

**Решения и указания към темата за 11. и 12. клас**

Задача 1. Част 1. Записваме закона на Стефан за мощността на излъчването на двете топчета:

$$P_1 = \sigma ST_1^4 \text{ и } P_2 = \sigma ST_2^4 \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

и изразяваме връзката между техните температури:

$$T_1 = T_2 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{4}} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Абсолютните температури на двете топчета и дължините на вълните, съответстващи на максимумите в спектри им на излъчване, са свързани със закона на Вин:

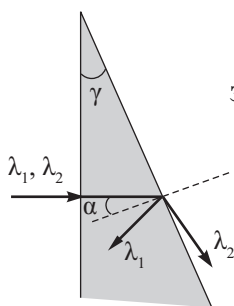
$$\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2 \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Заместваме T_1 и определяме λ_2 :

$$\lambda_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{4}} \lambda_1 = \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \lambda_1 \approx 420 \text{ nm} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Част 2. а) $n_1 = 1,725$; $n_2 = 1,650$ **0,5 т.**

б) Едната компонента преминава през призмата, като се пречупва от втората ѝ стена, а другата претърпява пълно вътрешно отражение **1 т.**



за правилен чертеж **1 т.**

Граничният ъгъл на пълно вътрешно отражение се определя от формулата $\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{1}{n}$ **0,5 т.**

От формулата се вижда, че граничният ъгъл е по-малък за онзи лъч, за който призмата има по-голям показател на пречупване. Това е синята светлина (λ_1, n_1). Следователно пълно вътрешно отражение ще се наблюдава за синия лъч **1 т**

в) От чертежа се вижда, че ъгълът на падане α е равен на пречупващия ъгъл γ на призмата (ъгли с взаимно перпендикулярни рамене): $\alpha = \gamma$ **0,5 т.** За да се наблюдава описаният случай, трябва да е в сила неравенството

$$\frac{1}{n_1} < \sin \gamma < \frac{1}{n_2} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Следователно пречупващият ъгъл на призмата трябва да бъде в интервала

$$35,4^\circ < \gamma < 37,3^\circ \dots\dots\dots 0,5 \text{ т.}$$

(При по-малки стойности на пречупващия ъгъл γ и двата лъча ще преминат през призмата, а при по-големи те ще претърпят пълно вътрешно отражение.)

Задача 2. а) При спускането на пръчката нараства броят на индукционните линии (магнитният поток) през проводниковия контур, образуван от пръчката и горната част на стойката. Тогава съгласно със закона на Фарадей в контура се индуцира електричен ток. Посоката на индуцирания ток се определя по правилото на Ленц..... **2 т.**

б) Токът през пръчката тече в посока от точка a към точка b **1 т.**

в) На пръчката действа сила на тежестта $G = mg$, насочена вертикално надолу, и магнитна сила $F = BIL$, която е насочена вертикално нагоре **1 т.**

Записваме уравнението на втория принцип на механиката за движението на пръчката

$$mg - BIL = ma,$$

откъдето определяме нейното ускорение

$$(1) \quad a = g - \frac{BIL}{m} = 4 \text{ m/s}^2 \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

г) За малък интервал от време Δt пръчката изминава разстояние $v\Delta t$ и площта на токовия контур нараства с $\Delta S = Lv\Delta t$. Съгласно със закона на Фарадей в контура се индуцира електродвижещо напрежение

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = BLv \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Индуцираният ток е

$$(3) \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

Пръчката започва да се движи с постоянна скорост, когато се изравнят големините на двете сили, т.е. когато нейното ускорение стане равно на нула. Полагаме $a = 0$ в уравнение (1), заместваме тока I от уравнение (3) и изразяваме постоянната скорост на пръчката

$$(4) \quad v = \frac{mgR}{B^2 L^2} = 1 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

д) Когато пръчката се движи с постоянна скорост, от уравнение (1) следва, че през нея тече постоянен ток $I = \frac{mg}{BL}$. Отделеното в пръчката количество топлина за време t се определя от закона на Джаул–Ленц

$$(5) \quad Q = I^2 R t = \frac{m^2 g^2 R t}{B^2 L^2} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

За време t пръчката изминава надолу път $h = vt$ и нейната потенциална енергия намалява с $\Delta E_{\text{п}} = mgh = mgvt$. Заместваме v от формула (4) и получаваме

$$(6) \quad \Delta E_{\text{п}} = mgvt = \frac{m^2 g^2 R t}{B^2 L^2} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

От уравнения (5) и (6) се вижда, че механична (потенциална) енергия, която пръчката губи при движението си надолу с постоянна скорост се преобразува изцяло в топлинна енергия.

Задача 3. а) $a_m = \frac{k}{m} A \dots\dots 1 \text{ т.}$ $v_m = A \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots 1 \text{ т.}$

б) От закона за запазване на енергията следва равенството $\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$, $\dots\dots\dots 1 \text{ т.}$ откъдето изразяваме скоростта

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

в) Тъй като трупчето се движи без триене, в хоризонтално направление на системата (трупче + топче) не действат външни сили. (Времето на удара τ е много малко, поради което импулсът $kx\tau$ на връщащата сила по време на удара се пренебрегва.) Затова хоризонталната компонента на импулса на системата се запазва:

$$(2) \quad mv = \left(m + \frac{m}{2}\right)u, \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

където v е скоростта на трупчето преди удара, а u – скоростта на съставното тяло (трупче + топче) след удара. От уравнение (1) определяме

$$(3) \quad v = A \sqrt{\frac{3k}{4m}} \dots\dots\dots 0,5 \text{ т.}$$

От уравнения (2) и (3) определяме скоростта u :

$$(4) \quad u = A \sqrt{\frac{k}{3m}} \dots\dots\dots 0,5 \text{ т.}$$

След удара енергията на системата се запазва:

$$(5) \quad \frac{(m + m/2)}{2} u^2 + \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 \dots\dots 1 \text{ т.}$$

Заместваме скоростта u от (4) в (5) и определяме амплитудата на трептене след удара

$$(6) \quad A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} A \dots\dots\dots 1 \text{ т.}$$

г) Механичната енергията на системата непосредствено преди удара е $E_0 = \frac{1}{2} k A^2 + \frac{mgh}{2}$. След

удара енергията е $E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{3}{8} k A^2$. Изменението на енергията е

$$(7) \quad \Delta E = E_1 - E_0 = -\left(\frac{1}{8} k A^2 + \frac{mgh}{2}\right) \dots\dots 1 \text{ т.}$$

Знакът минус показва, че механичната енергия на системата намалява. Законът за запазване на енергията обаче не се нарушава. Ударът е нееластичен – при него част от кинетичната енергия на телата се превръща във вътрешна енергия. Телата се деформират и се нагряват..... 1 т.