



Творчество

и иновации

Европейска година 2009

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

Национално есенно състезание по физика

Варна, 31 октомври 2009 г.

Решения на задачите от специалната тема

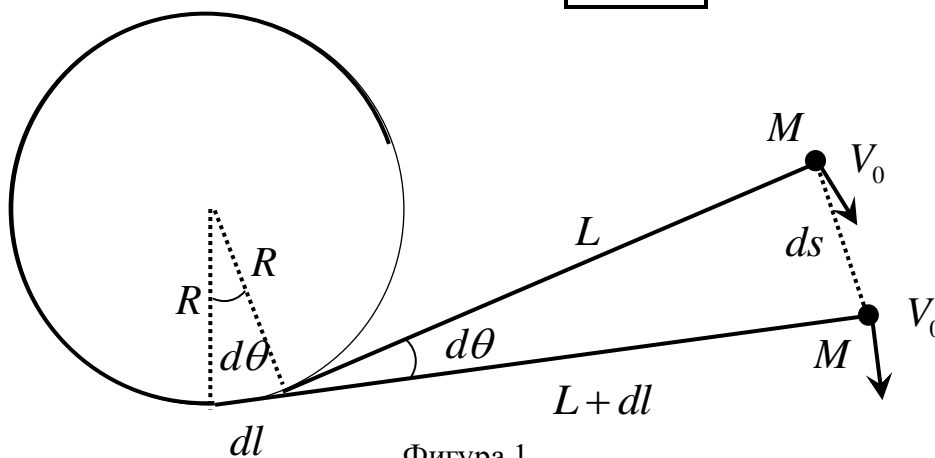
Задача 1. Развиване на кабел

а) Моментът на импулса на шайбата не се запазва, понеже имаме приложен въртящ момент от страна на кабела (допирната точка на кабела върху цилиндъра се мести)[1т]. От друга страна, енергията се запазва, понеже силата на опън от страна на кабела е винаги перпендикулярна на скоростта на шайбата, и следователно не върши работа[1т].

б) От това, че енергията се запазва, следва и че скоростта V_0 на шайбата се запазва по големина. За малко време dt , шайбата изминава малък път $ds = V_0 dt$, а от Фигура 1 се вижда, че $ds = L d\theta$, а удължението на кабела се е развило от стълба $\Rightarrow dl = R d\theta \Rightarrow$

$$V_0 dt = \frac{L}{R} dl \Rightarrow R V_0 \int_0^T dt = \int_0^{L_0} L dl$$

$\Rightarrow$ времето T , за което кабелът изцяло ще се развие е $T = \frac{L_0^2}{2RV_0}$ [3т]



Фигура 1

в) От това, че енергията се запазва, имаме:

$$E = \frac{mV_0^2}{2} = const,$$

от друга страна, $ds = V_0 dt$, както и от Фигура 1 имаме $ds = L d\theta$, развитата дължина L можем да изразим от ъгъла на завъртане θ по следния начин: $L = R\theta \Rightarrow$

$$V_0 = R\dot{\theta},$$

а за енергията получаваме:

$$E = \frac{mR^2\dot{\theta}^2}{2} = const.$$

Диференцирайки горното равенство по времето, получаваме уравнението на движение:

$$\left(\dot{\theta}\right)^2 \theta + \theta^2 \ddot{\theta} = 0$$

За $\theta \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{d}{dt}(\dot{\theta}\theta) = \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\theta^2}{2}\right) = 0$$

Решението на последното уравнение е $\theta^2 = At + B$, а от началните условия имаме:

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$\theta(0)\dot{\theta}(0) = V_0 / R \Rightarrow A = 2V_0 / R$$

Окончателно получаваме: $\theta(t) = \sqrt{(2V_0 t) / R}$ [4т]

г) След като кабелът напълно се развие, той ще се навие върху цилиндъра, но в обратна посока [1т]

Задача 2. Съотношение за неопределеност

а) За оценка на енергията, нека тя да е от порядъка на неопределеността в енергията, а за времето, през което протича взаимодействието, да е от порядъка на неопределеността във времето. Тогава можем да запишем приблизителното равенство:

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

Енергията е $\Delta E \approx mc^2$, а времето на взаимодействие е приблизително $\Delta t \approx R/c \Rightarrow$

$$(mc^2).(R/c) \approx \hbar \Rightarrow m \approx \hbar/(Rc)$$
 [2 т]

$$m \approx 3,5 \times 10^{-28} \text{ kg}$$
 [0.5 т]

$$m \approx 384m_e$$
 [0.5 т]

б) За гравитационното взаимодействие имаме аналогично на предишната подточка $\Delta E \Delta t \approx \hbar$, където енергията е $\Delta E \approx m_g c^2$, а времето на взаимодействие е приблизително $\Delta t \approx R/c \Rightarrow$

$$(m_g c^2).(R/c) \approx \hbar \Rightarrow R \approx \hbar/(m_g c)$$

За масата на преносителя на гравитационното взаимодействие имаме $m_g \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow \infty$ [3 т]

в) Използваме съотношението за неопределеност между енергията ΔE на фотона и произволен интервал от време Δt :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Понеже неопределеността в енергията на фотона е $\Delta E = c^2 \Delta m$, където c е скорост на светлината във вакуум, то неопределеността на масата на фотона Δm не може да е по-малка от:

$$\Delta m \geq \frac{\hbar}{c^2 \Delta t}$$
 [3 т]

Най-малка неопределеност на масата на фотона ще получим, като за Δt използваме възможния най-голям интервал време – възрастта на Вселената. Ако за Δt приемем стойността 10^{10} години, т. е. $10^{10} \times (365 \text{ дни}) \times (24 \text{ часа}) \times (3600 \text{ секунди})$ и използваме известните стойности за константата на Планк $\hbar$ и за скоростта c на светлината във вакуум, получаваме, че

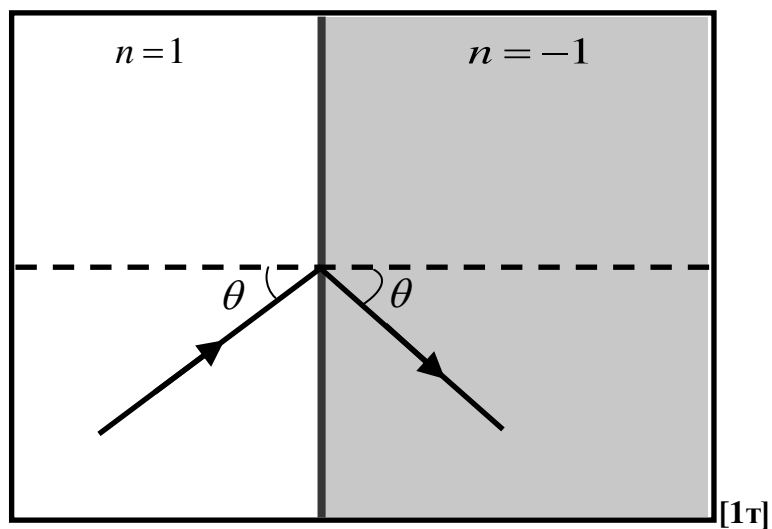
$$\Delta m \geq 3,7 \times 10^{-69} \text{ kg}$$
 [1 т]

Задача 3. Материали с отрицателен показател на пречупване

а) От закона за пречупването имаме $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ и конкретно за нашия случай:

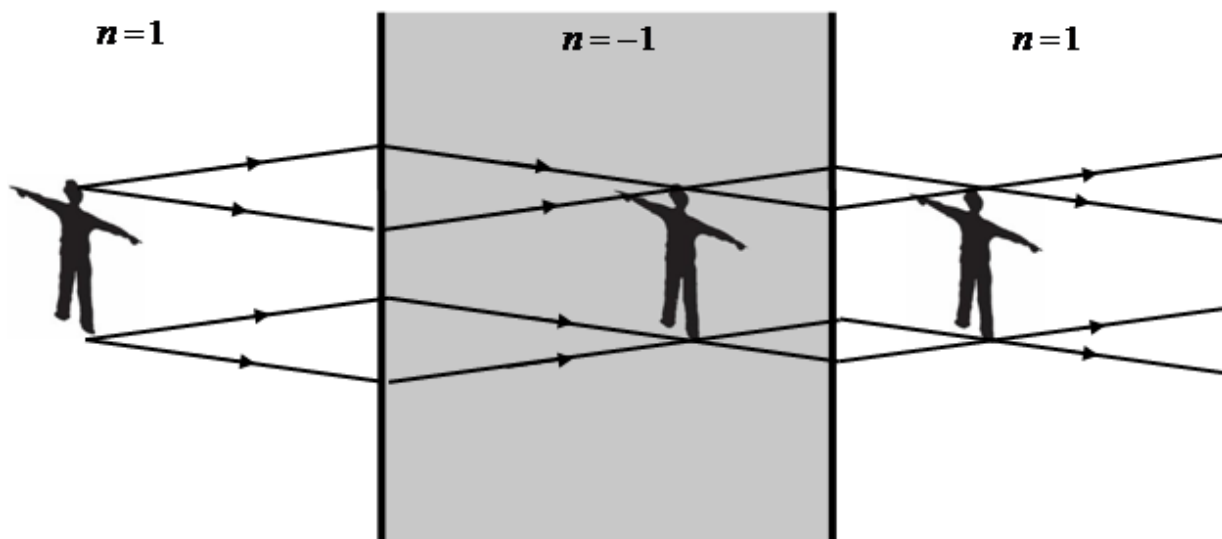
$$\sin \theta = -\sin \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = -\theta$$
 [1т]

Тоест, ъгълът на пречупване е равен по големина на ъгъла на падане и двата ъгъла са от една и съща страна на нормалата - Фигура 2.



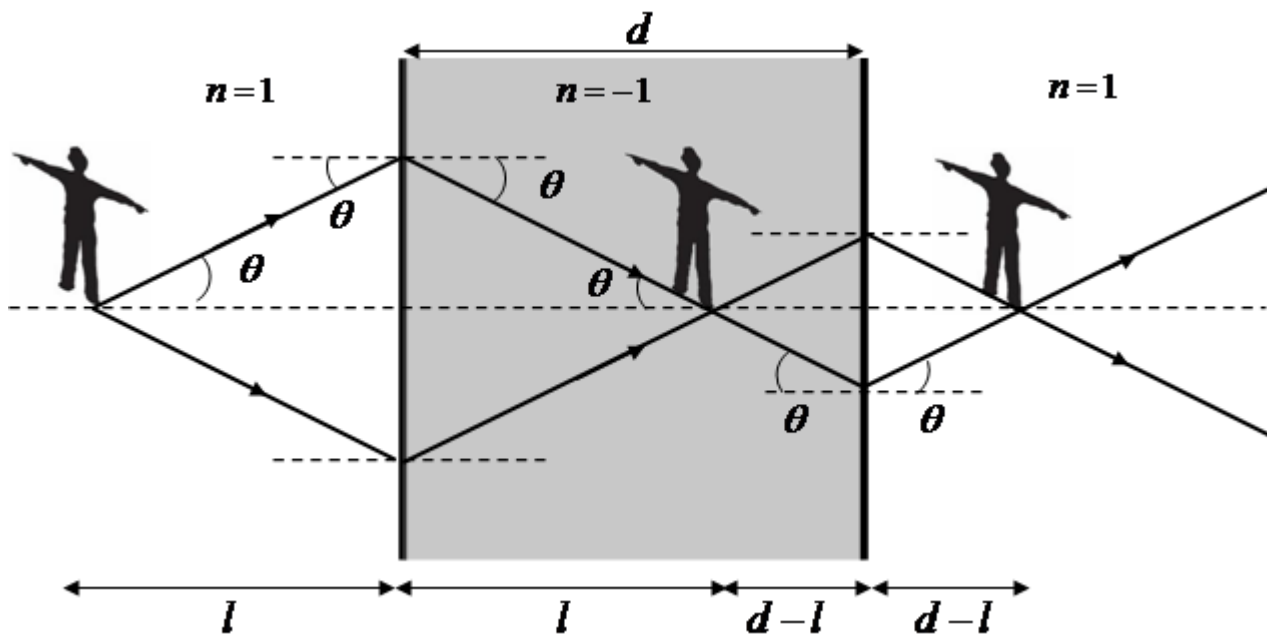
Фигура 2

б) чрез прости геометрични построения се виждат двата образа, които са **прави** [2т]
(виж Фигура 3 и Фигура 4)



Фигура 3

[3 т]



Фигура 4

в) От Фигура 4 лесно се съобразява, че двата образа са на разстояние $d-l$ от втората стена на пластината [2г].

г) Понеже материалът е с положителен показател на пречупване за фотони с честота 2ω , то векторът на Пойнтинг и вълновият вектор ще имат еднаква посока за тези фотони (импулсът е в посока на разпространение на фотона). За фотони с честота ω , векторът на Пойнтинг и вълновият вектор имат обратни посоки, понеже материалът е с отрицателен показател на пречупване (импулсът е обратен на посока на разпространение на фотона).

Отчитайки закона за запазване на импулса, получаваме че посоката на разпространение на фотона с честота 2ω , роден от два фотона с честота ω , става в обратна посока на фотоните с честота ω . [4 г]