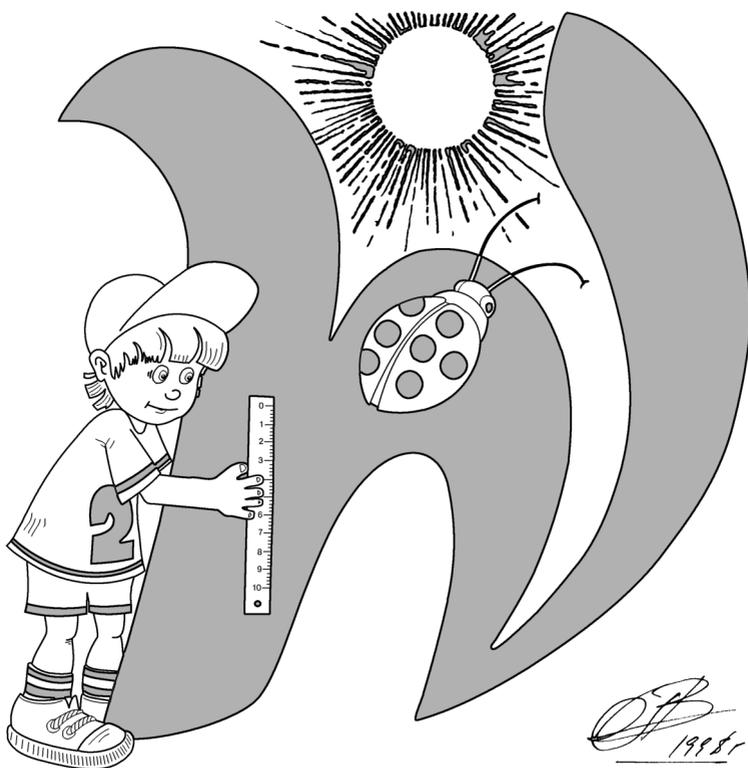


Министерство просвещения Российской Федерации  
Центральная предметно-методическая комиссия  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

# ЛIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап



Томск, 2019 г.

Комплект задач подготовлен  
центральной предметно-методической комиссией  
Всероссийской олимпиады школьников по физике  
E-mail: [olymp228@gmail.com](mailto:olymp228@gmail.com)  
Сайт: [www.physolymp.ru](http://www.physolymp.ru)

## Авторы задач

### Теоретический тур

#### 9 класс

#### 10 класс

#### 11 класс

1. Подоляко Е.
2. Замятнин М.
3. Замятнин М.
4. Аполонский А.
5. Слободянин В.

1. Варламов С.
2. Воробьев И.
3. Колдунов Л.,  
Жигар А.
4. Аполонский А.
5. Компанеев Р.

1. Уймин А.
2. Аполонский А.
3. Аполонский А.
4. Маринюк В.,  
Муравьев С.,  
Чернов А.
5. Мельниковский Л.

### Экспериментальный тур

#### 9 класс

#### 10 класс

#### 11 класс

1. Кармазин С.
2. Кармазин С.

1. Карманов М.
2. Ноян А.

1. Юдин И.
2. Киселев А.

Набор и вёрстка — Ерофеев И., Шевченко Н., Цыбров Ф., Алексеев А.  
Общая редакция — Воронов А., Замятнин М., Карманов М., Аполонский А.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система  $\text{\LaTeX}$  2<sub>ε</sub>.  
Подписано в печать 7 апреля 2019 г. в 01:24.

141700, Московская область, г. Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

## Теоретический тур

### 9 класс

#### Задача 1. Навигация

Движущийся равномерно и прямолинейно корабль прошел точку  $A$ , находящуюся на расстоянии  $L = 5$  км от пристани  $B$  (рис. 1). Через некоторое время  $\tau$  после этого от корабля и от пристани навстречу друг другу отправились два катера. Перерисуйте рисунок в бланк решений и построениями с помощью циркуля и линейки без делений определите точку, в которой находился корабль в момент встречи катеров, если известно, что:

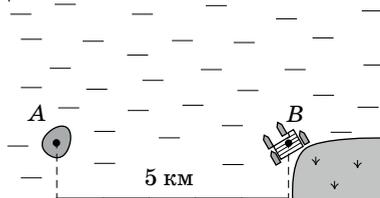


Рис. 1

- катера двигались по прямой с одинаковыми скоростями, составляющими  $3/8$  от скорости корабля;
  - время движения катеров от их старта до встречи также равно  $\tau$ ;
  - при встрече катеров корабль вновь оказался на расстоянии  $L$  от пристани.
- Опишите последовательность построений и найдите расстояние (в километрах), которое проходит катер за время  $\tau$ ? Ветра и течения нет.

*Примечание:* на рисунке расстояние  $AB$  разделено на 5 равных интервалов.

#### Задача 2. Безопасная дистанция

По прямому участку дороги с одинаковой скоростью  $v$  друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении замедляется с ускорением  $a_1$ , а другая с ускорением  $a_2$ . Если начнет тормозить водитель передней машины, то водитель задней среагирует и нажмет на педаль тормоза не сразу, а с задержкой  $\tau = 1,0$  с. В зависимости от того, какая из машин будет ехать впереди, минимальная безопасная дистанция, позволяющая избежать столкновения между ними, окажется равной либо  $L_1 = 5$  м, либо  $L_2 = 40$  м. Определите, с какой скоростью едут машины.

#### Задача 3. Стремянка

На рисунке 2 изображена упрощённая модель лестницы-стремянки, состоящей из соединённых шарнирно легкой опоры и массивной части, наклоненных под углами  $\beta = 20^\circ$  и  $\gamma$  к вертикали ( $\operatorname{tg} \gamma = 2 \operatorname{tg} \beta$ ). Масса лестницы  $m = 20$  кг. Определите, с какой силой взаимодействуют между собой части лестницы. Трения в шарнире нет. Коэффициент трения  $\mu$  между полом и касающимися его частями стремянки одинаков. При каком минимальном значении коэффициента  $\mu$  части лестницы не будут разъезжаться? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

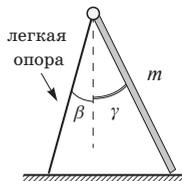


Рис. 2

### Задача 4. Четырёхцилиндровый нагрев

В цилиндрический стакан калориметра налито  $m_0 = 200$  г жидкости плотностью  $\rho_0$  при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . В термостате при неизвестной температуре  $T$  находится набор однородных цилиндров из одного и того же металла плотностью  $\rho = 6\rho_0$ . Диаметр всех цилиндров одинаков и практически совпадает (чуть меньше) с диаметром стакана. При погружении в калориметр цилиндра массы  $m$ , тепловое равновесие устанавливается при температуре  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ . Если вместо первого цилиндра в калориметр был бы погружен цилиндр массой  $1,6m$ , то установилась бы температура  $t_2 = 15^\circ\text{C}$ . При погружении цилиндра массы  $3m$  установилась бы температура  $t_3 = 30^\circ\text{C}$ , а для цилиндра массы  $4m$  — температура  $t_4 = 45^\circ\text{C}$ . Ось цилиндров при погружении вертикальна. Определите:

1. температуру  $T$  цилиндров;
2. долю  $\gamma$  объёма стакана калориметра, заполненного жидкостью;
3. массу  $m$  первого цилиндра;
4. отношение удельных теплоемкостей  $c_0$  жидкости и  $c$  металла.

### Задача 5. Треугольная призма

Электрическая цепь, представляющая собой треугольную призму с диагоналями в боковых гранях (рис. 3), состоит из проводников с одинаковым сопротивлением  $R = 12$  Ом независимо от их длины.

Определите сопротивление цепи между узлами: 1)  $A$  и  $A_1$ ; 2)  $C$  и  $A_1$ .

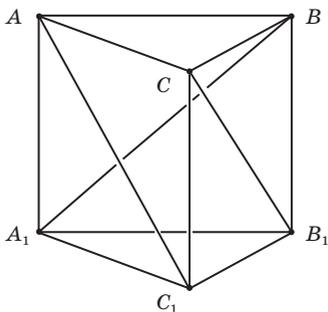


Рис. 3

## 10 класс

### Задача 1. Гантель

На гладком горизонтальном столе лежит гантель, состоящая из двух маленьких по размеру шайб, имеющих массы  $m_1$  и  $m_2$ , соединенных легким жестким (деформации стержня малы по сравнению с его размерами) стержнем длины  $L$ . В момент времени  $t = 0$  на шайбу с массой  $m_1$  начинает действовать постоянная по величине горизонтальная сила  $F$ . Направление действия силы всегда составляет один и тот же острый угол  $\alpha$  со стержнем (рис. 4). Считайте известным, что при таком движении угловое ускорение стержня является постоянным.

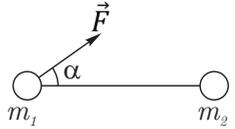


Рис. 4

В некоторый момент времени  $\tau$  после начала действия силы стержень на мгновение оказался не напряженным (то есть ни сжатым, ни растянутым).

1. Найдите угловую скорость  $\omega$  вращения стержня в момент времени  $\tau$ .
2. Найдите угловое ускорение стержня  $d\omega/dt$ .
3. Чему равен промежуток времени  $\tau$ ?
4. Найдите угол поворота стержня к моменту времени  $\tau$ .

### Задача 2. Поканальное движение

Небольшие частицы с одинаковыми массами  $m$  и зарядами  $q$  и  $-q$  движутся без трения по пересекающимся под прямым углом узким прямым каналам, расположенным в горизонтальной плоскости (рис. 5). При этом оказалось, что в процессе дальнейшего движения расстояние  $R$  между частицами остаётся неизменным.

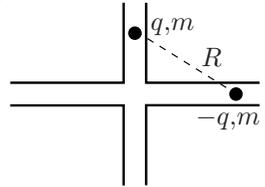


Рис. 5

Найдите суммарную кинетическую энергию частиц.

### Задача 3. Архив лорда Кельвина

В архиве лорда Кельвина нашли график циклического процесса, совершенного над фиксированным количеством одноатомного идеального газа (рис. 6). От времени чернила выцвели, и информация про направления некоторых процессов была утрачена. Также была утрачена и информация про то, что отложено по оси абсцисс. Известно лишь, что на оси абсцисс отложена одна из следующих величин: объем, давление, температура или плотность, а шкала выполнена в условных единицах. По оси ординат отложена молярная теплоемкость газа  $C$ . Найдите максимально возможный КПД цикла.

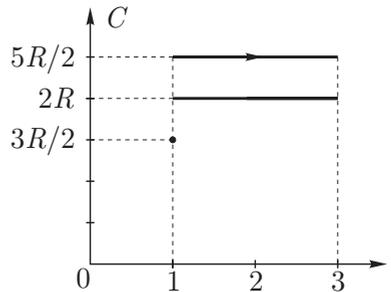


Рис. 6

### Задача 4. Заряженная пластинка

Тонкая плоская пластинка из диэлектрика в форме ромба со стороной  $a$  и острым углом  $60^\circ$  заряжена однородно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Потенциал в вершине острого угла ромба равен  $\varphi_1$ , в вершине тупого —  $\varphi_2$  (рис. 7). Из такого же диэлектрика вырезают тонкую пластинку в форме равностороннего треугольника  $ABC$  со стороной  $2a$  и заряжают ее с такой же поверхностной плотностью заряда (рис. 8).

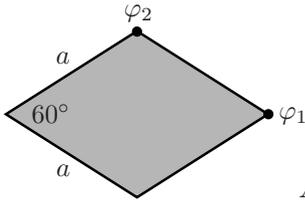


Рис. 7

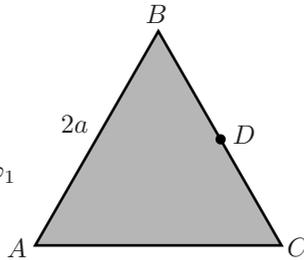


Рис. 8

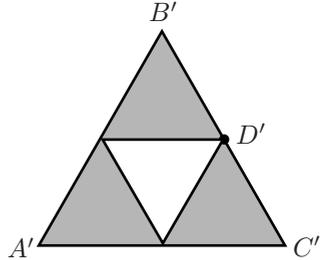


Рис. 9

1. Определите потенциал в точке  $C$  треугольной пластинки.
2. Определите потенциал в точке  $D$ , лежащей на середине стороны треугольной пластинки.

Теперь из треугольной пластинки  $ABC$  удаляют правильный треугольник со стороной  $a$  (рис. 9).

3. Определите потенциал в точке  $D'$  «дырявой» пластинки.
4. Определите потенциал в точке  $C'$  «дырявой» пластинки.

*Примечание.* Все пластины удалены друг от друга и других тел.

### Задача 5. Оцени и докажи

Бесконечная сетка с квадратными ячейками собрана из одинаковых резисторов. В узел  $A$  извне втекает ток  $I$  (рис. 10). Оцените силу тока в звене  $BC$  с погрешностью не более 10%. Докажите, что погрешность вашей оценки не превышает 10%.

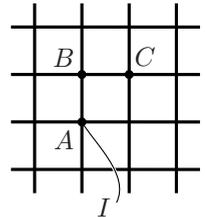


Рис. 10

## 11 класс

### Задача 1. Два цилиндра

Внутри закреплённого цилиндра радиуса  $R$ , ось  $O$  которого горизонтальна, помещают легкий цилиндр вдвое меньшего радиуса. Ось  $C$  меньшего цилиндра также горизонтальна. На поверхности меньшего цилиндра закреплено маленькое тело массы  $m$ . Меньший цилиндр удерживают так, что тело находится на оси большего цилиндра, а плоскость  $OC$  (в которой лежат оси обоих цилиндров) составляет угол  $\alpha$  с вертикалью (рис. 11).

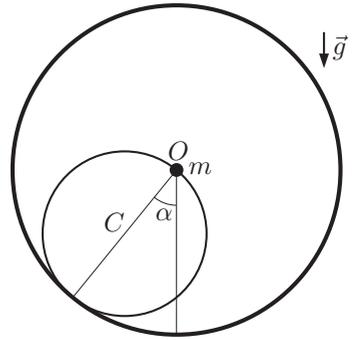


Рис. 11

1. Меньший цилиндр отпускают и он начинает катиться по внутренней поверхности большего без проскальзывания. Определите ускорение тела сразу после начала движения.
2. Определите ускорение и скорость тела в момент времени, когда плоскость  $OC$  вертикальна. Считайте, что до этого момента движение шло без проскальзывания.
3. Определите минимальное значение коэффициента трения между цилиндрами  $\mu$ , при котором возможно движение без проскальзывания до момента, когда плоскость  $OC$  займёт положение симметричное начальному по отношению к вертикали.
4. Определите скорость тела в момент начала проскальзывания, если коэффициент трения между цилиндрами задан и равен  $\mu$ .

### Задача 2. Вещества X и Y

В двух одинаковых сосудах с поршнем при одинаковых давлении  $p_A$  и температуре  $T_A$  находятся одинаковые смеси равных масс  $m$  жидкой и твердой фазы вещества X. При этом плотность твердой фазы на 20% больше плотности жидкой фазы  $\rho_X$ . Не изменяя внешнего давления, к первому сосуду медленно подводят известное количество теплоты  $Q_1$ . В этом процессе масса твердой фазы уменьшается вдвое. Затем, обеспечив надежную теплоизоляцию сосуда, немного увеличивают внешнее давление. Обозначим это состояние «В».

Внешние воздействия на второй сосуд проводят в обратном порядке: сначала увеличивают давление, а затем, поддерживая его постоянным, подводят необходимое для перевода в то же состояние В количество теплоты  $Q_2$ .

1. Какое количество теплоты больше,  $Q_1$  или  $Q_2$ ?

2. Определите давление  $p_B$  в состоянии  $B$ .
3. Определите температуру  $T_B$  в состоянии  $B$ .

Этот же эксперимент с двумя сосудами был проведен со смесями равных масс  $m$  жидкой и твердой фаз другого вещества  $Y$ , у которого в начальном состоянии  $C$  плотность твердой фазы на 20% меньше плотности жидкой фазы  $\rho_Y$ . Оказалось, что для изобарического плавления половины твердой фазы  $Y$  при переходе из состояния  $(p_C, T_C)$  потребовалось подвести количество теплоты  $Q_3$ , а для перехода в конечное состояние  $D$  во втором сосуде — количество  $Q_4$ .

4. Какое количество теплоты больше,  $Q_3$  или  $Q_4$ ?
5. Определите давление  $p_D$  в состоянии  $D$ .
6. Определите температуру  $T_D$  в состоянии  $D$ .

### Задача 3. Зачем нужны диоды

Электрическая схема состоит из трех конденсаторов  $C_1, C_2, C_3$  одинаковой емкости  $C$ , катушки с индуктивностью  $L$ , двух идеальных диодов, источника постоянного напряжения  $U_0$ , ключа  $K$  (рис. 12). Первоначально перед замыканием ключа конденсаторы не заряжены. Затем ключ переводят в положение 1, и, после установления равновесия, переключают в положение 2.

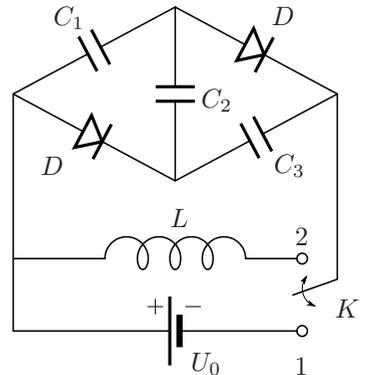


Рис. 12

1. Чему равны напряжения на конденсаторах  $U_1, U_2$  и  $U_3$  перед переключением ключа в положение 2?
2. Чему равно максимальное значение  $I_D$  тока через диоды после переключения ключа в положение 2?
3. В каких пределах ( $[U_1^{\min}, U_1^{\max}]$ ,  $[U_2^{\min}, U_2^{\max}]$  и  $[U_3^{\min}, U_3^{\max}]$ ) изменяются напряжения на конденсаторах после переключения ключа в положение 2?
4. Качественно изобразите график зависимости сила тока  $I$ , протекающего через индуктивность, от времени.
5. Чему равен период колебаний  $T$  тока  $I$ ?

Активным сопротивлением индуктивности и проводов можно пренебречь.

### Задача 4. Магнитный шнур

Тонкий, однородный нерастяжимый гибкий шнур длины  $l$  изготовлен из ферромагнетика, причем магнитный момент каждого его маленького элемента направлен вдоль шнура.

Один конец шнура удерживают на расстоянии  $l_1$  ( $l_1 > l$ ) от бесконечного прямого провода, по которому течет электрический ток силой  $I$  (рис. 13). Пренебрегая силой тяжести и собственным магнитным полем шнура

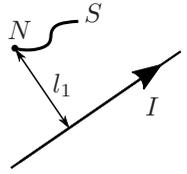


Рис. 13

1. найдите расстояние между концами шнура в состоянии равновесия;
2. на каком расстоянии от провода окажется свободный конец шнура?

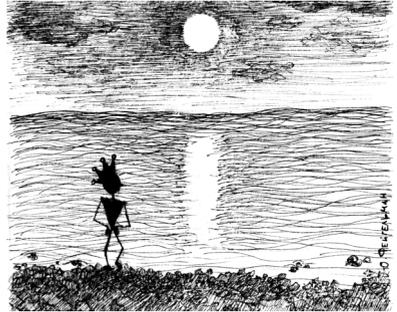
*Указание.* Энергия маленького элемента шнура длиной  $\Delta l$  во внешнем магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  определяется выражением

$$\Delta W = -kB\Delta l \cos \varphi,$$

где  $\varphi$  — угол между  $\vec{B}$  и направлением шнура, а  $k$  — постоянный коэффициент.

### Задача 5. Русалочка

*В открытом море вода совсем синяя, как лепестки самых красивых васильков, и прозрачная, как чистое стекло, — но зато и глубоко там! Ни один якорь не достанет до дна; на дно моря пришлось бы поставить одну на другую много-много колоколен, только тогда бы они могли высунуться из воды. На самом дне живут русалки.*



Г.Х. Андерсен.

Рис. 14

Ясной ночью принц, ростом  $H = 1,8$  м, мечтал на берегу спокойного Тихого океана и смотрел на лунную дорожку, которая начиналась от него на расстоянии  $D_{\Pi} = 5$  м по горизонтали и имела длину  $L_{\Pi} = 50$  м. В это же самое время у берега под водой на глубине  $H$  лежала Русалочка, тоже о чем-то мечтающая.

1. На каком расстоянии  $D_R$  от себя (тоже по горизонтали) лунную дорожку будет видеть Русалочка?
2. Какой длины  $L_R$  будет эта дорожка?

Считайте, что легкий бриз создает мелкую одинаковую рябь по всей поверхности океана. Показатель преломления морской воды  $n = 1,35$ . Угловым размером Луны можно пренебречь.

*Указание.*

- Бриз, -а, м. Слабый береговой ветер, дующий днём с моря на сушу, а ночью с суши на море.
- Рябь, -и, ж.
  1. Мелкое волнение водной поверхности. *Озеро подёрнулось рябью.*
  2. Ощущение в глазах пестроты, множества разноцветных точек. *В глазах р.*

С.И. Ожегов и Н.Ю. Шведова  
Толковый словарь русского языка

# Экспериментальный тур

## 9 класс

### Задача 1. Легкоплавкий металл

Исследуйте физические характеристики металла, удельная теплоемкость которого в жидком состоянии равна  $c = 410$  Дж/(кг · °С), а температура плавления лежит в интервале от 25°С до 50°С. Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Определите:

1. плотность  $\rho$  металла в твердом состоянии;
2. температуру  $t_{пл}$  плавления металла;
3. удельную теплоту плавления  $\lambda$  металла.

Оцените погрешность полученных результатов.

*Оборудование.* Порция исследуемого металла на нитке и микропорция этого же металла в микропробирке; микропробирка с прикрепленной к ней термомпарой и проволочным фиксатором; микропробирка с водой; пинцет; мультиметр; секундомер; весы; кусок проволоки для изготовления подставки под микропробирку; горячая вода в стакане (по требованию); салфетки для поддержания порядка; миллиметровая бумага (2 листа формата А4) для построения графиков.

*Примечание.*

1. При охлаждении расплава данного металла его кристаллизация начинается при температурах ниже температуры плавления, и даже при комнатной температуре он остается жидким, находясь в метастабильном (переохлажденном) состоянии. Для запуска процесса кристаллизации из этого состояния в расплав необходимо добавить микропорцию этого же твердого металла.
2. Удельная теплота плавления  $\lambda$  исследуемого металла лежит в диапазоне от 40 до 150 кДж/кг.
3. Не используйте горячую воду для определения плотности металла и не трогайте его руками (используйте пинцет). Тщательно планируйте эксперимент. *Дополнительная порция металла вам выдаваться не будет!*

### Задача 2. Магнитики

Исследуйте зависимость силы  $F$  отталкивания двух, расположенных соосно, магнитов от расстояния  $x$  между ними. Для изменения внешней силы, прижимающей один магнит к другому, воспользуйтесь латунными (немагнитный материал) стержнями и деревянным желобом. Кроме этого, вы можете проводить измерения на двух углах наклона желоба, используя для его крепления два больших отверстия в вертикальной части штатива. Предложите способ уменьшения влияния силы трения.

1. Постройте график полученной экспериментальной зависимости  $F(x)$ .
2. В предположении, что полученная зависимость является степенной функцией вида  $F = kx^{-\beta}$ , где  $k$  — размерный коэффициент, а  $\beta$  — целое число, равное 1 или 2, найдите значения  $k$  и  $\beta$ .
3. Не наклоняя желоб, определите силу трения скольжения  $F_{\text{тр}}$  и коэффициент трения  $\mu$  между магнитом и измерительной лентой, наклеенной на желоб.
4. Оцените погрешность полученных результатов.

Ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

*Оборудование.* Деревянный желоб с неподвижным магнитом, системой крепления к штативу и наклеенными полосками измерительной ленты, деревянный штатив, подвижный магнит массой  $m_{\text{м}} = 2,10 \pm 0,05$  г, латунные стержни массой  $m_1 = 6,00 \pm 0,05$  г,  $m_2 = 14,3 \pm 0,1$  г и  $m_3 = 28,7 \pm 0,3$  г, измерительная лента, разделитель магнитов из медной проволоки для облегчения их разъединения в случае случайного слипания, миллиметровая бумага (2 листа формата А4) для построения графиков.

*ВНИМАНИЕ.* Наносить какие-либо пометки на обе стороны наклеенной измерительной ленты и на сам деревянный желоб *категорически запрещено!*

## 10 класс

**Задача 1. Термодинамический черный ящик**

Внутри выданной вам бутылки находится герметичный пакет, частично заполненный воздухом. Ваша задача – определить количество воздуха (в молях) в пакете, не вскрывая бутылку. Откручивать крышку и вырывать трубочки тоже запрещено!

Из крышки бутылки выходят две трубки: длинная идет от самого дна бутылки, а короткая от самого верха. Считайте, что давление воздуха внутри пакета всегда равно давлению среды, окружающей пакет. Атмосферное давление считайте равным  $P_0 = (100 \pm 1)$  кПа. Подробно опишите, как вы проводили эксперимент. Какие действия предприняли для повышения точности?

**ВНИМАНИЕ.**

1. На первой странице чистовика укажите номер выданной вам бутылки.
2. Если вы повредите пакет, находящийся внутри бутылки, то не сможете сделать работу. Замена оборудования не производится.

*Оборудование.* Бутылка с запаянным пакетом внутри, мультиметр с термомпарой, шприц, скотч, ножницы, миллиметровка А5, пробирка, стакан с водой, горячая вода (по требованию), поднос, салфетки для поддержания порядка на рабочем месте.

**Задача 2. Термоэлектронная эмиссия**

При сильном нагреве металла некоторые электроны приобретают достаточную энергию для того, чтобы из него вылететь. Этот процесс называется термоэлектронной эмиссией. Количество вылетевших электронов в единицу времени зависит от температуры металла:

$$n = A \exp^{-W/(kT)},$$

где  $A$  — константа,  $W$  — энергия, которую нужно сообщить электрону, чтобы перенести его из металла в вакуум (работа выхода),  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана.

Определите значение работы выхода для материала, из которого изготовлена спираль лампочки с красными выводами. Ответ выразите в электронвольтах.

*Примечание.*

1. Выданные вам мультиметры можно использовать только в качестве вольтметров или омметров.
2. Сопротивление нити лампочки линейно зависит от температуры:

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0)), \text{ где } \alpha = (4,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}.$$

3. Внутри колбы лампочки находятся две независимые спирали. Выводы одной спирали красного цвета, а к другой припаян один чёрный провод. Используйте красную спираль в качестве излучающего электрода, подавая на неё напряжение в диапазоне от 7,0 до 9,0 В.
4. Считайте, что внутри лампочки находится вакуум.
5. Считайте, что в случае поддержания постоянной разности потенциалов между излучающим электродом и принимающим доля электронов, вылетевших с излучающего электрода и долетевших до принимающего, не зависит от температуры излучающего электрода. Под потенциалом излучающего электрода понимается среднее значение его потенциала.
6. Для исключения влияния внешних полей следует обернуть лампочку фольгой и соединить фольгу с минусом источника.
7. 1 электронвольт (эВ) =  $1,60 \cdot 10^{-19}$  Дж.
8. На источнике тока установите ручку выбора диапазона напряжений в положение «0–15V» (крайнее правое положение). Когда ручка в этом положении, вы можете регулировать выходное напряжение в указанном диапазоне ручками «грубо» и «плавно». Не стоит пользоваться индикаторами встроеными в источник.

*Оборудование.* Лампа с двумя нитями накала, регулируемый источник тока, батарейка 9 В, резистор сопротивлением  $r = 4,7$  Ом ( $\pm 5\%$ ), два резистора сопротивлением  $R = 1$  кОм ( $\pm 1\%$ ), два мультиметра, кусочек фольги, макетная плата, соединительные провода.

## 11 класс

## Задача 1. Катушка

В выданном вам черном ящике находится катушка с большим числом витков. Ось катушки совпадает с осью отверстия в черном ящике. В этой работе ваша задача — определить параметры катушки, исследуя ее взаимодействие с постоянным магнитом (магнитным шариком).

Магнитные свойства постоянных магнитов характеризуются магнитным моментом  $p_m$ . Магнитный момент шарика направлен вдоль оси латунной трубки, поэтому в рамках данной задачи сила, действующая на шарик со стороны катушки, направлена по оси катушки и определяется выражением  $F = p_m \frac{dB}{dx}$ , где  $p_m = (0,10 \pm 0,01) \text{ А} \cdot \text{м}^2$ ,  $B$  — индукция магнитного поля на оси катушки,  $x$  — расстояние между шариком и центром катушки.

Подайте на катушку напряжение  $U = 12 \text{ В}$  с помощью блока питания. Убедитесь, что переключатель на блоке питания установлен в положение «12В». Если это не так, обратитесь к ответственным за аудиторию.

Соберите установку так, чтобы магнитный шарик, прикрепленный к латунной трубке, мог перемещаться вдоль оси катушки. Запишите номер установки.

1. Снимите зависимость силы  $F$ , действующей на магнитный шарик со стороны катушки, от расстояния  $x$  между шариком и центром катушки. Учтите, что центр катушки может не совпадать с центром черного ящика. Постройте график этой зависимости.
2. Определите индукцию магнитного поля  $B_0$  в центре катушки.
3. Получите теоретическую формулу для индукции магнитного поля  $B$  на оси витка радиуса  $r$  на расстоянии  $x$  от центра витка, по которому течет ток  $I$ .
4. Определите радиус катушки  $R$  в предположении, что высота катушки много меньше диаметра, а все витки имеют один радиус (короткая катушка).
5. Определите количество витков в катушке  $N$  и диаметр проволоки  $d$ , по-прежнему считая катушку короткой.

Масса медной обмотки составляет 70% массы черного ящика. Плотность меди  $\rho = 8,96 \text{ г/см}^3$ . Удельная проводимость (величина, обратная удельному сопротивлению) меди  $\lambda = 59 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ .

*Оборудование.* Весы электронные, катушка индуктивности в черном ящике, латунная трубка с неодимовым магнитным шариком, блок питания, штатив, деревянная линейка, плоская клипса, две клипсы для бумаги, деревянный кубик, прищепка.

*Примечание.* Согласно закону Био–Савара–Лапласа, индукция магнитного поля, создаваемого в точке  $C$  элементом тока  $I$  длиной  $dl$ , находящимся в точке

$D$ , равна  $dB = \frac{kI dl \sin \alpha}{r^2}$ , где  $r$  — длина отрезка  $CD$ ,  $\alpha$  — угол между отрезком  $CD$  и направлением тока,  $k = 10^{-7}$  Гн/м. Вектор индукции поля перпендикулярен как направлению тока, так и отрезку  $CD$  (рис. 15).

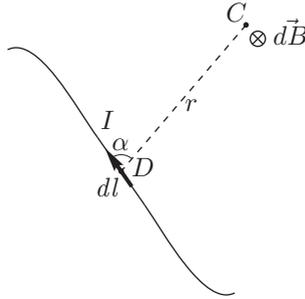


Рис. 15

## Задача 2. Пограничное кипение

Вам выдано 30 мл неизвестной жидкости NN. Категорически запрещено её пить! Также избегайте ее попадания в глаза! Неизвестная жидкость не вызывает ожогов кожи.

Если две несмешивающиеся жидкости налить в сосуд и начать греть, при некоторой температуре начнется образование пузырей *на границе раздела* двух жидкостей. Это явление называется пограничным кипением. Температура пограничного кипения *ниже* температуры кипения чистых жидкостей.

### Задание

1. Определите плотность  $\rho$  жидкости NN.
2. Определите молярную массу  $\mu$  жидкости NN.
3. Измерьте температуру пограничного кипения  $T_{\text{погр}}$  в системе NN+вода.
4. Определите удельную теплоту парообразования  $L$  жидкости NN (на единицу массы). Считайте, что  $L$  не зависит от температуры.

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса определяет изменение давления насыщенного пара жидкости при изменении её температуры:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\mu LP}{RT^2}.$$

Зависимость давления  $P_{\text{в}}$  насыщенного водяного пара от температуры приведена в таблице.

|                            |     |     |     |     |      |      |      |      |      |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| $T, ^\circ\text{C}$        | 10  | 20  | 30  | 40  | 50   | 60   | 70   | 80   | 90   |
| $P_{\text{в}}, \text{кПа}$ | 1,2 | 2,3 | 4,2 | 7,4 | 12,3 | 19,9 | 31,2 | 47,4 | 70,1 |

*Оборудование.* Весы, электронный термометр, шприц 3 мл, шприц 20 мл, 3 воздушных шарика, неизвестная жидкость NN, четыре стакана различно объёма, мерный цилиндр, гайки, деревянная палочка, ножницы, горячая и холодная вода (по требованию), салфетки (по требованию).

*Примечание.*

1. Исследуемая жидкость достаточно дорогая, поэтому ее запасы у жюри крайне ограничены! Если вы все же оказались в безвыходной ситуации, мы выдадим вам еще 10 мл NN в течение 30 минут.
2. Жидкость NN кипит при температуре существенно ниже  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .
3. Атмосферное давление равно  $P_0 = (100 \pm 1) \text{ кПа}$ .

## Возможные решения

### Теоретический тур

#### 9 класс

#### Задача 1. Навигация (Е. А. Подольяко)

1. В момент встречи катеров корабль вновь оказался на расстоянии  $L$  от пристани. Проведем окружность радиусом  $AB$  с центром в точке  $B$  (окружность 1). Через время  $2\tau$  корабль должен находиться где-то на этой окружности.
2. Учет соотношения скоростей корабля и катеров дает, что расстояния, пройденные за время  $\tau$  кораблем и вместе двумя катерами, относятся как 4 к 3.
3. Так как времена движения корабля до начала движения катеров и после равны, линия, вдоль которой двигались катера, является высотой в равнобедренном треугольнике с вершинами в точках начального положения корабля  $A$ , пристани  $B$  и конечного положения корабля. Следовательно, треугольник с вершинами в точках начального положения корабля  $A$ , пристани  $B$  и в месте отправления катера от корабля — прямоугольный.
4. Применяя теорему Пифагора, получим, что катера до встречи прошли расстояние 3 км, а корабль за это время — 4 км.
5. Найдем место старта катера, отправившегося от корабля, построив окружности радиусом 3 км с центром в точке  $B$  (окружность 2) и радиусом 4 км с центром в точке  $A$  (окружность 3) до их пересечения (точка  $C$ ) (рис. 16).

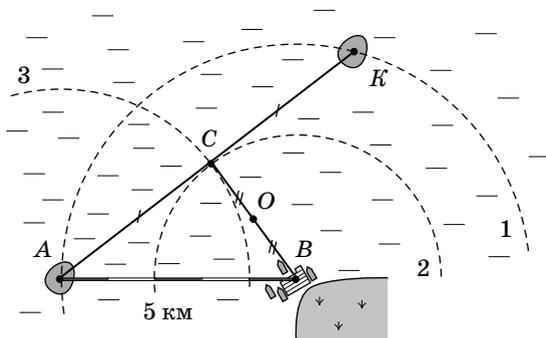


Рис. 16

6. Продлив прямую  $AC$  до пересечения с окружностью 1, получим искомое положение корабля (точка  $K$ ) в момент встречи катеров.

7. Так как катера встретились на середине отрезка  $CB$  (точка  $O$ ), то каждый из них прошел расстояние 1,5 км.

**Задача 2. Безопасная дистанция** (М. Ю. Замятнин)

Если машины не встречаются до полной остановки, то безопасное расстояние между ними складывается из разности тормозных путей до полной остановки и длины участка, на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью. Такой сценарий однозначно реализуется, если сзади едет машина, тормозящая с меньшим ускорением  $a_1$  (см. график зависимости мгновенной скорости  $u$  машин от времени  $t$  (рис. 17)). Безопасная дистанция, при этом принимает большее значение ( $L_2$ ).

$$L_2 = v\tau + \frac{v^2}{2a_2} - \frac{v^2}{2a_1} \quad \text{или} \quad L_2 = v\tau + \frac{v^2}{2} \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2}$$

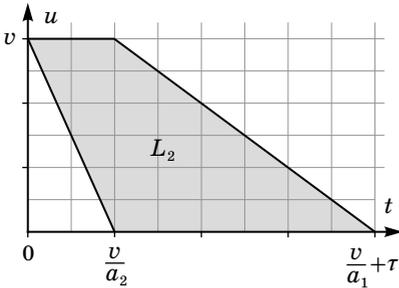


Рис. 17

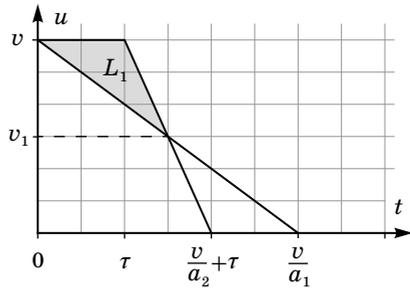


Рис. 18

Возможна ситуация, при которой задняя машина, начинающая торможение позже, но движущаяся затем с большим ускорением, догоняет переднюю, когда та еще не остановилась (рис. 18).

Для реализации этого случая, необходимо выполнение условия:

$$\tau + \frac{v}{a_2} < \frac{v}{a_1}, \quad \text{или} \quad v > \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1} \tau \quad (1)$$

Тогда безопасная дистанция рассчитывается по формуле  $L_1 = \frac{1}{2}\tau(v - v_1)$ , и с учетом соотношений:  $v - v_1 = a_1 t$  и  $v - v_1 = a_2(t - \tau)$

$$L_1 = \frac{1}{2}\tau^2 \frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1}, \quad \text{откуда} \quad L_2 = v\tau + \frac{v^2}{4} \frac{\tau^2}{L_1}.$$

Решая квадратное уравнение  $v^2\tau^2 + 4L_1v\tau - 4L_1L_2 = 0$  относительно  $v$ , получим:

$$v = \frac{2L_1}{\tau} \left( \sqrt{1 + \frac{L_2}{L_1}} - 1 \right) = 20 \text{ м/с.} \quad (2)$$

В предположении встречи после остановки первой машины получается ответ:  $v = \frac{L_1 + L_2}{2\tau} = 22,5$  м/с, что принципиально неверно для заданных в условии расстояний.

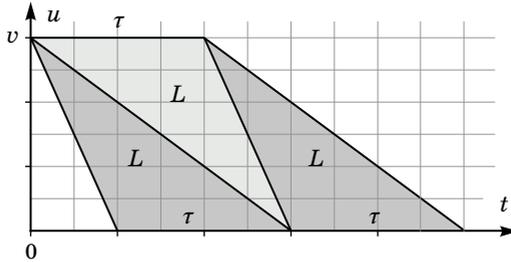


Рис. 19

Отметим, что так как  $\frac{a_1 a_2}{a_2 - a_1} = \frac{2L_1}{\tau^2}$ , условие (1) может быть записано так  $v > 2L_1/\tau$ . Сравнение этого неравенства с формулой (2) дает простое выражение для условия реализации встречи машин до остановки ( $L_2/L_1 > 3$ ). На (рис. 19) представлена графическая интерпретация этого неравенства.

### Задача 3. Стремянка (М. Ю. Замятин)

Рассмотрим внешние силы, действующие на всю лестницу (рис. 20). Из правила моментов относительно правой нижней точки, с учетом соотношения  $\tan \gamma = 2 \tan \beta$ , получим  $3N_1 = mg$ . Откуда  $N_1 = \frac{1}{3}mg$ , а  $N_2 = \frac{2}{3}mg$ .

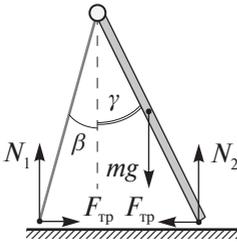


Рис. 20

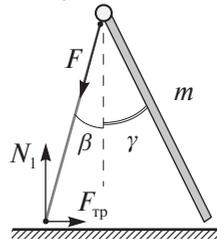


Рис. 21

Сила, действующая на опору со стороны шарнира может быть направлена только вдоль нее (рис. 21). В противном случае возникнет некомпенсированный момент относительно нижней точки опоры. Таким образом

$$F = \frac{N_1}{\cos \beta} = \frac{1}{3} \frac{mg}{\cos \beta} = 71 \text{ Н.}$$

Из равенства нулю суммы горизонтальных сил следует, что силы трения равны. Но, первой проскользнет легкая опора, так как на нее действует меньшая

сила нормальной реакции. Минимальное значение коэффициента трения:

$$\mu = \operatorname{tg} \beta = 0,36.$$

**Задача 4. Четырёхцилиндровый нагрев** (А. Н. Аполонский)

Пусть  $M$  — масса цилиндра. В случае, если после погружения цилиндра в калориметр жидкость не вытекает, уравнение теплового баланса выглядит так:  $cM(T - t) = c_0 m_0 t$ , где  $t$  — установившаяся в калориметре температура, отсюда:

$$t = \frac{cMT}{cM + c_0 m_0} \quad \text{и} \quad \frac{1}{t} = \frac{1}{T} + \frac{c_0 m_0}{c} \frac{1}{M} \quad (3)$$

Зависимость  $y = \frac{1}{t}$  от  $x = \frac{1}{M}$  будет линейной с угловым коэффициентом  $k_1 = \frac{c_0 m_0}{cT}$  и свободным членом  $b_1 = \frac{1}{T}$ .

Рассмотрим случай, когда при погружении часть жидкости вытекает, то есть объем цилиндра больше объема части калориметра, незанятого жидкостью  $\Delta V$ . Тогда уравнение теплового баланса имеет вид:

$$cM(T - t) = c_0 \left( m_0 - \frac{M}{\rho} \rho_0 + \rho_0 \Delta V \right) t,$$

$$t = \frac{cMT}{cM + c_0 m_0 + c_0 \rho_0 \Delta V - \frac{M}{\rho} \rho_0 c_0}$$

Для обратных величин:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{T} \left( 1 - \frac{c_0 \rho_0}{c\rho} \right) + \frac{c_0 m_0 + \Delta m}{c} \frac{1}{M}, \quad (4)$$

здесь  $\Delta m = \rho_0 \Delta V$ .

Нанесем на координатную плоскость  $(y, x)$ , где  $y = \frac{1}{t}$ ,  $x = \frac{m}{M}$  данные условия задачи. Соответствующий масштаб выбран для удобства (рис. 22). Видно, что точки, соответствующие данным в условии, принадлежат двум разным зависимостям, т. 1 и т. 2 зависимости (3) (объем цилиндра меньше объема  $\Delta V$ ), т. 3 и т. 4 зависимости (4) (объем цилиндра больше объема  $\Delta V$ ).

Применяя дважды уравнение (3) для первого и второго цилиндра, получим, что их начальная температура  $T = 90^\circ\text{C}$ .

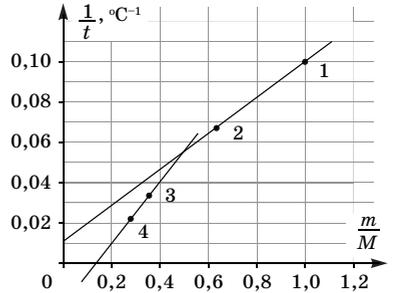


Рис. 22

Из сравнения угловых коэффициентов наклона зависимостей

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_0 + \Delta m}{m_0} = \frac{3}{2},$$

следует, что доля объема стакана, заполненная жидкостью  $\gamma = \frac{2}{3}$ .

Пересечение графиков при  $m/M = 0,5$  соответствует моменту начала вытекания жидкости. При этом масса цилиндра равна  $2m = 6\rho_0 V/3$ . Но масса жидкости  $m_0 = \rho_0 2V/3$ , следовательно,  $m = \frac{3}{2}m_0 = 300$  г. Подставив, значения  $T$  и  $m$  в уравнение (3) для первого цилиндра, получим:  $c_0/c = 12$ .

**Задача 5. Треугольная призма** (В. П. Слободянин)

1) При подключении к узлам  $A$  и  $A_1$  эквивалентная схема имеет вид (рис. 23)

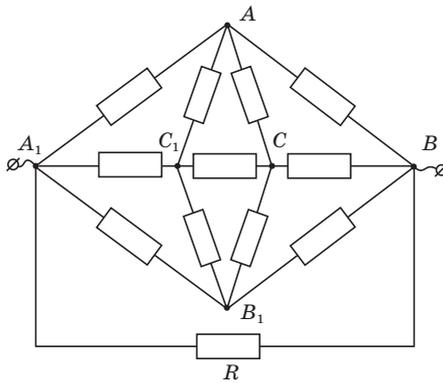


Рис. 23

Разорвав узлы  $A$  и  $B_1$ , получим схему (рис. 24), которая сводится к системе элементарных параллельных и последовательных соединений резисторов.

$$\frac{1}{R_{AB_1}} = \frac{1}{R} + \frac{2}{2R} + \frac{1}{2R + \frac{R}{2}}$$

Откуда  $R_{AA_1} = \frac{5}{12}R = 5$  Ом.

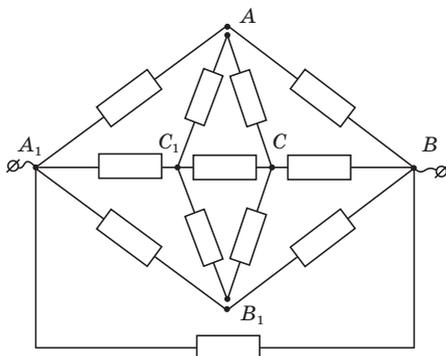


Рис. 24

2) При подключении к узлам  $C$  и  $A_1$  эквивалентная схема представляет собой сбалансированный мост (рис. 25). Токи через резисторы, подсоединенные между узлами  $A$ ,  $B$ ,  $C_1$ ,  $B_1$  не идут, и  $R_{CA_1} = \frac{1}{2}R = 6 \text{ Ом}$ .

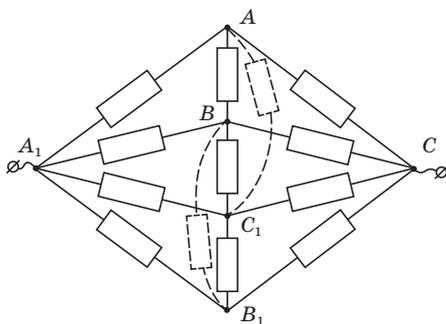


Рис. 25

10 класс

**Задача 1. Гантель** (С. Д. Варламов)

Рассмотрим момент времени  $\tau$ . Так как стержень не напряжен, то ускорение груза с массой  $m_2$  равно нулю. Если выбрать инерциальную систему отсчета, в которой эта шайба ( $m_2$ ) в данный момент времени имеет нулевую скорость, то шайба с массой  $m_1$  в этот момент движется по траектории, радиус кривизны которой равен  $L$ . Проекция ускорения шайбы  $m_1$  на стержень в этот момент равна  $\frac{F \cos \alpha}{m_1}$ , и эта же проекция равна  $\omega^2 L$ . Значит угловая скорость вращения стержня в этот момент времени равна:  $\omega = \sqrt{\frac{F \cos \alpha}{L m_1}}$ .

Найдем угловое ускорение. За небольшой промежуток времени после начала действия силы шайба, к которой приложена сила, сместится в направлении перпендикулярном к первоначальному направлению расположения стержня на малое расстояние

$$dL_{\text{попер}} = \frac{F \sin \alpha t^2}{m_1 \cdot 2}.$$

Следовательно, стержень повернется на малый угол, равный

$$d\varphi = \frac{dL_{\text{попер}}}{L} = \frac{F \sin \alpha t^2}{m_1 L \cdot 2}.$$

Так как в условии сказано, что угловое ускорение стержня является постоянным, то  $d\varphi = \beta \frac{t^2}{2}$ , отсюда получаем угловое ускорение  $\beta = \frac{F \sin \alpha}{L m_1}$ . Так как угловое ускорение постоянно, то  $\omega = \beta \tau$ , откуда  $\tau = \sqrt{\frac{L m_1 \cos \alpha}{F \sin^2 \alpha}}$ . Угол поворота к моменту времени  $\tau$  равен  $\varphi = \frac{\beta \tau^2}{2} = \frac{\text{ctg } \alpha}{2}$ .

**Задача 2. Поканальное движение** (И. И. Воробьев)

Введём оси координат  $XU$  с началом в точке пересечения каналов  $O$ , направленные вдоль них (рис. 26). Если  $x$  и  $y$  координаты частиц, то при неизменности расстояния между ними имеем:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

При неизменности расстояния, а значит и потенциальной энергии, из закона сохранения энергии следует, что сумма квадратов скоростей шариков неизменна

$$v_x^2 + v_y^2 = \text{const}$$

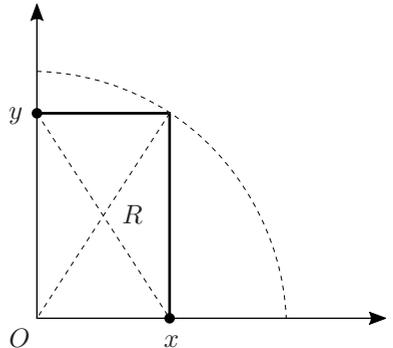


Рис. 26

Для ускорений шариков из 2-го закона Ньютона и закона Кулона:

$$a_x = -kq^2x/(mR^3) \quad \text{и} \quad a_y = -kq^2y/(mR^3)$$

поскольку поперечные каналам проекции кулоновской силы уравновешиваются силами нормальной реакции опоры, а сил трения нет.

Рассмотрим воображаемую «квазичастицу» массой  $m$ , движущуюся в плоскости  $XU$ . Пусть координаты частицы равны координатам  $x$  и  $y$  наших шариков. Пусть на частицу действует сила равная  $kq^2/R^2$  и направленная к точке  $O$ . Заметим, что проекции ускорения «квазичастицы» на оси  $X$  и  $Y$  в точности равны ускорениям исходных частиц  $a_x$  и  $a_y$ . Учитывая, что и координаты «квазичастицы» равны координатам исходных частиц, получим, что движение «квазичастицы» по окружности радиуса  $R$  эквивалентно движению исходных частиц. Заметим, что скорость движения квазичастицы по окружности  $v$  постоянна, так как  $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ .

Для центростремительного ускорения квазичастицы из выражений для проекций ускорения имеем:

$$v^2/R = kq^2/(mR^2),$$

откуда для искомой кинетической энергии

$$m(v_x^2 + v_y^2)/2 = mv^2/2 = kq^2/(2R).$$

### Задача 3. Архив лорда Кельвина (Л. М. Колдунов, А. Н. Жигар)

Заметим, что цикл состоит из трех процессов, с теплоемкостями  $\frac{5}{2}R$ ,  $\frac{3}{2}R$  и  $2R$ , значит первые два процесса это соответственно — изохорический, изобарический. Выясним какой процесс имеет теплоемкость  $2R$ .

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{\frac{3}{2}(PdV + VdP) + PdV}{\frac{1}{R}(PdV + VdP)} = 2R,$$

откуда получим  $PdV = VdP$  или  $\frac{P}{V} = \frac{dP}{dV}$ , что соответствует процессу в котором давление пропорционально объему.

Заметим, что изохорический процесс на графике в условии представлен в виде точки, что означает, что по оси абсцисс отложен объем или плотность. Рассмотрим вариант, где по оси абсцисс отложен объем. Тогда используя тот факт, что один из процессов — это изобарическое расширение и что изохорический процесс происходит при наименьшем значении объема на изобаре, получаем следующий вид цикла (рис. 27).

Найдем его КПД, обозначив минимальные давления и объем за  $P_0$  и  $V_0$ .

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2P_0 \cdot 2V_0}{\frac{3}{2}(3P_0 \cdot 3V_0 - P_0V_0) + 3P_0 \cdot 2V_0} = \frac{2P_0V_0}{18P_0V_0} = 1/9$$

Если по оси абсцисс графика из условия отложено  $\rho$  или  $\frac{1}{V}$ , то соответствующий график процесса представлен на рисунке (рис. 28).

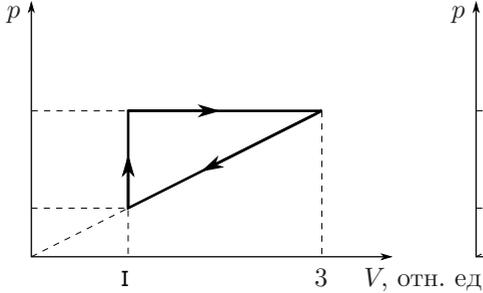


Рис. 27

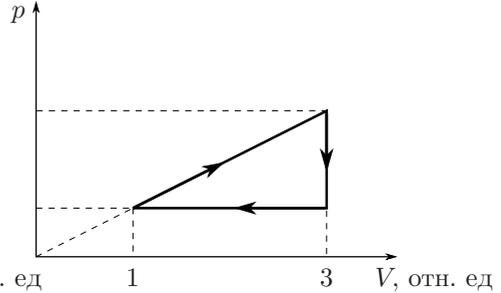


Рис. 28

Рассчитаем КПД цикла в этом случае:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2P_0 \cdot 2V_0}{\frac{3}{2}(3P_0 \cdot 3V_0 - P_0V_0) + \frac{P_0+3P_0}{2} \cdot 2V_0} = \frac{2P_0V_0}{16P_0V_0} = 1/8.$$

Таким образом максимальный КПД цикла равен  $1/8$ .

#### Задача 4. Заряженная пластинка (А. М. Аполонский)

По принципу суперпозиций потенциал  $\varphi_2$  равен удвоенному потенциалу вершины равносторонней треугольной пластины со стороной  $a$  и поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ .

Если размеры пластины увеличить в 2 раза, сохранив поверхностную плотность заряда, то потенциал каждой точки тоже увеличится в 2 раза. Для доказательства этого факта можно разбить исходную пластинку на маленькие части, которые можно считать точечными зарядами. В результате масштабирования площадь каждой части увеличится в 4 раза, а значит и заряд вырастет в 4 раза, а расстояние до каждой части увеличится в 2 раза. Учитывая, что потенциал точечного заряда равен  $\frac{kq}{r}$ , получим, что потенциал, создаваемый каждой маленькой частью, увеличится в 2 раза, значит и общий потенциал вырастет вдвое. Значит потенциал точки  $C$  в 2 раза больше потенциала вершины пластины со стороной  $a$ ,  $\varphi_C = \varphi_2$ .

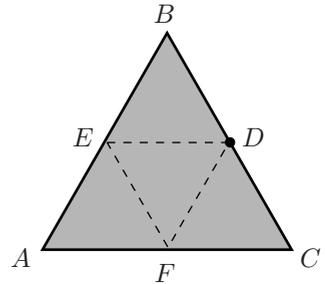


Рис. 29

Найдём потенциал точки  $D$ . Для этого мысленно разобьём треугольник на 4 треугольника со сторонами  $a$ . Заметим, что  $AEDF$  — это исходный ромб, который создает в точке  $D$  потенциал  $\varphi_1$ . К нему нужно добавить потенциалы создаваемые треугольниками  $BDE$  и  $DFC$  (рис. 29). Потенциал каждого из них в вершине равен  $\varphi_2/2$ . Отсюда  $\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2$ .

После удаления центрального треугольника потенциал в точке  $D$  уменьшился на  $\varphi_2/2$  и стал равен  $\varphi'_D = \varphi_1 + \varphi_2/2$ .

Для нахождения потенциала точки  $C$  «дырявой» пластины нужно узнать, какой потенциал создавал в ней треугольник  $DEF$ . Рассмотрим ромб  $CFED$ . Его потенциал в точке  $C$  равен  $\varphi_1$  и складывается из потенциала создаваемого треугольником  $DEF$  и потенциала создаваемого треугольником  $FDC$  и равного  $\varphi_2/2$ . Тогда треугольник  $DEF$  создает в точке  $C$  потенциал  $\varphi_1 - \varphi_2/2$ . Значит после удаления центрального треугольника потенциал точки  $C$  станет равным  $\varphi'_C = \varphi_2 - (\varphi_1 - \frac{\varphi_2}{2}) = \frac{3}{2}\varphi_2 - \varphi_1$ .

**Задача 5. Оцени и докажи** (Р. Ю. Компанеец)

Из соображений симметрии очевидно, что из узла  $A$  ток разбежится поровну по 4 возможным направлениям (рис. 30). Значит,  $I_1 = I/4$ . В узле  $B$  ток делится на 3 части. Из соображений симметрии понятно, что ток, бегущий вправо, будет равен току, бегущему влево. Обозначим эти токи  $I_2$ , а оставшийся ток  $I_3$ . Из соображений симметрии относительно прямой  $AC$  следует, что по звену  $FC$  тоже течет ток  $I_2$ . Также из симметрии следует, что токи, вытекающие из узла  $C$  вверх и вправо равны друг другу. Учитывая, что в узел  $C$  втекает ток  $2I_2$ , получаем, что вытекающие из него токи тоже равны  $I_2$ .

Для узла  $B$ :  $I_1 = \frac{I}{4} = 2I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{I}{4} - 2I_2$ .

Напряжение между узлами  $B$  и  $E$  можно посчитать двумя способами:  $I_3R + I_4R = I_2R + I_2R \Rightarrow I_4 = 2I_2 - I_3$ .

Для узла  $D$ :  $I_3 = 2I_4 + I_5$ . Так как  $I_5 > 0$ , то  $I_3 > 2I_4$ .

Преобразуем  $I_3 > 2(2I_2 - I_3) \Rightarrow 3I_3 > 4I_2 \Rightarrow 3(\frac{I}{4} - 2I_2) > 4I_2 \Rightarrow 3I - 24I_2 > 16I_2 \Rightarrow I_2 < \frac{3}{40}I$ .

С другой стороны  $I_4 > 0 \Rightarrow 2I_2 - I_3 > 0 \Rightarrow 2I_2 - \frac{I}{4} + 2I_2 > 0 \Rightarrow I_2 > \frac{I}{16}$ .

Значит  $\frac{1}{16}I < I_2 < \frac{3}{40}I$  или  $\frac{10}{160}I < I_2 < \frac{12}{160}I$ .

Окончательно получаем  $I_2 = (\frac{11}{160} \pm \frac{1}{160})I$ . Погрешность оценки составляет  $1/11=9\%$ .

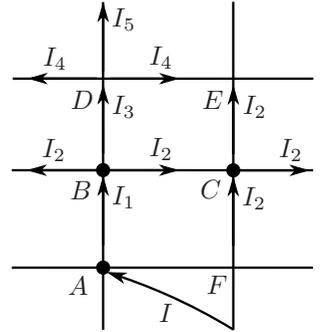


Рис. 30

11 класс

**Задача 1. Два цилиндра** (А. И. Уймин)

Если проскальзывания нет, то длина дуги  $AB$  равна длине дуги  $BD$  (и  $OE$ ). Так как радиусы цилиндров различаются в два раза, то  $\angle OCE = 2 \cdot \angle AOB$ .

Треугольник  $OCE$  — равнобедренный, значит  $\angle COE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle OCE = 90^\circ - \angle AOB$ , а значит  $\angle AOE = 90^\circ$ .

Таким образом тело всегда находится на перпендикуляре к  $OA$ , то есть движется по прямой, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом.

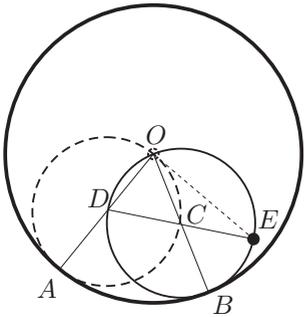


Рис. 31

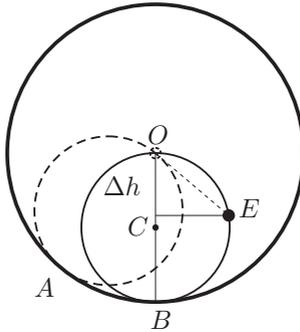


Рис. 32

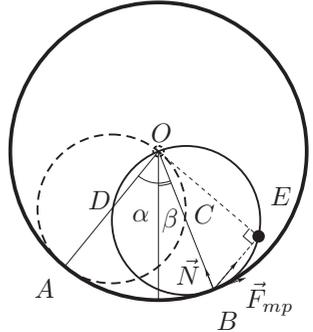


Рис. 33

1. Запишем закон сохранения энергии для тела, которое движется по прямой линии. Пусть оно сместилось на расстояние  $l$  вдоль прямой  $OE$ . Тогда изменение высоты равно  $\Delta h = -l \sin \alpha$ .

В итоге получаем:  $0 = -mgl \sin \alpha + \frac{mv^2}{2}$ , а ускорение постоянно и равно:

$$a = g \sin \alpha$$

2. Найдём изменение высоты тела, когда плоскость  $OC$  вертикальна (рис. 32).  $\Delta h = -R(1 - \cos(2\alpha))/2$ . Тогда по закону сохранения энергии:

$$v = \sqrt{2gR} \sin \alpha.$$

3. На систему «тело-меньший цилиндр» действуют сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила реакции  $\vec{N}$  и сила трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$  (рис. 33). Сумма векторов сил реакции и трения направлена перпендикулярно  $OE$  (прямо на тело, т.к. на меньший цилиндр не может действовать ненулевой момент сил, потому что массой цилиндра и размером тела мы пренебрегаем) и равна по модулю  $mg \cos \alpha$ . Тогда:

$$N = mg \cos \alpha \cos(\alpha + \beta)$$

$$F_{\text{тр}} = mg \cos \alpha \sin(\alpha + \beta),$$

где  $\beta$  — угол отклонения плоскости  $OC$  от вертикали, отсчитываемый в направлении качения.

Условие  $F_{\text{тр}} \leq \mu N$  даёт условие для отсутствия проскальзывания:

$$\mu \geq \text{tg}(\alpha + \beta)$$

Для того, чтобы плоскость  $OC$  заняла симметричное начальному положению должно быть выполнено  $\beta = \alpha$ :

$$\mu_{\min} = \text{tg}(2\alpha)$$

4. Проскальзывание начнётся при  $\text{tg}(\alpha + \beta) = \mu$ . А к этому моменту тело вдоль прямой  $OE$  пройдёт расстояние  $l = R \sin(\alpha + \beta) = R \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ .

В таком случае из закона сохранения энергии получаем:

$$v = \sqrt{\frac{2gR\mu \sin \alpha}{\sqrt{1 + \mu^2}}}$$

Отметим, что при любом  $\mu$   $l < R$ , то есть проскальзывание всегда начинается раньше, чем тело ударится о поверхность большого цилиндра.

### Задача 2. Вещества X и Y (А. Н. Аполонский)

При изобарическом плавлении температура определяется условием равновесия фаз и не меняется. Изменение давления в теплоизолированном сосуде является адиабатическим процессом. Следовательно, если процесс, проведенный в первом сосуде, объединить с обращенным процессом, проведенном во втором сосуде, мы получим цикл Карно. В этом цикле,  $Q_1$  — это теплота, подведенная от нагревателя,

$$Q_1 - Q_2 = -(p_B - p_A)\Delta V_X < 0$$

— совершенная работа,  $T_A$  — температура нагревателя, а  $T_B$  — температура холодильника. Здесь  $\Delta V_X$  — увеличение объема при плавлении

$$\Delta V_X = m \left( \frac{3}{2\rho_X} + \frac{5}{12\rho_X} \right) - m \left( \frac{1}{\rho_X} + \frac{5}{6\rho_X} \right) = \frac{m}{12\rho_X}.$$

Отсюда,

$$p_B = p_A + \frac{Q_2 - Q_1}{\Delta V_X} = p_A + \frac{12\rho_X(Q_2 - Q_1)}{m}.$$

Из коэффициента полезного действия цикла Карно, определяемого известной формулой

$$\eta = \frac{T_A - T_B}{T_A} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

можно вычислить  $T_B$ :

$$T_B = T_A \frac{Q_2}{Q_1} > T_A.$$

Аналогично для вещества  $Y$  получаем:

$$Q_3 - Q_4 = -(p_D - p_C)\Delta V_X > 0,$$

$$\Delta V_Y = m \left( \frac{3}{2\rho_Y} + \frac{5}{8\rho_Y} \right) - m \left( \frac{1}{\rho_Y} + \frac{5}{4\rho_Y} \right) = -\frac{m}{8\rho_Y},$$

$$p_D = p_C + \frac{8\rho_Y(Q_3 - Q_4)}{m},$$

$$T_D = T_C \frac{Q_4}{Q_3} < T_C.$$

### Задача 3. Зачем нужны диоды (А. Н. Аполонский)

При замыкании ключа в положение 1, конденсаторы подключены к источнику параллельно и заряжаются до напряжения  $U_0$  каждый (рис. 34). Заряд конденсаторов при этом  $q_0 = CU_0$ .

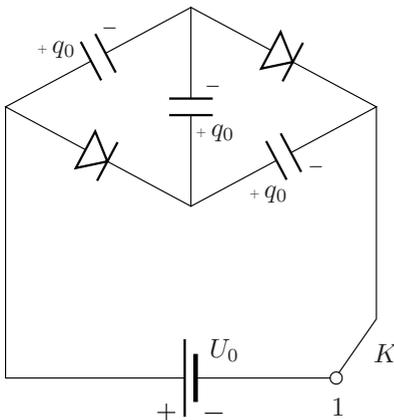


Рис. 34

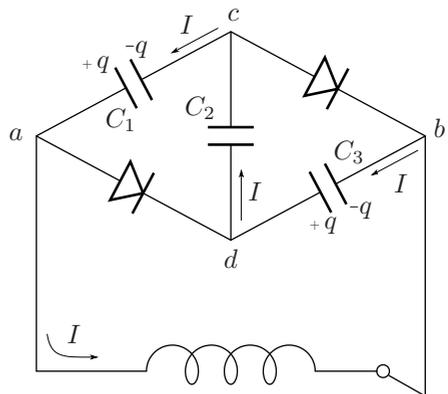


Рис. 35

Рассмотрим начальный этап колебаний. Ток при этом течёт в направлениях, указанных на (рис. 35), напряжения на  $C_1$  и  $C_3$  уменьшаются, на  $C_2$  —

увеличивается. Потенциал  $\varphi_d$  точки  $d$  больше потенциала  $\varphi_a$  точки  $a$ ,  $\varphi_b$  больше, чем  $\varphi_c$ , ток через диоды не течет.

Пусть в момент времени  $t$  заряд конденсаторов  $C_1$  и  $C_3$  равен  $q(t)$  ( $t = 0$  при переключении ключа в положение 2),  $q(0) = q_0$ . Тогда протекший через индуктивность заряд  $\Delta q = q_0 - q$ , а на конденсаторе  $C_2$  заряд  $q_2 = 2q_0 - q$ . Для контура  $abdca$

$$Li = \frac{q}{C} - \frac{2q_0 - q}{C} + \frac{q}{C}$$

Учитывая, что  $I = -\dot{q}$ , получаем

$$-L\ddot{q} = \frac{3q}{C} - \frac{2q_0}{C} \Rightarrow L\ddot{q} + \frac{3}{C} \left( q - \frac{2}{3}q_0 \right) = 0$$

Заменив  $q - \frac{2}{3}q_0 = q_1$ , учитывая, что  $\ddot{q} = \ddot{q}_1$ , получим

$$L\ddot{q}_1 + \frac{3}{C}q_1 = 0.$$

Это уравнение гармонических колебаний, причём при  $t = 0$   $q_1(0) = q_0/3$ . Решение этого уравнения  $q_1(t) = q_1(0) \cos \omega t = \frac{q_0}{3} \cos \omega t$ , где  $\omega = \sqrt{3/LC}$ .

Для заряда  $q(t)$  имеем

$$q(t) = q_1(t) + \frac{2}{3}q_0 = q_0 \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cos \omega t \right).$$

Качественный график  $I(t)$  — синусоида симметричная относительно оси времени и выходящая из начала координат.

Ток через индуктивность при этом меняется по гармоническому закону

$$I(t) = -\dot{q} = \frac{\omega q_0}{3} \sin \omega t$$

Для заряда  $q_2(t)$  конденсатора  $C_2$  имеем

$$q_2(t) = 2q_0 - q(t) = q_0 \left( \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \cos \omega t \right). \quad (5)$$

При  $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{LC}{3}}$  ток через индуктивность становится равен 0, затем течёт в обратном направлении. Однако диоды по-прежнему «закрыты», так как  $\varphi_d > \varphi_a$  и  $\varphi_b > \varphi_c$ , поэтому в колебаниях участвует всё та же последовательная цепочка и все ранее выписанные уравнения для колебаний остаются справедливыми. По истечении полного периода колебаний  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{LC}{3}}$

ток прекращается, конденсаторы возвращаются в исходное состояние и процесс повторяется вновь. Таким образом, в процессе колебаний ток через диоды не течет и колебания тока являются гармоническими с периодом  $T = 2\pi\sqrt{\frac{LC}{3}}$ . Напряжение на конденсаторах  $C_1$  и  $C_3$  в соответствии с (3) меняется в пределах от  $\frac{U_0}{3}$  до  $U_0$ , на конденсаторе  $C_2$  в соответствии с (5) в пределах от  $U_0$  до  $\frac{5U_0}{3}$ , знаки зарядов на пластинах всех трех конденсаторов не меняются.

**Задача 4. Магнитный шнур** (*В. В. Маринюк, С. Е. Муравьев, А. С. Чернов*)

**Решение 1.**

Шнур расположится в магнитном поле провода так, чтобы энергия его взаимодействия с полем постоянного тока была минимальна. Просуммируем энергии взаимодействия маленьких элементов шнура с полем, получаем

$$W = -kB_1\Delta l_1 \cos \varphi_1 - kB_2\Delta l_2 \cos \varphi_2 - kB_3\Delta l_3 \cos \varphi_3 - \dots, \quad (6)$$

где  $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, \dots$  — длины малых элементов, на которые мы разбиваем шнур,  $B_1, B_2, B_3, \dots$  — индукции магнитного поля провода в тех точках, где находятся соответствующие малые элементы шнура,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$  — углы между векторами индукции магнитного поля и соответствующими малыми элементами шнура,  $k$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от «силы» магнитов, и потому одинаковый для всех элементов шнура, поскольку он однороден.

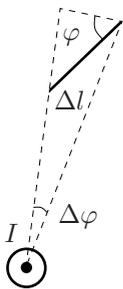


Рис. 36

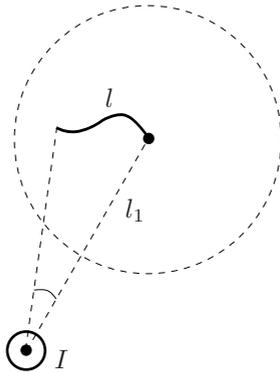


Рис. 37

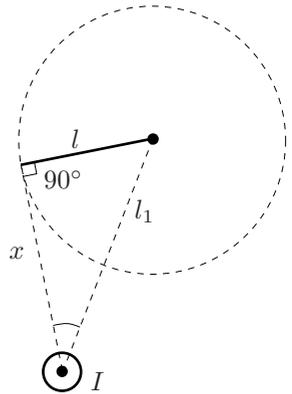


Рис. 38

Для индукции магнитного поля, создаваемого прямым током, имеем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (7)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $I$  — сила тока в проводе,  $r$  — расстояние от провода до точки наблюдения. Причем вектор  $\vec{B}$ , модуль которого определен формулой (7), в каждой точке направлен по касательной к окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной проводу. Отсюда сразу следует, что весь шнур должен лежать в одной плоскости, перпендикулярной проводу. Действительно, «выход» шнура из этой плоскости увеличит углы между его элементами и вектором индукции, и потому энергетически невыгоден. Подставляя индукцию (7) в формулу (6), получаем

$$W = -\frac{k\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{\Delta l_1 \cos \varphi_1}{r_1} + \frac{\Delta l_2 \cos \varphi_2}{r_2} + \frac{\Delta l_3 \cos \varphi_3}{r_3} + \dots \right), \quad (8)$$

где  $r_1, r_2, r_3, \dots$  — расстояние от провода в тех точках, где находятся соответствующие малые элементы шнура. Минимуму энергии (8) отвечает максимум выражения в скобках.

Каждое слагаемое в скобках выражения (8) соответствует углу  $\Delta\alpha_i = \frac{\Delta l_1 \cos(\varphi_i)}{r_i}$ , под которым виден элемент шнура из точки провода. А, следовательно, сумма в скобках — это угол  $\alpha$ , под которым из точки провода виден весь шнур. Таким образом, минимуму энергии шнура отвечает такое его расположение, когда угол  $\alpha$ , под которым виден весь шнур из точки провода, лежащей в той же плоскости, что и шнур, максимален. Найдём это положение.

Угол  $\alpha$  максимален, когда шнур прямой (рис. 37) и (рис. 38), следовательно расстояние между его концами равно длине провода  $l$ . Угол  $\alpha$  максимален, когда сам шнур и отрезок, соединяющий его свободный конец перпендикулярны. При этом расстояние от провода до этого конца шнура равно  $\sqrt{l_1^2 - l^2}$ .

### Решение 2.

Шнур расположится в магнитном поле провода так, чтобы энергия его взаимодействия с полем была минимальна. Энергия малого элемента шнура в магнитном поле описывается в точности такой же формулой, что и энергия электрического диполя (системы двух зарядов  $+q$  и  $-q$ , расположенных на малом расстоянии  $\Delta l$  друг от друга) в электрическом поле  $\vec{E}$ . Поэтому при определении равновесного положения шнура во внешнем поле  $\vec{B}$  можно заменить его на «цепочку» из диполей в поле  $\vec{E}$  такой же конфигурации, что и  $\vec{B}$ . В этой «цепочке» диполи ориентированы вдоль неё, и противоположные заряды соседних диполей компенсируются. Поэтому «цепочка» из диполей эквивалентна гибкой цепочке с зарядами  $+q$  и  $-q$  на концах.

Если пренебречь взаимодействием этих зарядов и силой тяжести, то очевидно, что вектор  $\vec{E}$  в точке расположения свободного конца цепочки должен быть направлен вдоль цепочки (сила  $q\vec{E}$  уравновешивается силой натяжения цепочки). Также ясно, что в состоянии равновесия цепочка, растягиваемая за свобод-

ный конец, будет отрезком, проходящим через закреплённый конец и  $\vec{E}$ . Значит расстояние между его концами равно длине шнура  $l$ .

Возвращаясь к шнуру в поле провода, приходим к выводу: шнур будет растянут по прямой в плоскости перпендикулярной проводу и перпендикулярен радиусу, проведённому от оси провода к свободному концу шнура (рис. 38). Значит  $x = \sqrt{l_1^2 - l^2}$ .

**Задача 5. Русалочка** (Л. А. Мельниковский)

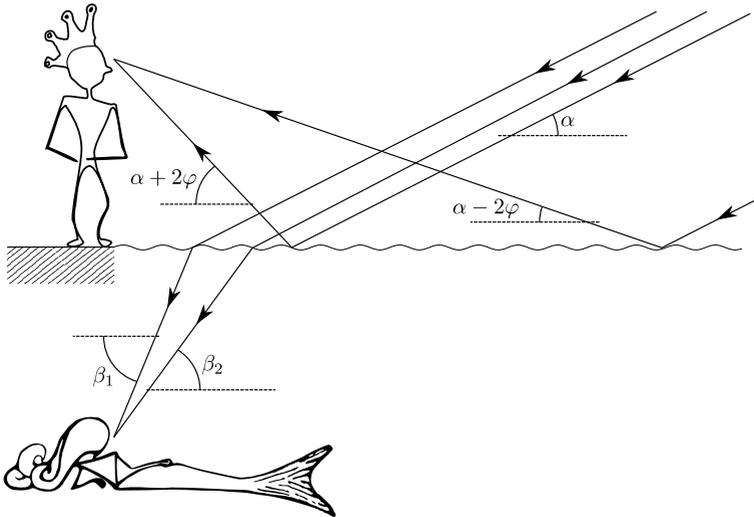


Рис. 39

Обозначим высоту Луны над горизонтом  $\alpha$ , а амплитуду наклона поверхности воды  $\varphi$ . Направление лучей, ограничивающих видимую принцем лунную дорожку, определяется углами  $\alpha + 2\varphi$  и  $\alpha - 2\varphi$  (рис. 39):

$$\operatorname{tg}(\alpha + 2\varphi) = \frac{H}{D_{\Pi}}, \quad \operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi) = \frac{H}{D_{\Pi} + L_{\Pi}}$$

Отсюда,

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{H}{D_{\Pi}} + \operatorname{arctg} \frac{H}{D_{\Pi} + L_{\Pi}} \right) \approx 0,189$$

$$\varphi = \frac{1}{4} \left( \operatorname{arctg} \frac{H}{D_{\Pi}} - \operatorname{arctg} \frac{H}{D_{\Pi} + L_{\Pi}} \right) \approx 0,078$$

Из закона преломления

$$n \cos(\beta_1 - \varphi) = \cos(\alpha - \varphi) \quad \text{и} \quad n \cos(\beta_2 + \varphi) = \cos(\alpha + \varphi)$$

Таким образом

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{\alpha - \varphi}{n}\right) + \varphi$$

$$\beta_2 = \arccos\left(\frac{\alpha - \varphi}{n}\right) - \varphi$$

Учитывая, что

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{H}{D_P}, \quad \operatorname{tg} \beta_2 = \frac{H}{D_P + L_P}.$$

получим

$$D_P = H \operatorname{ctg} \beta_1 = 1,67 \text{ м}, \quad L_P = H \operatorname{ctg} \beta_2 - D_P = 0,48 \text{ м}.$$

## Экспериментальный тур

### 9 класс

#### Задача 1. Легкоплавкий металл (*С. В. Кармазин*)

Изготовим из проволоки держатель для микропробирок.



Рис. 40

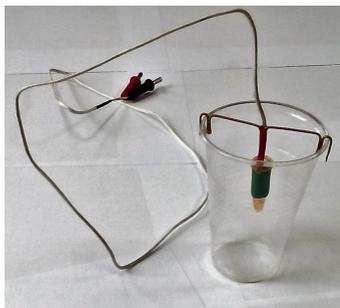


Рис. 41

Для определения плотности металла взвесим его порцию (далее приведены цифры для одного случайно выбранного образца)  $m = 1,98$  г. Так как погрешность весов составляет 3 знака последнего разряда, то масса оказывается определенной с точностью 1,5%. Затем найдем изменение веса микропробирки с водой при полном погружении в нее порции металла и вычислим объем  $V$  порции (гидростатическое взвешивание).  $V = 0,34$  см<sup>3</sup> (погрешность 10%) и, следовательно, плотность  $\rho = (5,8 \pm 0,6)$  г/см<sup>3</sup>. Табличная плотность данного металла (галлий)  $\rho_T = 5,90$  г/см<sup>3</sup>.

Для определения тепловых параметров образца проведем исследование зависимости температуры его расплава от времени в процессе остывания и последующей кристаллизации. Поместим порцию металла в микропробирку с держателем и опустим ее на 5 – 7 мин в стакан с горячей водой при температуре не ниже 65 °С.

Визуально убедимся, что весь металл расплавился. На этапе нагрева и плавления контролировать температуру образца в пробирке можно, но большого смысла в этом нет, так как термомпара в начальной стадии процесса измеряет температуру воздуха, а не металла. После окончания плавления, вынем пробирку из горячей воды и установим на столе в проволочном держателе. С этого момента начнем снимать зависимость температуры  $t$  расплава от времени  $\tau$ . Результаты измерений представлены в таблице 1.

После охлаждения металла почти до комнатной температуры (на 1 – 2 градуса выше), он остается в жидком состоянии. Бросим в расплав микропорцию твердой фазы металла. Очень быстро (за несколько секунд) температура в пробирке достигнет значения 28 – 30 °С градусов и остается неизменной

|            |     |     |     |     |     |     |    |    |    |    |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| $\tau$ , с | 0   | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
| $t$ , °C   | 55  | 50  | 47  | 45  | 43  | 41  | 40 | 38 | 38 | 37 | 36  | 34  | 34  |
| $\tau$ , с | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 |    |    |    |    |     |     |     |
| $t$ , °C   | 33  | 32  | 30  | 29  | 29  | 28  |    |    |    |    |     |     |     |

Таблица 1

в течение примерно  $\tau_k = 40 - 60$  мин, а затем постепенно начнет снижаться до комнатной. Следовательно, температура кристаллизации данного вещества равна  $t_{пл} = (29 \pm 2)$  °C.

При охлаждении металл остывает на  $\Delta t$  градусов за  $\Delta \tau$  секунд, следовательно  $Q = mC\Delta t = \alpha\Delta\tau$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи. При кристаллизации  $\lambda m = \alpha\tau_k$ , где  $\lambda$  — удельная теплота кристаллизации. Из этих двух уравнений выразим:

$$\lambda = \frac{C\Delta t\tau_k}{\Delta\tau}.$$

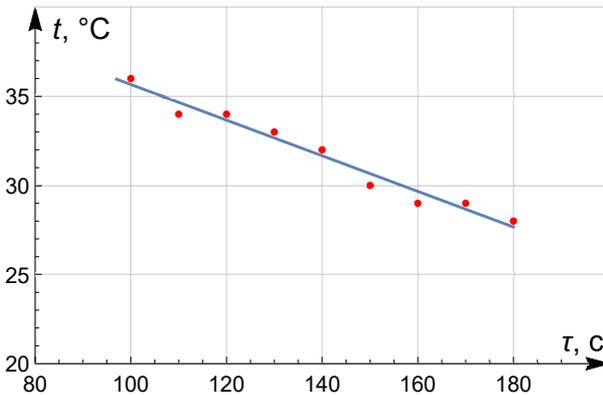


Рис. 42

Видно, что для расчета  $\lambda$  не нужно знать массу и коэффициент теплоотдачи. Достаточно лишь найти скорость остывания порции металла при температуре примерно равной температуре кристаллизации  $\frac{\Delta t}{\Delta \tau}$ . Эту величину можно определить с помощью графика (рис. 42), построенного для последних 8 – 9 точек таблицы 1.

По угловому коэффициенту наклона  $\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = (0,10 \pm 0,01)$  °C/с получим  $\lambda = (74 \pm 8)$  кДж/кг (табличное значение  $\lambda$  для галлия 80 кДж/кг).

### Задача 2. Магнитики (С. В. Кармазин)

Примечание: численные результаты, полученные на различных комплектах оборудования, могут отличаться друг от друга.

Фиксируем желоб в штативе под одним из двух возможных углов и кладем в него магнит так, чтобы он отталкивался от второго закреплённого. Влияние силы трения, действующей на подвижный магнит, устраняем легкими постукиваниями по желобу в результате которых магнит слегка подпрыгивает и силы нормальной реакции и трения обращаются в ноль. Измеряем расстояние  $x$  между ближайшими торцами магнитов, на котором подвижный остается в равновесии. Для проверки воспроизводимости результатов, измерения проводим трехкратно.

Повторяем эксперимент несколько раз для других сил, прижимающих магниты друг к другу, нагружая подвижный сверху разными комбинациями латунных стержней. Всего удастся получить 7 различных значений силы при одном наклоне желоба. В таблице 2 приведены результаты измерений для углов наклона  $\sin \alpha_1 = 0,74$  и  $\sin \alpha_2 = 0,61$ . Прижимающая магниты сила при этом рассчитывается по формуле:  $F = mg \sin \alpha$ .

На рис. 43 представлен график полученной зависимости  $F$  от  $x$ .

Для проверки характера зависимости  $F = \alpha x^{-\beta}$ , перестраиваем ее в осях  $F(x^{-1})$

(рис. 44) и  $F(x^{-2})$  (рис. 45). В последнем случае график оказывается ближе к линейному, из чего делаем вывод, что  $\beta \approx 2$ , а  $k = (2,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ .

Заметим, что исследование зависимости с помощью графика, построенного в логарифмическом масштабе (что не требовалось от участников), дает значение показателя степени  $\beta \approx 2,6$ .

Для определения силы трения, действующей со стороны мерной ленты в горизонтальном положении желоба, приблизим подвижный магнит к закреплённому на расстояние  $X$  и отпустим его. Из теоремы об изменении кинетической

|  |         | $m$ , г | $x$ , мм | $F$ , мН |
|--|---------|---------|----------|----------|
| Большой угол<br>( $\sin \alpha_1 = 0,74$ ) | Магнит  | 2,1     | 28       | 15,2     |
|  | М+1     | 8,1     | 18       | 58,7     |
|  | М+2     | 16,4    | 14       | 119      |
|  | М+1+2   | 22,4    | 12       | 162      |
|  | М+3     | 30,8    | 11       | 223      |
|  | М+1+3   | 36,8    | 10       | 267      |
|  | М+2+3   | 45,1    | 9        | 327      |
|  | М+1+2+3 | 50,1    | 9        | 363      |
| Малый угол<br>( $\sin \alpha_2 = 0,61$ )   | Магнит  | 2,1     | 30       | 12,6     |
|  | М+1     | 8,1     | 20       | 48       |
|  | М+2     | 16,4    | 16       | 98       |
|  | М+1+2   | 22,4    | 13       | 134      |
|  | М+3     | 30,8    | 12       | 184      |
|  | М+1+3   | 36,8    | 11       | 220      |
|  | М+2+3   | 45,1    | 10       | 270      |
|  | М+1+2+3 | 50,1    | 10       | 300      |

Таблица 2

энергии получим:  $F_{\text{тр}}L + A = 0$ , где  $L$  — расстояние на которое сместился подвижный магнит, а  $A$  — работа силы отталкивания, которая пропорциональна площади под графиком  $F(x)$  на участке от  $X$  до  $X + L$ . Необходимо проверить воспроизводимость результатов при проведении этого эксперимента на разных участках мерной ленты.  $F_{\text{тр}} = (11 \pm 2)$  мН. Силу трения также можно найти, определяя границу области «застоя» подвижного магнита в поле неподвижного, интерполируя полученную зависимость  $F(x)$ .

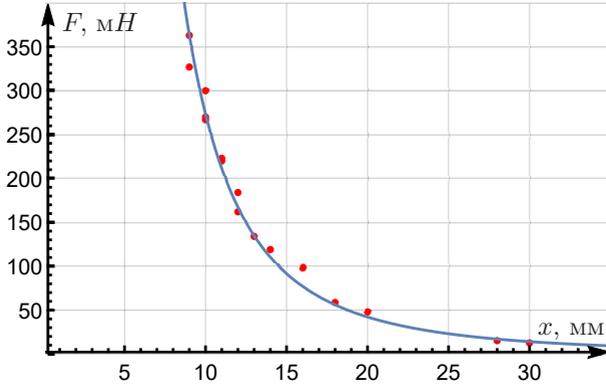


Рис. 43

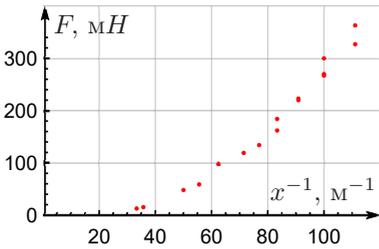


Рис. 44

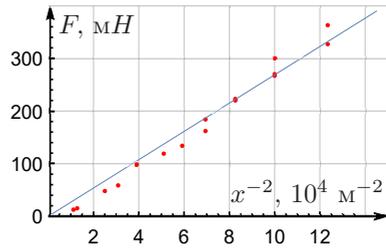


Рис. 45

Коэффициент трения можно рассчитать по формуле

$$\mu = \frac{F}{\sqrt{2}mg} = 0,37 \pm 0,02.$$

## 10 класс

### Задача 1. Термодинамический черный ящик (М. Л. Карманов)

Для начала изготовим из пробирки мензурку. От листа миллиметровки отрежем полоску, нарисуем на ней шкалу в сантиметрах. Получившуюся шкалу с помощью скотча прикрепим к пробирке. Далее наберем полный шприц воды, и нальем немного воды в пробирку так, чтобы она закрыла нижнюю не цилиндрическую часть. Отметим начальный уровень воды  $h_0$  в пробирке, затем дольем в нее определенный объем воды  $V$  из шприца и отметим конечный уровень  $h$  воды в пробирке.

$$h_0 = 0,0 \text{ см} \quad h = 12,6 \text{ см} \quad V = 20,0 \text{ мл} \quad \Rightarrow \quad S = V/(h - h_0) = 1,59 \text{ см}^2$$

Измерим площадь сечения трубки (без учета внутренней полости). Для этого обернем трубку полоской миллиметровки и измерим длину окружности. Можно сделать два оборота.

$$L = 4,0 \text{ см}, \quad \Rightarrow \quad r = L/(4\pi), \quad \Rightarrow \quad S_{\text{тр}} = \pi r^2 = \frac{L^2}{16\pi} = 0,32 \text{ см}^2.$$

Разобранный шприц присоединяем к длинной трубке и, используя его в качестве воронки, заполняем бутылку горячей водой до тех пор, пока вода не начнет выливаться из короткой трубки. Теперь отсоединяем шприц от длинной трубки, собираем его, заполняем водой и присоединяем к короткой. В дальнейшем шприц будет играть роль заглушки. Внутри длинной трубки вставляем термopару так, чтобы ее конец уходил внутрь бутылки примерно до ее середины. Это позволит измерять температуру воды в бутылке без риска поверить пакет термopарой. Второй конец длинной трубки помещаем в пробирку, предварительно прикрепленную скотчем к бутылке и заполненную водой (рис. 46).

Удаляем воздух из длинной трубки, для этого выдавливаем некоторое количество воды из шприца, присоединенного к короткой трубке.

Вода в бутылке остывает, вместе с ней остывает и воздух зажатый в пакете, его объем уменьшается, и в бутылку затягивается вода из пробирки. Снимаем зависимость уровня воды в пробирке от температуры воздуха.

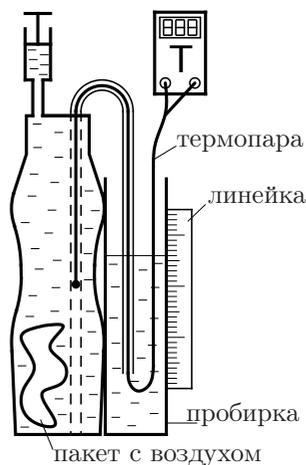


Рис. 46

$$P(S - S_{\text{тр}})\Delta h = \nu RT,$$

$P$  — атмосферное давление,  $\Delta h$  — изменение уровня воды в пробирке.

|                     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t, ^\circ\text{C}$ | 61  | 57  | 53  | 50  | 47  | 45  | 42  | 38  | 35  |
| $h, \text{см}$      | 9,1 | 7,9 | 6,9 | 6,1 | 5,7 | 5,0 | 4,2 | 3,6 | 3,0 |

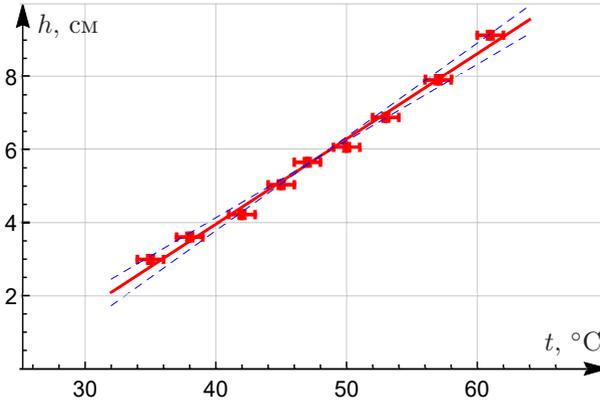


Рис. 47

$$k = \frac{\nu R}{P(S - S_{\text{тр}})} = 0,234 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{см}$$

$$\nu = \frac{kP(S - S_{\text{тр}})}{R} = \frac{0,234 \cdot 10^{-2} \cdot 10^5 \cdot (1,59 - 0,32) \cdot 10^{-4}}{8,31} \text{ моль} = 3,5 \text{ ммоль.}$$

Оценим погрешность. Погрешности определения температуры и высоты  $\sigma_T = 3 \text{ } ^\circ\text{C}$  и  $\sigma_h = 0,1 \text{ см}$ . Из графика  $\sigma_k = (k_{\text{max}} - k_{\text{min}})/2 = 0,02 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{см}$ .

$$\Delta S = (\varepsilon_{h-h_0} + \varepsilon_V) \cdot S = \left( \frac{0,2}{12,6} + \frac{0,5}{20} \right) \cdot 1,59 \text{ см}^2 = 0,065 \text{ см}^2,$$

$$\Delta S_{\text{тр}} = 2\varepsilon_L \cdot S_{\text{тр}} = 2 \frac{0,1}{4,0} \cdot 0,32 = 0,016 \text{ см}^2,$$

$$\Delta(S - S_{\text{тр}}) = 0,08 \text{ см}^2,$$

$$\varepsilon_\nu = \varepsilon_P + \varepsilon_{S-S_{\text{тр}}} + \varepsilon_k = \frac{1}{100} + \frac{0,08}{1,27} + \frac{0,02}{0,23} = 0,16,$$

$$\sigma_\nu = 0,16 \cdot 3,5 \text{ ммоль} = 0,6 \text{ ммоль.}$$

Окончательно получаем  $\nu = (3,5 \pm 0,6) \text{ ммоль}$ .

**Задача 2. Термоэлектронная эмиссия** (А. А. Ноян)

При нагреве одной из нитей накала некоторые электроны приобретают достаточную энергию для того, чтобы из неё вылететь. Приложив напряжение между спиралями, мы можем добиться того, чтобы вылетевшие электроны попадали на вторую спираль. Для определения работы выхода нужно измерить зависимость эмиссионного тока от температуры нити накала.

$$n = A^{-W/kT} \Rightarrow I_{\text{эм}} = A_1^{-W/kT} \Rightarrow \ln I_{\text{эм}} = \ln A_1 - \frac{W}{kT}$$

Чтобы определить работу выхода  $W$ , нужно построить график зависимости  $\ln I_{\text{эм}}$  от  $1/T$  и вычислить его угловой коэффициент.

Для измерений следует использовать схему, изображенную на рисунке 48.

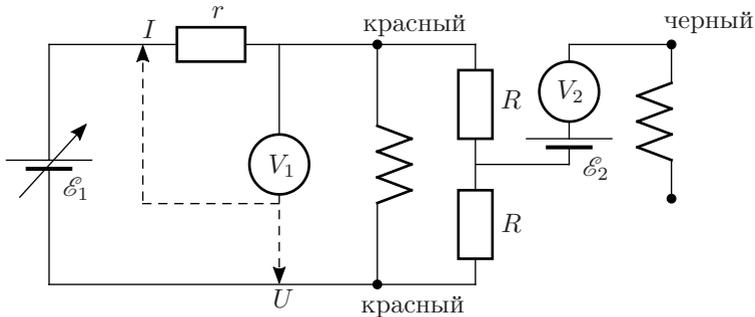


Рис. 48

$\mathcal{E}_1$  — регулируемый источник тока. Примем потенциал его минуса за 0 В. Вольтметр  $V_1$  используется попеременно для измерения напряжения на нити накала лампочки и на резисторе сопротивлением  $r = 4,7$  Ом, который нужен для определения силы тока через лампочку.

Нить накала лампочки должна быть подключена напрямую к минусу источника, так как туда же подключается экран вокруг лампочки. Если между лампой и минусом источника будут стоять резисторы, то это приведет к заметному изменению разности потенциалов между экраном и нитью лампы во время опытов, что может внести дополнительные изменения в эмиссионный ток.

Потенциал разных точек нити накала линейно изменяется от 0 до  $U_1$ , значит средний потенциал нити накала равен  $U_1/2$ . Так как необходимо обеспечить постоянную разгонную разность потенциалов, то параллельно нити накала подключены два одинаковых высокоомных резистора, потенциал точки между которыми будет в точности равен среднему потенциалу нити накала.

Так как эмиссионный ток очень маленький, то для его измерения будем использовать второй вольтметр в качестве наноамперметра. В качестве  $\mathcal{E}_2$  — батарейка 9 В (рис. 48). Малый ток определяется по формуле

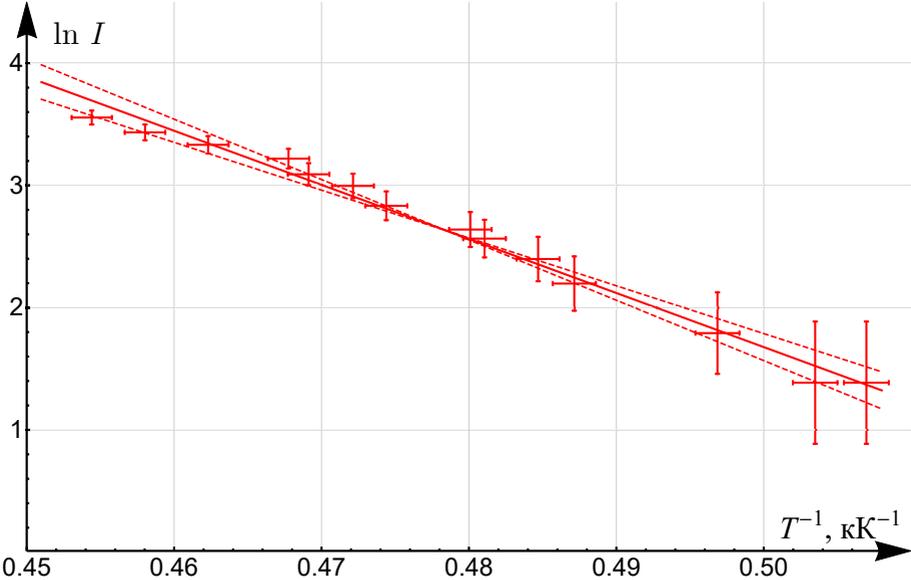
$$I_{\text{эм}} = U_2/R_V$$

Внутреннее сопротивление мультиметра в режиме вольтметра  $R_V$  можно измерить другим мультиметром, переключив его в режим омметра:  $R_V = 1 \text{ МОм}$ . Температуру лампочки определяем по её сопротивлению, используя формулу, данную в условии. Сопротивление лампочки при комнатной температуре  $R_0 = 2,5 \text{ Ом}$  измеряем при маленьких токах через неё, например омметром. Комнатную температуру оценим в  $T_0 = (300 \pm 5) \text{ К}$ . Как показывает значение температуры спирали лампы, точность нашей оценки является достаточной. Результаты измерений представлены в таблице.

| $U_1, \text{ В}$ | $U_{\text{рез}}, \text{ В}$ | $R_{\text{л}}, \text{ Ом}$ | $U_2, \text{ мВ}$ | $I_{\text{эм}}, \text{ нА}$ | $T, \text{ К}$ | $T^{-1}, \text{ К}^{-1}$ | $\ln(I)$ |
|------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------|-----------------------------|----------------|--------------------------|----------|
| 9,06             | 1,783                       | 23,9                       | 35                | 35                          | 2201           | 0,454                    | 3,555    |
| 8,87             | 1,760                       | 23,7                       | 31                | 31                          | 2183           | 0,458                    | 3,434    |
| 8,72             | 1,747                       | 23,5                       | 28                | 28                          | 2163           | 0,462                    | 3,332    |
| 8,58             | 1,740                       | 23,2                       | 25                | 25                          | 2138           | 0,468                    | 3,219    |
| 8,50             | 1,729                       | 23,1                       | 22                | 22                          | 2132           | 0,469                    | 3,091    |
| 8,39             | 1,718                       | 23,0                       | 20                | 20                          | 2118           | 0,472                    | 2,996    |
| 8,30             | 1,708                       | 22,8                       | 17                | 17                          | 2108           | 0,474                    | 2,833    |
| 8,14             | 1,696                       | 22,6                       | 14                | 14                          | 2083           | 0,480                    | 2,639    |
| 8,08             | 1,687                       | 22,5                       | 13                | 13                          | 2079           | 0,481                    | 2,565    |
| 7,96             | 1,675                       | 22,3                       | 11                | 11                          | 2063           | 0,485                    | 2,398    |
| 7,89             | 1,669                       | 22,2                       | 9                 | 9                           | 2053           | 0,487                    | 2,197    |
| 7,60             | 1,641                       | 21,8                       | 6                 | 6                           | 2013           | 0,497                    | 1,792    |
| 7,40             | 1,620                       | 21,5                       | 4                 | 4                           | 1986           | 0,503                    | 1,386    |
| 7,32             | 1,614                       | 21,3                       | 4                 | 4                           | 1973           | 0,507                    | 1,386    |

Построим график  $\ln(I_{\text{эм}})$  от  $1/T$ .

Умножая угловой коэффициент графика (рис. 49) на постоянную Больцмана  $k$ , получаем ответ  $W = (3,8 \pm 0,4) \text{ эВ}$ .



## 11 класс

### Задача 1. Катушка (И. С. Юдин)

1. Установка: крепим зажимом типа «бульдог» латунную трубку вдоль линейки. Линейку крепим к выступу деревянного штатива шкалой наружу с помощью двух больших зажимов. Перемещая трубку с «бульдогом» относительно линейки, будем изменять высоту шарика. Под шарик располагаем весы, на который ставим кубик, на кубик ящик с катушкой. Прищепку используем для закрепления провода питания, чтобы его перемещения не влияли на показания весов.

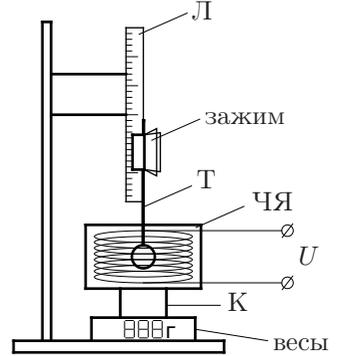


Рис. 50

Включаем весы, убеждаемся, что при выключенном питании на них 00.0, при необходимости сбрасываем. Включением и выключением питания катушки убеждаемся в воспроизводимости показаний весов и снимаем зависимость показаний от координаты  $h$  (снятой с линейки).

Заметим, что при нахождении шарика в центре катушки сила равна нулю (так как индукция магнитного поля максимальна), что позволяет определить координату центра катушки и получить искомую зависимость простым сдвигом.

|              |        |        |        |        |        |        |        |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $h$ , мм     | 158    | 160    | 162    | 164    | 166    | 168    | 170    |
| $F$ , г сила | -0.93  | -0.63  | -0.36  | -0.12  | 0.19   | 0.54   | 0.83   |
| $x$ , мм     | -7     | -5     | -3     | -1     | 1      | 3      | 5      |
| $F$ , мН     | -9.114 | -6.174 | -3.528 | -1.176 | 1.862  | 5.292  | 8.134  |
| $h$ , мм     | 172    | 174    | 176    | 178    | 180    | 182    | 184    |
| $F$ , г сила | 1.03   | 1.27   | 1.46   | 1.72   | 1.77   | 1.79   | 1.67   |
| $x$ , мм     | 7      | 9      | 11     | 13     | 15     | 17     | 19     |
| $F$ , мН     | 10.094 | 12.446 | 14.308 | 16.856 | 17.346 | 17.542 | 16.366 |
| $h$ , мм     | 190    | 195    | 200    | 205    | 210    | 215    | 220    |
| $F$ , г сила | 1.46   | 1.14   | 0.9    | 0.68   | 0.52   | 0.39   | 0.31   |
| $x$ , мм     | 25     | 30     | 35     | 40     | 45     | 50     | 55     |
| $F$ , мН     | 14.308 | 11.172 | 8.82   | 6.664  | 5.096  | 3.822  | 3.038  |
| $h$ , мм     | 225    | 230    | 235    | 240    | 245    | 250    |        |
| $F$ , г сила | 0.24   | 0.17   | 0.12   | 0.1    | 0.09   | 0.07   |        |
| $x$ , мм     | 60     | 65     | 70     | 75     | 80     | 85     |        |
| $F$ , мН     | 2.352  | 1.666  | 1.176  | 0.98   | 0.882  | 0.686  |        |

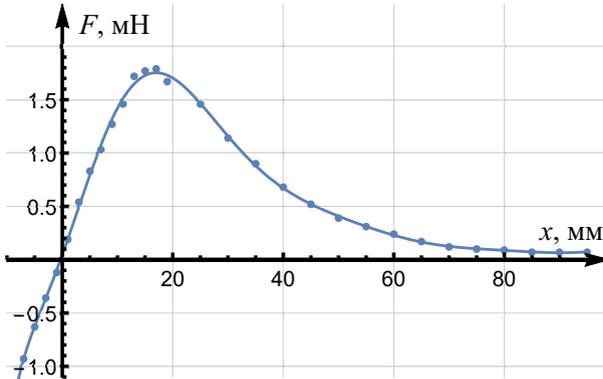


Рис. 51

2. Так как сила зависит, согласно условию задачи, от градиента поля  $F = p_m \frac{dB}{dx}$ , то изменение поля будет пропорционально силе, т.е.  $\Delta B = \frac{F}{p_m} \Delta x$ . Вычислим изменение поля при движении по оси из «бесконечности», найдя площадь под графиком силы от перемещения. Так как магнитным полем Земли можно пренебречь, т.е. вдали от катушки поле 0, то это изменение и есть поле катушки. Его можно определить по площади под графиком  $F(x)$ :

$$B_0 = \frac{1}{p_m} \int_1^2 F dx = 5,95 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$$

3. Разобьем кольцо на элементы длины  $dl$ . Каждый из них будет создавать индукцию

$$dB = \frac{kI dl}{r^2 + x^2},$$

поскольку направление тока перпендикулярно направлению на элемент. Вектор индукции поля, создаваемой элементом, направлен под углом  $\beta$  к оси витка  $\left( \cos \beta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right)$ , поэтому его проекция на ось

$$dB_x = \frac{kI r dl}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

Суммируем поля от элементов:

$$B = \frac{2\pi k I r^2}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \quad (9)$$

4. Искать радиус катушки можно либо по положению максимума зависимости  $F(x)$ , либо по значению производной  $dF/dx$  при  $x = 0$ .

Рассмотрим сначала первый вариант.

Поскольку катушка считается короткой, воспользуемся формулой из предыдущего пункта для витков катушки радиусом  $R$ . Обозначим за  $I$  сумму токов во всех витках катушки ( $I = NI_1$ , где  $I_1$  — ток в одном витке). Найдем первую производную, которая будет пропорциональна силе, и вторую производную, показывающую градиент силы:

$$\frac{dB}{dx} = -\frac{6\pi kIR^2x}{(R^2 + x^2)^{5/2}}$$

$$\frac{d^2B}{dx^2} = -\frac{6\pi kIR^2(4x^2 - R^2)}{(R^2 + x^2)^{7/2}} \quad (10)$$

Отсюда видно, что максимум силы достигается при

$$x = R/2$$

Снимая с графика положение максимума  $x_0 = 1,7$  см, получаем  $R = 3,4$  см.

Теперь рассмотрим второй вариант.

Из уравнения (10) получаем производную силы при  $x = 0$ :

$$\frac{dF}{dx} = \kappa_0 = p_m \frac{6\pi kI}{R^3}$$

Определяем  $\kappa_0$  по наклону графика в нуле:  $\kappa_0 = 1,6$  Н/м.

Из уравнения (9) найдем индукцию поля в центре катушки:

$$B_0 = \frac{2\pi kI}{R} \quad (11)$$

Зная  $B_0$  и  $\kappa_0$ , найдем радиус катушки:

$$\frac{p_m B_0}{\kappa_0} = \frac{R^2}{3}$$

$$R = \sqrt{\frac{3p_m B_0}{\kappa_0}} = 3,3 \text{ см}$$

5. Из уравнения (11)

$$I = \frac{B_0 R}{2\pi k} = 320 \text{ А}$$

Напряжение на одном витке катушки

$$U_1 = \frac{U}{N},$$

Из закона Ома для одного витка

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{U}{I} = \frac{2\pi R}{\lambda\pi d^2/4} = \frac{8R}{\lambda d^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{8IR}{\lambda U}} = 0,35 \text{ мм}$$

Чтобы найти массу черного ящика, поставим кубик на весы и обнулим их показания. После этого положим на кубик черный ящик. Зная массу черного ящика, рассчитаем массу катушки:  $M = 204$  г. Для определения количества витков  $N$  выпишем:

$$\frac{M}{\rho} = \frac{\pi d^2}{4} N 2\pi R \Rightarrow N d^2 = \frac{2M}{\pi^2 R \rho}$$

$$N = \frac{\lambda U M}{4\pi^2 I R^2 \rho} = 1,1 \cdot 10^3$$

### Задача 2. Пограничное кипение (А. М. Киселев)

Неизвестной жидкостью был фторкетон ФК-5-1-12 (Noves 1230), иногда ее называют «сухой водой». Noves является диэлектриком, слабо смачивает бумагу и не является растворителем. Поэтому Noves применяется в системах пожаротушения для серверных помещений и другой электроники, библиотек, музеев.

1. Используя большой шприц, взвешиваем  $V = (10,0 \pm 0,4)$  мл неизвестной жидкости, находим  $m = 15,6$  г. Вычисляем плотность:

$$\rho = \frac{m}{V} = 1,56 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

2. Помещаем внутрь воздушного шарика все грузы и заливаем внутрь  $m_0 = 2,01$  г неизвестной жидкости. Максимально выпустив воздух, плотно завязываем шарик. Измеряем начальный объем шарика  $V_{\text{нач}} = 13,6$  мл. Наливаем в сосуд с мерными делениями горячую воду. Начальный объем воды  $V_1 = (200 \pm 10)$  мл. Помещаем шарик в сосуд с горячей водой, ждем некоторое время, пока весь Noves испарится. Шарик должен целиком находиться под водой. Если веса грузов не хватает, топим шарик в воде с помощью термометра. Измеряем объем «вода+шарик»,  $V_2 = (390 \pm 10)$  мл и температуру воды  $T = 66$  °С = 338 К. Вычисляем объем газообразного

вещества Noves:  $\Delta V = V_2 - V_1 - V_{\text{нач}} = 176 \pm 20$  мл. По закону Менделеева-Клапейрона

$$P_0 \Delta V = \frac{m_0}{\mu} RT,$$

где  $P_0$  — атмосферное давление. Отсюда вычисляем молярную массу Noves

$$\mu = (320 \pm 40) \text{ г/моль}.$$

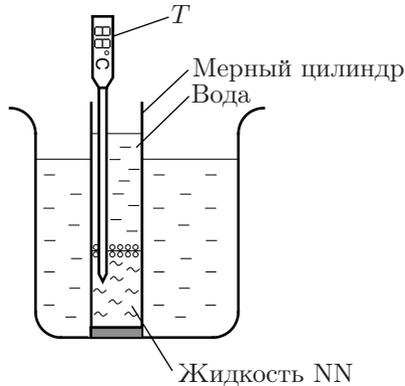


Рис. 52

3. Наливаем в пробирку (с подставкой) сначала неизвестную жидкость, потом воду. Между жидкостями есть четкая граница раздела. Ставим пробирку в стакан с водой. Чтобы не возникало перегретой жидкости, опускаем внутрь пробирки деревянную палочку как источник центров парообразования. Температуру системы измеряем термометром, опущенным внутрь пробирки (рис. 52). Температуру воды во внешнем стакане изменяем, доливая туда горячую или холодную воду. Так находим

$$T_{\text{погр}} = (46 \pm 1) \text{ }^\circ\text{C}.$$

При температуре чуть выше граничной на границе раздела жидкостей медленно образуется один пузырь. При температуре ниже граничной пузырей не образуется.

4. Наливаем в пробирку чистый Noves, опускаем туда деревянную палочку. Ставим пробирку внутрь стакана с горячей водой. Через некоторое время Noves начинает активно кипеть. Измеряем его температуру, которая равна температуре кипения

$$T_{\text{кип}} = (49 \pm 0.5) \text{ }^\circ\text{C}.$$

Условие кипения чистой жидкости: давление насыщенных паров равно атмосферному давлению:  $P_{\text{NN}}(T_{\text{кип}}) = P_0$ .

Поскольку жидкости не смешиваются, пограничное кипение начинается, когда сумма давлений насыщенных паров воды и Noves равно атмосферному:

$$P_{\text{NN}}(T_{\text{погр}}) + P_{\text{в}}(T_{\text{погр}}) = P_0.$$

Из этих соотношений оценим изменение давления насыщенных паров неизвестной жидкости при изменении её температуры:

$$\frac{dP}{dT} \approx \frac{P_{\text{NN}}(T_{\text{кип}}) - P_{\text{NN}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}} = \frac{P_{\text{в}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}}.$$

С помощью интерполяции из таблицы находим давление насыщенных паров воды  $P_{\text{в}}(46 \text{ }^\circ\text{C}) = 10.3 \text{ кПа}$ . Пользуясь уравнением Клапейрона-Клаузиуса, вычисляем удельную теплоту парообразования Noves:

$$L = \frac{RT_{\text{погр}}^2}{\mu P_0} \frac{P_{\text{в}}(T_{\text{погр}})}{T_{\text{кип}} - T_{\text{погр}}} = (90 \pm 40) \text{ кДж/кг}.$$

Основной источник погрешности определения  $L$  — неточное измерение температур  $T_{\text{кип}}$  и  $T_{\text{погр}}$ .