



Творчество

и иновации

Европейска година 2009

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика, Варна, 31 октомври 2009 г.
Решения 10. клас

Задача 1.

а) Разстоянието между топчетата намира от закона на Кулон:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ [1 т.] или } r = \sqrt{K \frac{q_1 q_2}{F}}, \text{ което дава } r = 0,4 \text{ m [1 т.]}$$

б) Зарядът с големина $q_1 = +6 \mu\text{C}$ създава поле с големина $E = F/q_2$ [1 т.] или $E = 3,375 \cdot 10^5 \text{ N/C}$, а зарядът с големина $q_2 = -4 \mu\text{C}$ поле с големина $E = F/q_1 = 2,25 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ [1 т.]

в) Разстоянието между топчетата ще бъде равновесното разстояние r минус деформацията x (тъй като топчетата се привличат) [1 т.]. При равновесие ще имаме:

$$k_1 \cdot x = K \frac{q_1 q_2}{(r - x)^2}, \text{ [1 т.]}$$

откъдето определяме коефициента на еластичност на пружината $k_1 = 24 \text{ N/m}$ [1 т.]

г) В този случай пълния електричен заряд $q = q_1 + q_2 = 2 \mu\text{C}$ [0,5 т.] ще се разпредели по равно между двете топчета - $q'_1 = q'_2 = 1 \mu\text{C}$ [0,5 т.]. Електрическата сила е на отблъскване и ще имаме разтягане на пружината

$$k_2 \cdot x = K \frac{q'_1 q'_2}{(r + x)^2} \text{ [1 т.]}$$

Откъдето намираме коефициента на еластичност $k_2 = 0,36 \text{ N/m}$ [1 т.].

Задача 2.

а) Съпротивленията R_2 и R_3 са свързани последователно и дават еквивалентно съпротивление $R_{E1} = R_2 + R_3 = 5 \Omega$ [0,5 т.]. По същия начин $R_{E2} = R_4 + R_5 = 10 \Omega$ [0,5 т.]. Трите съпротивления R_1 , R_{E1} и R_{E2} са свързани успоредно и еквивалентното им съпротивление се определя от

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{E1}} + \frac{1}{R_{E2}} \text{ [0,5 т.] или } 1/R = 5/10 \Omega^{-1}, \text{ т.е. } R = 2 \Omega \text{ [0,5 т.].}$$

Токът определяме от закона на Ом $I = \frac{U}{R}$ [0,5 т.], т.е. $I = 5 \text{ A}$ [0,5 т.]. Токовете през съответните съпротивления

намираме от $I_1 = U/R_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = U/R_{E1} = 2 \text{ A}$ и $I_3 = U/R_{E2} = 1 \text{ A}$. [0,5 т.]

Съответно отделените мощности $P = R_i I_j^2$ [0,5 т.] ще бъдат

$$P_1 = 10 \text{ W}, P_2 = 4 \text{ W}, P_3 = 6 \text{ W}, P_4 = P_5 = 5 \text{ W} \text{ [1 т.]}$$

б) Задачата може да решим по два начина –намираме първо токовете и оттам – еквивалентното съпротивление или намираме първо еквивалентното съпротивление, след което определяме токовете.

1. Решение на задачата с намиране на токовете чрез падовете на потенциала.

Токът през резистора R_1 се намира непосредствено : $I_1 = U/R_1 = 2 \text{ A}$. [0,5 т.]

За намирането на останалите шест тока пресмятаме падовете на напрежението при различни комбинации:

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = U$$

$$R_4 I_4 + R_5 I_5 = U$$

$$R_2 I_2 + R_6 I_6 + R_5 I_5 = U \text{ [0,5 т.]}$$

Освен това токовете през отделните резистори са свързани посредством:

$$I_2 = I_3 + I_6$$

$$I_5 = I_4 + I_6 \text{ [0,5 т.]}$$

За опростяване на изчисленията заместваем стойностите на съпротивления и напрежението U в първите три уравнения. Токовете I_3 и I_4 фигурират само в по две уравнения, така че първо ги изключваме тях.

$$2.I_2 + 3(I_2 - I_6) = 10$$

$$2.I_5 - I_6 = 2$$

$$2.I_2 + 2.I_6 + 5.I_5 = 10 \text{ [0,5 т.]}$$

От второто уравнение определяме I_5 и заместваем в третото – получаваме система от две уравнения:

$$4.I_2 + 9.I_6 = 10$$

$$5.I_2 - 3.I_6 = 10 \text{ [0,5 т.]}$$

Откъдето определяме I_2 и I_6 , след това I_5 , I_4 и I_3 : $I_2 = 40/19 \text{ A} \approx 2,105 \text{ A}$ [0,5 т.];

$I_6 = (5.I_2 - 10)/3 \text{ A} \approx 0,175 \text{ A}$ [0,25 т.]; $I_5 = 1 + I_6/2 \approx 1,088 \text{ A}$ [0,25 т.]

$I_4 = I_5 - I_6 \approx 0,913 \text{ A}$ [0,25 т.]; $I_3 = (10 - 2.I_2)/3 \approx 1,93 \text{ A}$ [0,25 т.]

Пълният ток през системата е $I = I_1 + I_2 + I_4 \approx 5,02 \text{ A}$ [0,5 т.]

Откъдето определяме еквивалентното съпротивление $R = U/I = 1,99 \Omega$ [0,5 т.]

2а. За да определим съставното съпротивление на схемата, може да заместим три от резисторите (например R_2 , R_3 и R_6) с друг

набор от три резистора – R_{23} , R_{26} и R_{36} , така че съставните съпротивления между еквивалентни точки да бъдат едни и същи

$$(1) \frac{R_{26}(R_{23} + R_{36})}{(R_{23} + R_{26} + R_{36})} = R_2 + R_6 = 4\Omega$$

$$(2) \frac{R_{23}(R_{26} + R_{36})}{(R_{23} + R_{26} + R_{36})} = R_2 + R_3 = 5\Omega$$

$$(3) \frac{R_{36}(R_{23} + R_{26})}{(R_{23} + R_{26} + R_{36})} = R_3 + R_6 = 5\Omega$$

[1 т.]

Делейки почленно (1) и (2) и (2) и (3) от горните уравнения получаваме:

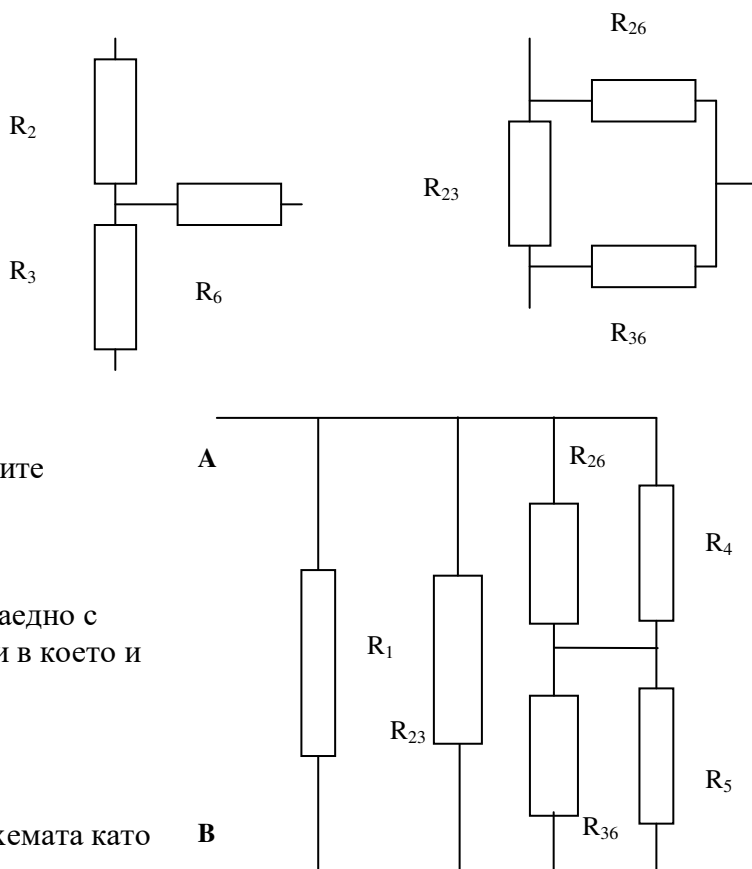
$$5R_{26}(R_{23} + R_{36}) = 4R_{23}(R_{26} + R_{36}) \text{ и}$$

$$R_{23}(R_{26} + R_{36}) = R_{36}(R_{23} + R_{26})$$

Последното уравнение дава $R_{23} = R_{36}$, което заедно с предходното води до $2R_{23} = 3R_{26}$ и замествайки в което и да е от уравненията (1) – (3) получаваме

$$R_{23} = R_{36} = 8\Omega \text{ и } R_{26} = 16/3 \Omega \text{ [1 т.]}$$

Съпротивлението на отделните елементи и схемата като цяло е:



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_{26}} + \frac{1}{R_4}, R' = 80/31 \Omega \approx 2,58 \Omega$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_{36}} + \frac{1}{R_5}, R'' = 40/13 \Omega \approx 3,08 \Omega$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R' + R''}, 1/R \approx 0,502 \Omega^{-1}$$

$$R \approx 1,99 \Omega \text{ [0,5 т.]}$$

Пълният ток ще бъде $I = U/R \approx 5,02 \text{ A}$. [0,5 т.]

Токът през резисторите R_1 и R_{23} определяме от $I_i = U/R_i$: $I_1 = 2 \text{ A}$ [0,5 т.] и $I_{23} = 1,25 \text{ A}$.

Останалите $1,77 \text{ A}$ ще текат през резисторите R' и R'' , като $I_{26}/I_4 = R_4/R_{26} = 15/16$ и $I_{26} + I_4 = 1,77 \text{ A}$, откъдето намираме $I_{26} = 0,856 \text{ A}$ и $I_4 = 0,914 \text{ A}$ [0,5 т.]. По същият начин определяме и $I_{36}/I_5 = 5/8$: $I_{36} = 0,681 \text{ A}$ и $I_5 = 1,089 \text{ A}$ [0,5 т.]. За да определим токовете в първоначалната схема, е необходимо да се върнем на преобразуването звезда - триъгълник. Токът I_3 , който тече през резистора R_3 , се формира от токовете I_{23} и I_{36} .

$$I_3 = I_{23} + I_{36} = 1,25 + 0,673 = 1,931 \text{ A} \text{ [0,25 т.]}$$

Съответно

$I_2 = I_{23} + I_{26} = 2,106 \text{ A}$, а разликата между тези два тока дава тока, който ще тече през резистора R_6 : $I_6 = I_2 - I_3 = 0,175 \text{ A}$ [0,25 т.] (или от $I_5 - I_4$)

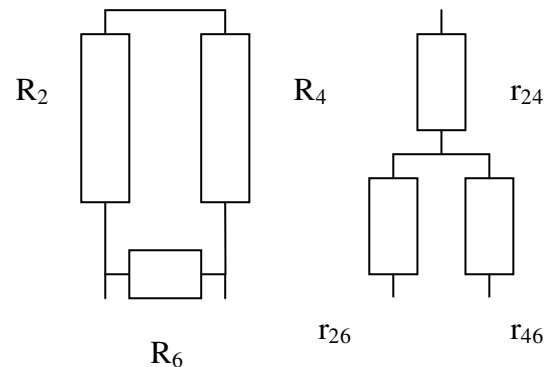
26. Преобразуването на системата от три резистора в друга схема от три резистора не е единствено. Възможна е и друга реализация, както е показано на фигурите в дясно.

Трансформациите са:

$$r_{24} + r_{26} = \frac{R_2(R_4 + R_6)}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{14}{9} \Omega$$

$$r_{24} + r_{46} = \frac{R_4(R_2 + R_6)}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{20}{9} \Omega$$

$$r_{26} + r_{46} = \frac{R_6(R_4 + R_2)}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{14}{9} \Omega \text{ [1 т.]}$$



Откъдето получаваме: $r_{24} = r_{46} = 10/9 \Omega$ и $r_{26} = 4/9 \Omega$ [0,5 т.].

При изчисляване на еквивалентните съпротивления получаваме:

$$r' = r_{26} + R_3 = 4/9 + 3 = 31/9 \Omega \text{ и } r'' = r_{46} + R_5 = 10/9 + 5 = 55/9 \Omega \text{ [0,5 т.].}$$

Общото съпротивление на веригата, съставена от R_2 , R_3 , R_4 , R_5 и R_6 ще бъде:

$$r = r_{24} + \frac{r' \cdot r''}{r' + r''} = 3,314 \Omega, \text{ а пълното съпротивление: } R = \frac{r \cdot R_1}{r + R_1} = 1,99 \Omega \text{ [0,5 т.].}$$

Пълният ток ще бъде $I = U/R \approx 5,02 \text{ A}$. [0,5 т.]

Токът през резистора R_1 определяме от $I_i = U/R_i$: $I_1 = 2 \text{ A}$ [0,5 т.]

Токовете през резисторите R_3 и R_5 съвпадат с токовете през r' и r'' – $I_3 + I_5 = 3,02 \text{ A}$ и $I_3/I_5 = r''/r'$: $I_3 = 1,931 \text{ A}$ и $I_5 = 1,089 \text{ A}$ [0,5 т.].

Останалите токове определяме от:

$$I_2 + I_4 = I_3 + I_5 = 3,02 \text{ A}; \quad I_2 - I_6 = I_3 = 1,931 \text{ A} \text{ и } R_2 I_2 = U - R_3 I_3 = 4,207 \text{ V} \text{ [0,5 т.]}$$

$$I_2 = 2,103 \text{ A}; \quad I_4 = 0,916 \text{ A}; \quad I_6 = 0,172 \text{ A} \quad \text{[0,5 т.]}$$

Задача 3.

а) ЕДН по големина може да определим от закона на Фарадей $\varepsilon^* = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ [0,5 т.], където Φ е

потока на магнитната индукция B през повърхността с площ S , ограничена от U-образния контур и проводника [0,5 т.]. Тъй като големината и посоката на магнитното поле не се променя с времето, промяната на потока се дължи на промяна на площта $\Delta\Phi = B\Delta S$ [0,5 т.], като $\Delta S = l.v.\Delta t$. [0,5 т.] Оттук определяме големината на индуцираното ЕДН

$$\varepsilon^* = B.v.l = 0,25 \text{ V} [1 \text{ т.}]$$

Посоката на индуцираното ЕДН определяме от правилото на Ленц – тъй като потока на магнитната индукция нараства при движението на проводника, то индуцирания ток трябва да създава магнитно поле, насочено обратно на външното поле, т.е. индуцираното магнитно поле в контура трябва да е насочено към нас, и прилагайки правилото на дясната ръка получаваме посоката на тока в проводника – нагоре. Посоката на тока в контура ще бъде обратно на часовниковата стрелка. [1 т.]

Токът I , който протича през съпротивлението определяме от закона на Ом –

$$I = \frac{\varepsilon^*}{R} = 0,05 \text{ A} [1 \text{ т.}]$$

б) Подусловието може да решим по два начина:

1. Мощността, която се разсейва от съпротивлението $P = I^2 R$ е равна на мощността на силата F , която движи проводника с постоянна скорост v надясно (определихме посоката и): [1 т.]

$$F.v = I^2 R \rightarrow F = \frac{I^2 R}{v} = \frac{\varepsilon^{*2}}{R.v} = \frac{B^2 v l^2}{R} [1 \text{ т.}] \text{ може да използваме която и да е от трите формули}$$

$$F = 0,0025 \text{ N} = 2,5 \text{ mN} [1 \text{ т.}]$$

2. На проводник с дължина l , по който тече ток с големина I (нагоре) и е поставен в перпендикулярно външно магнитно поле с индукция B действа сила с големина $F = I.l.B$, чиято посока се определя от правилото на дясната ръка – в нашия случай наляво на чертежа.

[1 т.] За се движи проводника с постоянна скорост v е необходимо да се приложи същата по големина, но обратна по посока сила [1 т.]

$$F = \frac{\varepsilon^* l B}{R} = \frac{B^2 v l^2}{R} = 2,5 \text{ mN} [1 \text{ т.}]$$

в) Когато е включен външен източник на ЕДН ε във веригата, необходимо е да съобразим полярността му спрямо индуцираното ЕДН ε^* . При решаването на подусловие (а) видяхме, че токът от индуцираното ЕДН тече обратно на часовниковата стрелка. Ако нямаше индуцирано ЕДН, то тока ще тече по часовниковата стрелка [0,5 т.]. Следователно двата източника са свързани един срещу друг [0,5 т.] и големината на тока определяме от

$$IR = \varepsilon - \varepsilon^* \text{ или } I = \frac{\varepsilon - \varepsilon^*}{R} = 0,1 \text{ A} [0,5 \text{ т.}], \text{ а посоката му ще бъде по часовниковата стрелка.}$$

[0,5 т.]