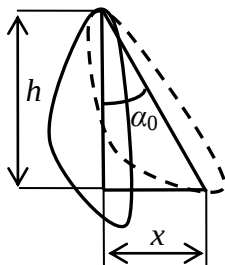


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика, Враца, 16 – 18 ноември 2007 г.
Специална тема

Задача 1. Махало – нелинейност и затихване. Тяло се люлее около точка под действие на силата на тежестта. Максималният ъгъл α_0 на завъртане на тялото се пресмята чрез измерване на дължината x (виж Фиг. 1). $h = 48.0$ cm. Измерени са следните данни за зависимостта на времето за пет периода ($5T$) на махалото като функция на амплитудата му на трептене (дадена чрез x) (виж Табл. 1):



Фиг.1

x , cm	$5T$, s	x , cm	$5T$, s
2.5	6.75475	15.0	6.79200
5.0	6.75825	17.5	6.80325
7.5	6.76400	20.0	6.81750
10.0	6.77125	22.5	6.83825
12.5	6.78100	25.0	6.85625

Табл. 1

$$T(\alpha_0) = T(0) \left[1 + k \sin^2 \left(\frac{\alpha_0}{2} \right) \right], \quad (1.1)$$

Теорията твърди, че при незатихващи трептения на махало, периодът $T(\alpha_0)$ на трептене зависи от ъгловата амплитуда α_0 приблизително така:

където $T(0)$ е периодът при много малки амплитуди, а k – неизвестен коефициент. Начертайте в подходящи координати дадената зависимост и от графиката намерете:

а) периода $T(0)$ [2 т]

б) коефициента k [2 т]

t , s	$5T$, s
60	6.785
120	6.783
180	6.780
240	6.779
300	6.776
360	6.775

Изследвано е и затихването на същото махало. След като е пуснато от ъгъл $\alpha_0(0)$ в определени моменти време t след пускането му е измервано времето за 5 периода T на махалото (виж Табл. 2). Теорията твърди, че в приближение на слабо затихване $[\alpha_0(t) - \alpha_0(t+T) \ll \alpha_0(t)]$, малки ъгли $\alpha(t)$ и сила на съпротивление на въздуха, пропорционална на квадрата на ъгловата скорост на махалото, амплитудата на трептене $\alpha_0(t)$ зависи от t приблизително така: $\alpha_0(t) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + \alpha_0(0)\gamma t}$ (1.2)

Табл.2 Начертайте в подходящи координати дадената зависимост и от графиката намерете:

в) ъгъла $\alpha_0(0)$ [2 т]

г) коефициента γ [2 т]

д) в най-простия модел на махало, съставено от малко топче, закачено на нишка, трептящо с малка амплитуда и действаща сила на съпротивление върху топчето $F_{\text{сър}} = bv^2$ (v – скоростта на топчето), докажете зависимостта (1.2) и изразете коефициента γ чрез параметрите на задачата. [2т]

Задача 2. Автомобилен двигател.

а) n мола идеален газ са затворени в цилиндър с подвижно бутало. Намерете работата A , която извършва газът върху буталото при промяна на обема си от начални температура T_1 и обем V_1 до крайни температура T_2 и обем V_2 . Процесът е равновесен и се извършва без обмен на топлина между газа и цилиндъра. Уравнението на състоянието за този процес е $pV^\gamma = \text{const.}$ ($\gamma > 1$). Моларният капацитет при постоянен обем на газа е c_v . Отговорът изразете чрез n , c_v , T_2 и отношението $r = V_1/V_2$. [1т]

б) Същият газ е работна среда в топлинен двигател и извършва кръгов цикъл, съставен от две изохори и две адиабати. Начертайте цикъла на p - V диаграма. Намерете коефициента на полезно действие η на двигателя. Отговорът изразете чрез r и γ . [1т]

в) Автомобил, движещ се със скорост $v = 120$ km/h, харчи гориво $\Delta V / \Delta l = 8,3$ l/100 km. При тази скорост оборотите на колянвия вал на двигателя са $\omega = 3200$ об./min. Двигателят е четиритактов, работещ по по-горе описания цикъл на Ото. Има 4 цилиндри с общ обем $V_{\text{общ}} = 1570$ cm³. Плътността на бензина е $\rho_b = 730$ kg/m³. Намерете каква маса гориво се засмуква в един цилиндър при отварянето на входния му клапан. [1т]

г) Ако при затварянето на входния клапан (при максимален обем на газа в цилиндъра) горивната смес има температура 90 °C и налягане 1 atm, намерете в този момент парциалното налягане p_b (в atm) на бензиновите пари в цилиндъра. Една молекула бензин има средна маса $m_b = 114$ а.е. [1т]

д) Приемете, че бензинът е съставен от молекули с химична формула C_8H_{18} . Ако при изгарянето на бензина крайните продукти са само въглероден диоксид и вода, намерете каква част α от кислорода в цилиндъра участва в горенето. Въздухът съдържа 21 обемни процента кислород. [2т]

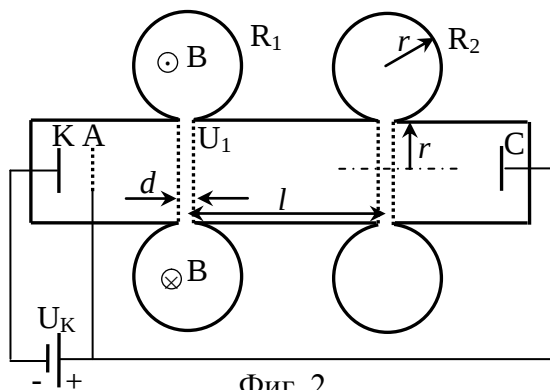
е) Бензинът има специфична топлина на изгаряне $\lambda = 48.7 \text{ MJ/kg}$. Каква е максималната температура $T_{\max}$ на газа в цилиндъра. Обменът на топлина се пренебрегва. Степента на сгъстяване на газа в цилиндриците е $r = V_{\max}/V_{\min} = 8.5$. Приемете, че моларният топлинен капацитет на сместа е $c_V = 2,5 \cdot R$ и $\gamma = 1.4$ [2т]

ж) Пресметнете мощността P_{3200} на двигателя в к.с. при 3200 об/мин [1т]

з) Масата на автомобила с един пътник е 1150 kg. За какво време t автомобилът се ускорява от покой до 100 km/h? Приемете, че се движи с постоянно ускорение и двигателят има средна мощност P_{3200} . Съпротивлението на въздуха се пренебрегва. [1т]

и) Каква марка е автомобила? [0т] :)

Задача 3. Клистрон. Клистронът е електронно-вакуумна лампа, която може да усилва или генерира електромагнитни полета (напрежения) в микровълновата област. Устройството е дадено на Фиг. 2.



Фиг. 2

От катода К се излъчват електрони с нулева начална скорост, които се ускоряват от напрежението U_K и достигат мрежестия анод А със скорост v_0 . Преминавайки през него те достигат плосък кондензатор (също прозрачен за електроните) с радиус r и дебелина d . На този кондензатор се подава високочестотно променливо синусово напрежение с амплитуда $U_1 \ll U_K$. Между двата кондензатора електроните се движат по инерция, но с вече модулирана от първия кондензатор скорост. При подходящо избрано

разстояние l между двата кондензатора, потокът електрони създава във втория кондензатор променлив ток, който индуцира променливо напрежение в него с амплитуда, по-голяма от U_1 . Така приборът може да работи като усилвател. При наличие на обратна връзка между двата кондензатора, приборът се превръща в генератор.

а) намерете скоростта v_0 на електроните. $U_K = 1 \text{ kV}$ [1т]

б) напрежението $U_1 = 10 \text{ V}$, честотата му $\nu = 10 \text{ GHz}$, а разстоянието между плочите на кондензатора е $d = 1 \text{ mm}$. Тъй като времето τ на преминаване на електрон между плочите на кондензатора е сравнимо с периода T на напрежението U_1 , то може да се приеме, че на преминаващите електрони действа ефективно напрежение $U_{\text{eff}} \sin(\omega t)$, където t е момента време, когато електрона преминава през кондензатора, $\omega = 2\pi\nu$, а U_{eff} може да се приеме за постоянно за времето на преминаване на

електрона като $U_{\text{eff}} = MU_1$, $M = \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$. Намерете U_{eff} . [1т]

в) намерете приближена формула за скоростта $v(t)$ на електрона след преминаването му през първия кондензатор. [1т]

г) вторият кондензатор е на разстояние l от първия. Намерете приближена формула за момента време t_2 , в който електрон преминава през втория кондензатор, ако е преминал през първия в момент време t_1 . [1т]

д) нарисуйте качествена графика на функцията $t_2 = f(t_1)$ за стойности на $t_1 \in [-T/2, T/2]$. [1т]

е) намерете как се променя токът $I_2(t)$ през втория кондензатор, ако катодния ток е $I_1 = \text{const}$. [1т]

ж) при каква минимална дължина $l_{\min}$ в определен момент време моментната стойност на I_2 ще клони към безкрайност. Пресметнете стойността на $l_{\min}$. [1т]

з) мрежестият плосък кондензатор с радиус r и капацитет C е част от така наречения тороидален резонатор. Той включва и тороидален (с формата на геврек) кух проводник с вътрешен радиус r с индуктивност L . Ако пренебрегнете ръбните ефекти и кривината на тора (т.е. го разглеждате като прав цилиндър) намерете капацитета C и индуктивността L . [1т]

и) ако приемете, че еквивалентната схема на резонатора е трептящ кръг, съставен от капацитета C и индуктивността L , определете радиуса r , така че резонансната честота на резонатора да е $\nu_{\text{рез}} = 10 \text{ GHz}$. [1т]

й) изведете формулата за M от подусловие б). [1т]

Полезна математика: $\sin \alpha \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{6}$, $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$, $\frac{df}{dx} = \frac{df}{dy} \frac{dy}{dx}$

Полезна физика: $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
 $1 \text{ a.e.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $1 \text{ kW} = 1.36 \text{ к.с.}$, $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$