$. [1.0 т]

В) Получете точен израз за η чрез коефициента на компресия $k = p_2/p_1$ и показателя на адиабатата γ на въздуха. Пресметнете η , като приемете, че въздухът е съставен само от двуатомни молекули. [4.0 т]

Г) На практика горещият въздух се отделя в атмосферата с налягане p_m , което е по-голямо от външното атмосферно налягане p_1 . Адиабатното разширение на въздуха продължава в атмосферата, като при това въздухът не извършва полезна работа. Пресметнете числено КПД η' на турбината в този случай при $p_m = 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$. [4.0 т]



Фиг. 2.1



Фиг. 2.2

Задача 3. Ефект на Мьосбауер

Ако атом премине от възбудено енергетично ниво с енергия E_1 в основното си ниво с енергия E_0 , се излъчва фотон с енергия $h\nu = E_1 - E_0$. Този фотон може да бъде погълнат от атом на същото вещество, който първоначално се намира в основното ниво E_0 и преминава във възбудено състояние с енергия E_1 . Този процес се нарича резонансна флуоресценция и се наблюдава лесно, когато излъченият фотон е в оптичната част на спектъра. В случай, когато фотонът се излъчва при преход между енергетичните нива на атомното ядро обаче резонансна флуоресценция се наблюдава само при специални условия. Причината е, че излъченият фотон (γ -квант) придава значителен импулс на излъчващото ядро, а следователно и част от своята енергия. С по-ниската си енергия γ -квантът не може да бъде погълнат от друго ядро на същия изотоп, намиращо се в основно състояние.

А) Разгледайте свободно ядро (например в газ) с маса m и разлика в енергиите между възбуденото и основното ниво $E_1 - E_0 = h\nu_0$, където ν_0 е честотата, с която би бил излъчен γ -квантът, ако ядрото беше неподвижно закрепено.

- Получете приблизителни изрази за кинетичната енергия E_d на ядрото след излъчването на γ -кванта и за енергията $h\nu_1$ на излъчения фотон, ако първоначално ядрото е

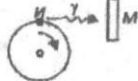
неподвижно. Изразете отговорите чрез $h\nu_0$, m и скоростта на светлината c . Можете да приемете, че $h\nu_0 \ll mc^2$ и да използвате приблизителните равенства $(1+x)^n \approx 1+nx$ и $(1+x)(1+y) \approx 1+x+y$, когато $|x|, |y| \ll 1$. [2.5 т]

- Колко трябва да бъде енергията $h\nu_\gamma$ на γ -квант, за да бъде погълнат от първоначално неподвижно ядро, намиращо се в основното си състояние? [1.0 т]

Б) Ще разгледаме конкретно ядро на изотопа ^{57}Fe на желязото (моларна маса $M = 0.057 \text{ kg/mol}$). Възбудените ядра излъчват в случайни моменти от време, като средното им време на живот е $\tau = 10^{-7} \text{ s}$. Поради това, енергията на излъчените кванти не е фиксирана, а е случайно разпределена в малък интервал $\nu_1 \pm \Delta\nu$. Аналогично, неподвижното ядро може да поглъща фотони в интервал от честоти $\nu_2 \pm \Delta\nu$ със същата широчина.

- Като използвате принципа за неопределеност, оценете полуширината $\Delta\nu$ на честотния интервал при излъчване или поглъщане. [1.0 т]
- Пресметнете при какви енергии $h\nu_0$ е възможен процес на резонансна флуоресценция за свободни ядра на желязото. [1.5 т]

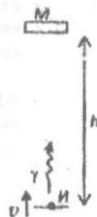
В) За ядрото ^{57}Fe разликата в енергиите на двете нива е $h\nu_0 = 14.4 \text{ keV}$, което значително превишава граничната енергия за наблюдаване на резонансна флуоресценция от свободни неподвижни ядра. Един от начините за наблюдаване на това явление е радиоактивният източник M , съдържащ възбудени ядра ^{57}Fe , да се монтира на въртящ се диск. Мишената M от същите ядра в основно състояние е закрепена неподвижно в направление на допирателната към диска.



- С каква ъглова скорост ω трябва да се върти дискът, за да може максимален брой фотони, излъчени от източника, да бъдат поглънати от ядрата в мишената? Радиусът на диска е $R = 5 \text{ cm}$. [2.0 т]

Г) Когато атом се намира в кристал, между него и съседните атоми съществува силна връзка, в резултат на което атомът трепти около своето равновесно положение с определена честота $\nu_{\text{ат}}$. Трептящият атом може да поглъща механична енергия само на кванти $\epsilon = h\nu_{\text{ат}}$. Ако енергията $E_{\text{ат}}$ на откат на излъчващото ядро е по-малка от вибрационния квант енергия ϵ и температурата е сравнително ниска, импулсът на излъчения фотон не е достатъчен, за да възбуди трептене на ядрото в кристала. Фотонът се излъчва или поглъща с непроменена енергия $h\nu_0$, като откатният импулс се поема от кристала като цяло. Този ефект е бил открит от немския физик Мюсбауер през 1956 г. за ядрата на изотопа ^{57}Fe в кристалната решетка на желязото при температури, по-ниски от 77 K.

През 1959 г. английските физици Паунд и Ребка използват ефекта на Мюсбауер, за да установят промяната на честотата на фотона при движение в гравитационно поле. Схемата на опита е дадена на фигурата. Източникът I – стоманена пластинка, съдържаща възбудени ядра ^{57}Fe , е монтиран на мембраната на високоговорител. На високоговорителя се подава електрическо напрежение, изменящо се с времето така, че мембраната да се



движи вертикално с контролируема скорост. Мишената – идентична пластинка, в която ядрата на желязото са в невязбудено (основно) състояние, се намира на височина $h = 22.5 \text{ m}$ над източника.

- С каква скорост v трябва да се движи мембраната нагоре, за да се наблюдава резонансно поглъщане на γ -квантите, излъчени от източника? Присметете, че γ -квантите се излъчват и поглъщат безоткатно. [2.0 т]

Основни константи

Константа на Планк, $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Скорост на светлината във вакуум, $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$

Елементарен електричен заряд, $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Число на Авогадро, $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Ускорение на свободно падане, $g = 9.80 \text{ m/s}^2$