МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално есенно състезание по физика
Плевен, 26 – 28 ноември 2004 г.
Специална тема

Задача 1. Математично махало с променлива дължина.

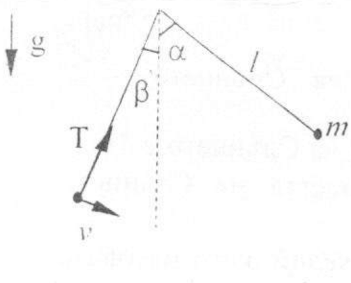
Малко топче с маса m е окачено на безтегловна нишка с дължина l и отклонено на ъгъл α ($0 < \alpha \leq \dfrac{\pi}{2}$) спрямо вертикалата (виж Фиг.1). След като се пусне, махалото извършва свободни люлеения. Земното ускорение е g. Намерете:

а) Колко е скоростта на топчето v, когато нишката сключва ъгъл β с вертикалата ($|\beta| < \alpha$). **[1 т]**

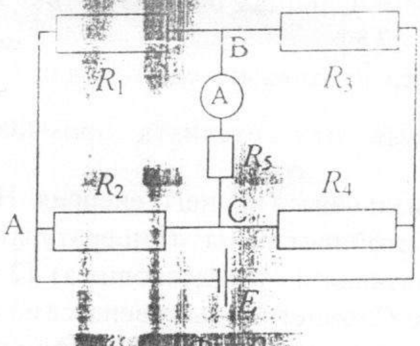
б) Колко е силата на опъване на нишката T, когато нишката сключва ъгъл β с вертикалата ($|\beta| < \alpha$). **[2 т]**

в) Нека първоначалния ъгъл на отклонение α, изразен в rad, е много малък ($\alpha \ll 1$). Използвайки резултатите от подусловие б), намерете силата на опъване на нишката T като функция на времето. **[3 т]**

г) Горният край на нишката на махалото е прокаран през малка дупка. Той започва мно-о-ого бавно и равномерно да се издърпва нагоре, в резултат на което дължината на махалото намалява с Δl ($\Delta l \ll l$). Ако в края на издърпването промяната на максималния ъгъл на отклонение на махалото е $\Delta\alpha$, намерете $\Delta\alpha / \alpha$. **[4 т]**



Фиг.1



Фиг.2

Задача 2. Уитстонов мост.

Уитстоновият мост е електрична схема, с която може да се мери неизвестно съпротивление. Пет съпротивления R_1, R_2, R_3, R_4 и R_5 (R_5 е вътрешното съпротивление на амперметъра) са включени към източник на постоянно напрежение с електродвижещо напрежение E, както е показано на Фиг. 2

а) Нека R_2 = 100 Ω, R_3 = 300 Ω и R_4 = 200 Ω. При каква стойност на съпротивлението R_1, токът I_5, минаващ през съпротивлението R_5, ще бъде нула (в това състояние Уитстоновият мост се нарича балансиран)? **[1 т]**

б) Намерете стойността на тока I_5, минаващ през съпротивлението R_5, при произволни стойности на съпротивленията R_1, R_2, R_3, R_4 и R_5 и електродвижещото напрежение E. **[5 т]**

в) Нека R_1 е неизвестно съпротивление и Уитстоновият мост, в рамките на експерименталната грешка, е балансиран чрез промяна на съпротивлението R_3. Приемете, че R_5 е много по-малко от останалите съпротивления във веригата ($R_5 \ll R_1$, R_2, R_3, R_4). Максималният ток, при който амперметърът все още показва нула (чувствителността на амперметъра), е I_{5max}. Всички съпротивления с изключение на неизвестното R_1 са известни с голяма точност и $R_2 = R_4$. Намерете формула за относителната грешка $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$, с която може да се определи стойността на R_1 и я пресметнете за следните стойности: $I_{5max} = 1\ \mu A$, $E = 2$ V, $R_2 = R_3 = R_4 = 10\ k\Omega$ **[2 т]**

г) Нека R_1 е неизвестното съпротивление и Уитстоновият мост, в рамките на експерименталната грешка, е балансиран чрез промяна на съпротивлението R_3. Приемете, че $R_5 = 500\ \Omega$ и е много **по-голямо** от останалите съпротивления във веригата ($R_5 >> R_1$, R_2, R_3, R_4). Максималният ток, при който амперметърът все още показва нула, е I_{5max}. Всички съпротивления с изключение на неизвестното R_1 са известни с голяма точност и $R_2 = R_4$. Получете формула за относителната грешка $\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{R_1}$, с която може да се намери стойността на R_1 и я пресметнете за следните стойности: $I_{5max} = 1\ \mu A$, $E = 2$ V, $R_2 = R_3 = R_4 = 10\ \Omega$. **[2 т]**

Задача 3. Слънце.

а) Слънчева константа (A) се нарича енергията на слънчевото лъчение, падаща на Земята за единица време и на единица площ. Нека $A = 1400\ W/m^2$. Намерете температурата на слънчевата повърхност (ако допуснете, че тя излъчва като идеално черно тяло). Константата на Стефан-Болцман е $\sigma = 5,67.10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}$. Разстоянието Земя-Слънце е $a = 150.10^6$ km. Радиусът на Слънцето е $R_C = 6,96.10^8$ m. **[3 т]**

б) Ако Слънцето излъчва по един и същ начин в продължение на 1 милиард години, намерете относителната промяна на масата на Слънцето $\frac{\Delta M}{M}$ вследствие на излъчената от него енергия. Началната маса на Слънцето е $M_C = 2.10^{30}$ kg. За стойността на температурата на повърхността на Слънцето използвайте получената от подусловие а). **[2 т]**

в) Приемете, че Слънцето е съставено само от водород и хелий, като масовата концентрация на водорода $n_H = 75\%$. След последователност от ядрени реакции, четири ядра водород (^1_1H) се превръщат в едно ядро хелий (^4_2He), при което се отделя 26,7 MeV енергия. Ако Слънцето излъчва по един и същ начин благодарение на по-горе описаната реакция, намерете масовата концентрация на водорода след 10 милиарда години. Масата на протона е $m_p = 1,67.10^{-27}$ kg. За стойността на температурата на повърхността на Слънцето използвайте получената от подусловие а). **[3 т]**

г) Звезда с радиус, равен на слънчевия и период на въртене $T_3 = 25$ дни, но с по-голяма маса, завършва своя живот като неутронна звезда (пулсар, много плътен и бързо въртящ се обект). Ако неутронната звезда излъчва радиоимпулси с период на повторение $T_H = 1$ ms, съвпадащ с периода на въртене на пулсара, намерете нейния радиус. Приемете плътността на неутронната звезда и на звездата – нейн предшественик, за независещи от радиусите им. Масите им също приемете за равни. **[2 т]**

Полезна математика: Ако $x << 1$, то $\sin x \approx x$ и $\sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{x^2}{2}$