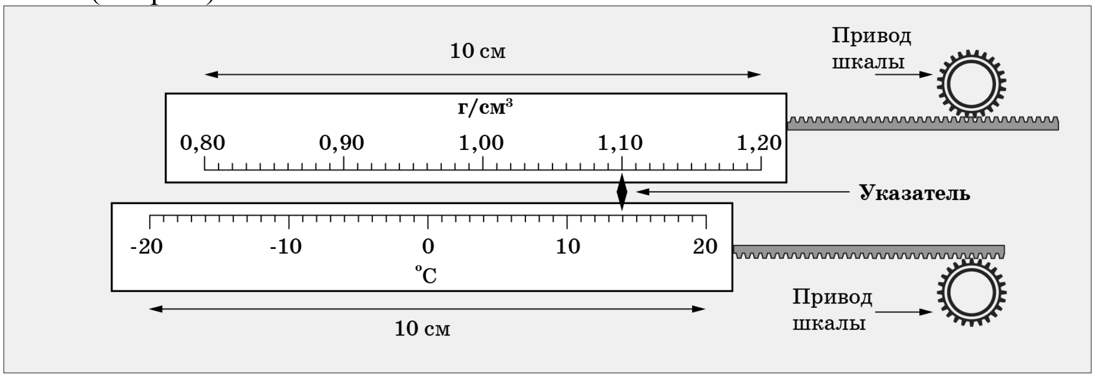
7 класс

Задача 1. Термоареометр. Однажды экспериментатору Глюку понадобилось одновременно измерять температуру и плотность исследуемой жидкости. Он разработал универсальный прибор, в котором указатель неподвижен, а шкалы перемещаются независимо (см. рис.).



Глюк снял показания, которые занёс в таблицу.

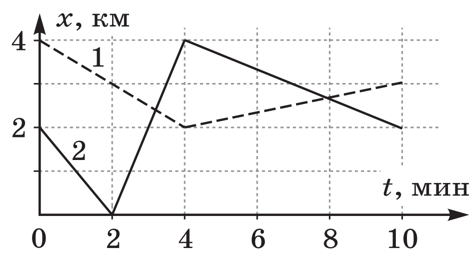
Температура, T, ^{0}C	20	18	16	12	8	7	6	4
Плотность, ρ, г/см^3	1,01	1,02	1,03	1,05	1,08	1,11	1,14	1,20

Известно, что температура жидкости изменялась на одинаковую величину за равные промежутки времени. Длины шкал L = 10 см, а весь эксперимент длился $\Delta\tau$ = 5 минут.

Постройте график полученной зависимости $\rho(T)$ и определите, с какой максимальной скоростью перемещались шкалы друг относительно друга в ходе эксперимента.

Задача 2. Каникулы в Простоквашино (1). От станции Простоквашино до дома, в котором живёт кот Матроскин, расстояние s = 1,2 км. Дядя Фёдор с Шариком приехал на станцию Простоквашино и пошёл домой со скоростью $\upsilon_Ф$ = 4 км/ч, а Шарик побежал со скоростью $\upsilon_Ш$ = 12 км/ч. Добежав до дома Шарик повернул обратно, навстречу дяде Фёдору, и так бегал вперед и назад между дядей Фёдором и домом вплоть до момента прибытия мальчика домой. Какой путь больше: суммарный путь S_1, который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома, или S_2, который он пробежал, перемещаясь в обратном направлении. На сколько один путь длиннее другого? Определите S_1 и S_2.

Задача 3. Усреднение. На рисунке приведены графики зависимости от времени координат двух машин, ехавших по одной прямой дороге. Определите среднюю путевую скорость υ_{10} второй машины за 10 минут движения с точки зрения наблюдателя, находящегося в первой. В какие моменты времени движения, кроме конечного, средняя скорость второй машины относительно первой также была равна υ_{10}? Какого максимального значения достигала средняя путевая скорость второй машины в процессе движения.



Задача 4. Кубический коктейль. Если в стакан, доверху заполненный жидкостью с плотностью ρ = 1,2 г/см^3, погрузить кубик, то средняя плотность содержимого станет равна ρ_1 = 1,4 г/см^3, если вместо этого кубика поместить другой кубик такого же объема, то средняя плотность содержимого станет равна ρ_2 = 1,6 г/см^3. Какой окажется средняя плотность ρ_3 содержимого, если в стакан поместить сразу оба кубика? Внутренний объем стакана в 5 раз больше объема кубика.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.

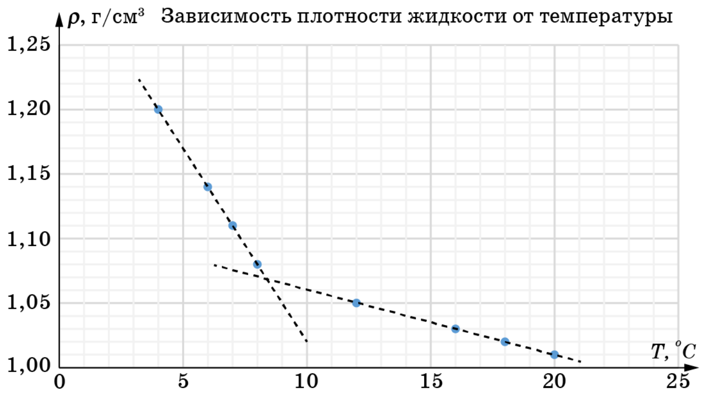
7 класс
Возможное решение

Задача 1. Термоариометр. Длина шкалы температур L = 10 см. Её пределы измерения от – 20°С до +20°С. В ходе эксперимента показания шкалы температур изменялись от +20°С до +4°С. Значит, шкала сместилась на $\Delta x_T = \dfrac{20^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C}}{20^\circ\text{C} - (-20^\circ\text{C})} 10$ см = 4,0 см.

По условию она смещалась равномерно в течение $\Delta\tau = 5$ мин, значит скорость её движения относительно указателя $\upsilon_T = \dfrac{\Delta x_T}{\Delta\tau} = \dfrac{4 \text{ см}}{5 \text{ мин}} = 0{,}8 \dfrac{\text{см}}{\text{мин}}$.

1) Скорость остывания $\dfrac{\Delta T}{\Delta\tau} = 3{,}2 \dfrac{^\circ\text{C}}{\text{мин}}$.

2) Построим график $\rho(T)$:



Из него видно, что изменение плотности линейно зависит от температуры (и значит от времени, так как температура изменяется равномерно) на двух участках. На первом участке модуль скорости изменения равен $\left|\dfrac{\Delta\rho}{\Delta\tau}\right| = \left|\dfrac{\Delta\rho}{\Delta T}\dfrac{\Delta T}{\Delta\tau}\right| = \dfrac{1{,}20 - 1{,}08}{8-4} 3{,}2 = 0{,}096 \dfrac{\text{г/см}^3}{\text{мин}}$, а на втором $\left|\dfrac{\Delta\rho}{\Delta\tau}\right| = \left|\dfrac{\Delta\rho}{\Delta T}\dfrac{\Delta T}{\Delta\tau}\right| = \dfrac{1{,}05 - 1{,}01}{20-12} 3{,}2 = 0{,}016 \dfrac{\text{г/см}^3}{\text{мин}}$. Это меньше чем на первом участке.

Длина шкалы плотностей L = 10 см. Её пределы измерения от 0,8 г/см^3 до от 1,2 г/см^3. Значит, максимальная по модулю скорость смещения шкалы плотностей относительно указателя будет на первом участке:

$$\upsilon_\rho = \frac{\Delta x_\rho}{\Delta\tau} = \frac{|\Delta\rho| \dfrac{10 \text{ см}}{(1{,}2\ -0{,}8)\ \text{г/см}^3}}{\Delta\tau} = \frac{|\Delta\rho|}{\Delta\tau} 25 \frac{\text{см}}{\text{мин}} = 2{,}4 \frac{\text{см}}{\text{мин}}.$$

Так как шкалы двигаются в противоположные стороны, то их относительная скорость

$$\upsilon = \upsilon_\rho + \upsilon_T = 3{,}2 \frac{\text{см}}{\text{мин}}.$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.

Критерии оценивания

1	График a) Не подписаны оси (величины и ед. измерения): - 1 балл b) Неудачный масштаб (график занимает по одной из осей менее половины): - 1 балл c) Нанесены не все точки (или есть ошибки в их положении): - 1 балл	4 балла
2	Правильно определена скорость υ_T движения шкалы T	1
3	Правильно определена скорость остывания	1
4	Указано, что на двух участках скорость изменения плотности равномерна (так как **равномерно изменяется температура**)	1
5	Правильно найдена максимальная скорость изменения плотности	1
6	Правильно определена скорость движения шкалы ρ	1
7	Правильно определена относительная скорость движения шкал	1

Задача 2. Каникулы в Простоквашино (1).

$S_\downarrow \equiv S_1 = s_1 + s_3 + s_5 + s_7 + \ldots$ (1), $S_\uparrow \equiv S_2 = s_2 + s_4 + s_6 + \ldots$ (2) – см. рис.2. $s_1 = s$ (путь, который преодолел Шарик от станции до дома, $s_2 = s_3$, $s_4 = s_5$, $s_6 = s_7$, … (Шарик пробежал от дома до Дяди Фёдора, а потом пробежал обратно до дома; причем так много-много раз).

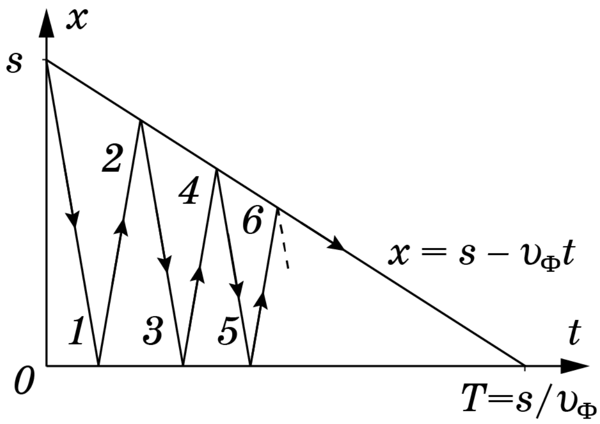


Рис. 2

В итоге, в сумме (1) первое слагаемое равно s (расстоянию от станции до дома), а сумма остальных слагаемых в точности равна сумме всех слагаемых в (2), т.е. $S_1 - S_2 = s$, или

$\upsilon_Ш T_1 - \upsilon_Ш T_2 = s$, или еще иначе $T_1 - T_2 = \dfrac{s}{\upsilon_Ш}$. (1)

Сумма времен T_1 и T_2 дает общее время движения дяди Фёдора: $T_1 + T_2 = \dfrac{s}{\upsilon_Ф}$, (2)

которое, разумеется, совпадает с полным временем движения Шарика.

Решая систему уравнений (1-2), находим:

$$T_1 = \frac{\upsilon_Ш + \upsilon_Ф}{\upsilon_Ш \upsilon_Ф}\frac{s}{2} = 0,2 \text{ часа}, \qquad T_2 = \frac{\upsilon_Ш - \upsilon_Ф}{\upsilon_Ш \upsilon_Ф}\frac{s}{2} = 0,1 \text{ часа}.$$

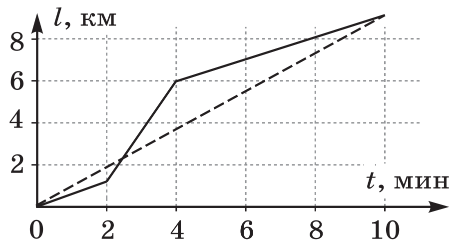
$$S_1 = s\frac{\upsilon_Ш + \upsilon_Ф}{2\upsilon_Ф} = 2,4 \text{ км}, \qquad S_2 = s\frac{\upsilon_Ш - \upsilon_Ф}{2\upsilon_Ф} = 1,2 \text{ км}.$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.

Критерии оценивания

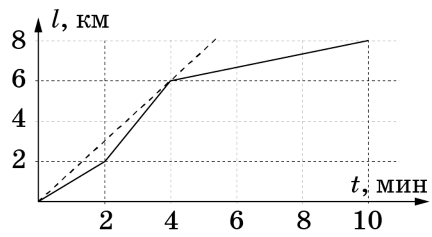
1	Указано, что $S_1 - S_2 = s = 1{,}2$ км.	2 балла
2	Указано, что $T_1 + T_2 = s/\upsilon_Ф$	2 балла
3	Найдено время T_1 (не обязательно в числах)	2 балла
4	Найдено время T_2 (не обязательно в числах)	2 балла
5	Найден путь S_1	1 балл
6	Найден путь S_2	1 балл

Задача 3. Усреднение. Построим график зависимости пути от времени для второй машины относительно первой. За t_0 = 10 минут она проехала относительно первой путь l_0 = 9 км, следовательно, ее средняя скорость υ_0 = 0,9 км/мин.



Пунктирная линия на графике соответствует движению со средней скоростью 0,9 км/мин. Видно, что график зависимости пути от времени пересекается пунктирной линией один раз, через $t_x \approx 2{,}5$ мин после старта.

Построим для второй машины график зависимости пути от времени (движение относительно дороги). Максимальная средняя скорость υ_{max} = 1,5 км/мин была через 4 мин после старта (на рисунке ей соответствует пунктирная линия).



Примечание. Если ученик находил среднюю путевую скорость второй машины относительно первой, то такое решение тоже считать верным.

Критерии оценивания

1	Построен график пути от времени для второй машины относительно первой или аналитически найден путь l_0 = 9 км	3 балла
2	Найдена относительная путевая скорость за 10 мин движения	2 балла
3	Найден момент времени, когда средняя скорость второй машины относительно первой была равна υ_{10}	2 балла
4	Построен график пути от времени для второй машины или аналитически показано, что максимальное значение скорости будет достигнуто через 4 минуты на пути l_2 = 6 км	2 балла
5	Найдено максимальное значение путевой скорости	1 балл

Задача 4. Кубический коктейль. Запишем выражения для средних плотностей содержимого:

$$\rho_1 = ((V_0 - V)\rho + V\rho_{01})/V_0 = (4\rho + \rho_{01})/5;$$
$$\rho_2 = ((V_0 - V)\rho + V\rho_{02})/V_0 = (4\rho + \rho_{02})/5;$$
$$\rho_3 = ((V_0 - 2V)\rho + V\rho_{01} + V\rho_{01})/V_0 = (3\rho + \rho_{01} + \rho_{02})/5.$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.

Здесь ρ_{01} и ρ_{02} – неизвестные плотности первого и второго кубиков, V_0 – объем стакана, V – объем кубика. Решая систему уравнений, получим:

$$\rho_3 = \rho_1 + \rho_2 - \rho = 1{,}8 \text{ г/см}^3.$$

Критерии оценивания

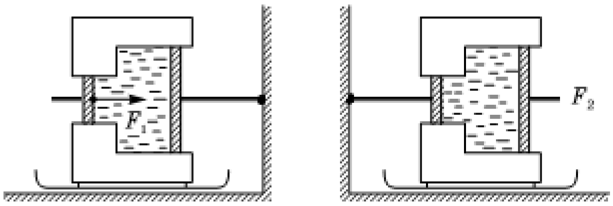
1	Записано уравнение для ρ_1	2 балла
2	Записано уравнение для ρ_2	2 балла
3	Записано уравнение для ρ_3	3 балла
4	Решена система уравнений и найдено выражение для плотности ρ_3	2 балла
5	Получен численный ответ для ρ_3	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.

8 класс

Задача 1. Каникулы в Простоквашино (2). От станции Простоквашино до дома, в котором живёт кот Матроскин, расстояние s = 1,2 км. Дядя Фёдор с Шариком приехал на станцию Простоквашино и пошёл домой вниз по склону со скоростью $\upsilon_Ф$ = 4 км/ч, а Шарик побежал со скоростью $\upsilon_{Ш,1}$ = 12 км/ч. Добежав до дома Шарик повернул обратно и побежал вверх по склону навстречу дяде Фёдору со скоростью $\upsilon_{Ш,2}$ = 8 км/ч. Так пёс бегал вперед и назад между дядей Фёдором и домом вплоть до момента прибытия мальчика домой. Какой путь больше: суммарный путь S_1, который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома или S_2 который он пробежал, перемещаясь в обратном направлении. На сколько один путь длиннее другого? Определите S_1 и S_2.

Задача 2. Качаем пресс. На полозьях, которые могут скользить по **гладкому** полу, установлен гидравлический пресс, заполненный несжимаемым маслом. Шток поршня большего диаметра прикреплён к стене (рис. а). При движении поршня между ним и стенкой пресса возникает сила трения F (одинаковая для обоих поршней). Чтобы сдвинуть пресс с места, к меньшему поршню необходимо приложить силу не меньшую, чем F_1 = 500 Н.



а) б)

Определите величину силы трения F, если площади поршней отличаются в 4 раза.
Какую минимальную горизонтальную силу F_2 необходимо приложить к поршню большего диаметра, чтобы отодвинуть пресс от стены, если установить его так, чтобы шток меньшего поршня был прикреплен к стене (рис. б)? В какую сторону в этом случае должна быть направлена сила F_2?

Задача 3. Пластичность. Цилиндрический столбик из пластилина высотой H и площадью основания s плотно прилепили к гладкому дну сосуда, в который налили жидкость плотностью ρ_0 до верха столбика (рис. 1). Вода под столбик пластилина не подтекает. Не изменяя площади контакта пластилина с дном и не отделяя его от дна, столбик превратили в цилиндр высоты h стоящий на очень короткой ножке (рис. 2). Определите, в какую сторону направлена и чему равна результирующая сила, действующая со стороны жидкости на деформированный пластилин. Атмосферное давление p_0.

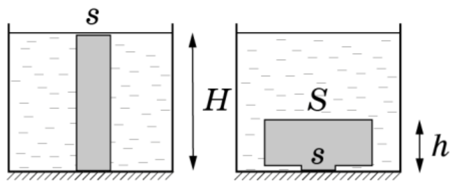
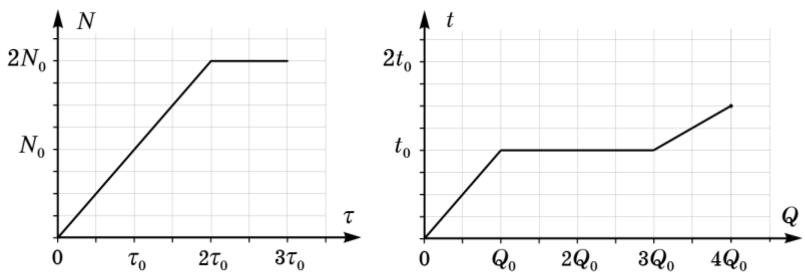


рис. 1 рис. 2

Задача 4. Нелинейное плавление. В калориметре со встроенным нагревателем расплавили некоторое вещество. На рисунке приведены графики зависимости мощности N нагревателя от времени τ его работы и температуры t вещества от переданного ему количества теплоты Q.
Найдите отношение теплоемкостей вещества в твердом и жидком состоянии.
Определите, сколько времени длился процесс плавления $\tau_п$, считая известным время τ_0. Постройте график зависимости температуры вещества от времени, указав на нем величины τ и t в характерных точках.



а) б)

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

8 класс

Возможное решение

Задача 1. Каникулы в Простоквашино (2). Пусть S_1 – путь, который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома, а S_2 – путь, который он пробежал перемещаясь в обратном направлении. Тогда $S_1 - S_2 = s$, или

$$\upsilon_{Ш,1}T_1 - \upsilon_{Ш,2}T_2 = s. \qquad (1)$$

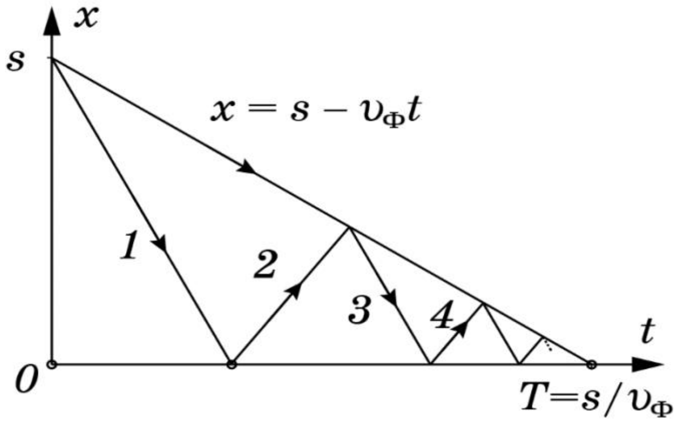


Рис. 2

Сумма времен T_1 и T_2 дает общее время движения дяди Фёдора: $T_1 + T_2 = \dfrac{s}{\upsilon_Ф}$, (2)

которое, разумеется, совпадает с полным временем движения Шарика.

Решая систему уравнений (1-2), находим:

$$T_1 = \frac{\upsilon_{Ш,2} + \upsilon_Ф}{\upsilon_{Ш,1} + \upsilon_{Ш,2}} \frac{s}{\upsilon_Ф} = 0{,}18 \text{ часа}$$

$$T_2 = \frac{\upsilon_{Ш,1} - \upsilon_Ф}{\upsilon_{Ш,1} + \upsilon_{Ш,2}} \frac{s}{\upsilon_Ф} = 0{,}12 \text{ часа}.$$

$$S_1 = \upsilon_{Ш,1}T_1 = s\frac{\upsilon_{Ш,1}}{\upsilon_Ф} \frac{\upsilon_{Ш,2} + \upsilon_Ф}{\upsilon_{Ш,1} + \upsilon_{Ш,2}} = 2{,}16 \text{ км},$$

$$S_2 = \upsilon_{Ш,2}T_2 = s\frac{\upsilon_{Ш,2}}{\upsilon_Ф} \frac{\upsilon_{Ш,1} - \upsilon_Ф}{\upsilon_{Ш,1} + \upsilon_{Ш,2}} = 0{,}96 \text{ км}.$$

$$S_1 - S_2 = s = 1{,}2 \text{ км}.$$

Критерии оценивания

1	Указано, что $S_1 - S_2 = s = 1{,}2$ км.	2 балла
2	Указано, что $T_1 + T_2 = s/\upsilon_Ф$	2 балла
3	Найдено время T_1 (не обязательно в числах)	2 балла
4	Найдено время T_2 (не обязательно в числах)	2 балла
5	Найден путь S_1	1 балл
6	Найден путь S_2	1 балл

Задача 2. Качаем пресс. Обозначим площадь малого поршня S, а большого $4S$. Для сохранения объема масла, при движении малого поршня к стене, пресс должен двигаться от стены. Это возможно, если

$$p_1(4S - S) = 2F, \qquad (1)$$

где p_1 – это давление масла в цилиндре. Условие начала движения малого поршня

$$F_1 - p_1S = F. \qquad (2)$$

Откуда $F = 3F_1/5 = 300$ Н.

Влияние атмосферного давления здесь не принципиально ($p_1 > p_0$). При желании, можно заменить в формулах давление p_1 на разность давлений $p_1 - p_0$.

Во втором случае, чтобы пресс отодвинуть от стены, большой поршень, для сохранения объема жидкости, тоже должен двигаться от стены, но медленнее, чем сам пресс. Таким образом, обе силы трения, действующие на пресс, направлены к стене и уже без учета атмосферного давления трудно объяснить движение пресса вправо. Давление p_2 масла внутри пресса меньше атмосферного! Условие равномерного движения пресса:

$$(p_0 - p_2)(\,4S - S) = 2F, \qquad (3)$$

а условие равновесия большого поршня:

$$4S(p_0 - p_2) = F_2 + F. \qquad (4)$$

Откуда $F_2 = F_1 = 500$ Н.

Критерии оценивания

1	Записано соотношение (1) или его аналог	2 балла
2	Записано соотношение (2) или его аналог	2 балла
3	Найдена сила трения F	1 балл
4	Записано соотношение (3) или его аналог	2 балла
5	Записано соотношение (4) или его аналог	1 балл
6	Найдена сила F_2	1 балл
7	Указано направление действия силы F_2	1 балл
8	За отсутствие ссылки на необходимость внешнего давления p_0 баллы не снимать	

Задача 3. Пластичность. После деформации объём пластилина не изменился, следовательно, $sH = Sh$, где S – площадь верхней грани нового цилиндра. Горизонтальные составляющие сил давления жидкости, действующие на столбик, компенсируют друг друга. На деформированный пластилин со стороны жидкости в вертикальном направлении вверх действует сила: $F = \rho_0 g\left(S - s\right)H + p_0\left(S - s\right) - \left[\rho_0 gS\left(H - h\right) + p_0 S\right] = -p_0 s$.

(Другой вариант решения)

$F_{Арх} = \rho_0 g(S - s)h$ - сила Архимеда, действующая на «шайбу» площадью S – s. Сила давления жидкости на столбик сечением s равна $F_{ж} = \rho_0 gs(H - h) + p_0 s$.

Результирующая сила $F_{общ} = F_{ж} - F_{Арх} = \rho_0 g\left[s(H - h) - (S - s)h\right] + p_0 s = p_0 s$.

Следовательно, после деформации пластилина результирующая сила не изменяется.

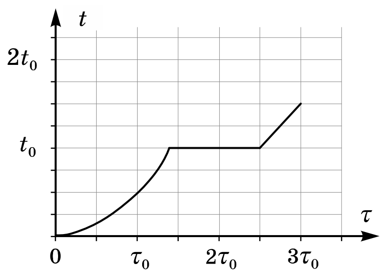
22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):
7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Критерии оценивания

1	Записано условие постоянства объёма пластилина	2 балла
2	Упомянута компенсация горизонтальных составляющих сил.	1 балл
3	Правильно записана сила давления сверху Если не учтено атмосферное давление – ставить 1 балл	2 балла
4	Правильно записана сила давления снизу Если не учтено атмосферное давление – ставить 1 балл	2 балла
5	Показано, что результирующая сила равна p_0s Если не учтено атмосферное давление – ставить 1 балл	2 балла
6	Учтено атмосферное давление (или аргументирован отказ его учёта)	1 балл

Примечание: Задачу можно решить в общем виде: Искомая сила есть разница между силой Архимеда действующей на полностью окруженное водой тело и силой давления жидкости на площадку s. Поскольку, в обоих случаях пятно контакта со дном и объем пластилина не изменялись, то и результирующая сила не изменялась. Если участник рассуждал подобным образом, то он заслуживает полный балл!

Задача 4. Нелинейное плавление.



Теплоемкость вещества $C = Q/t$. С помощью графика (рис. б) находим:

для твёрдой фазы $C_{Тв} = Q_0/t_0$;

для жидкой фазы $C_Ж = Q_0/(t_0/2) = 2C_{Тв}$.

Следовательно, $C_{Тв}/C_Ж = 1/2$.

За время работы нагревателя ($3\tau_0$) выделилось $4Q_0$ теплоты.

Площадь под графиком (а) соответствует выделившемуся количеству теплоты: $4N_0\tau_0 = 4\ Q_0$. Таким образом $N_0\tau_0 = Q_0$.

Вещество нагреется до точки плавления за время $\sqrt{2}\tau_0$. При этом мощность нагревателя возрастёт до $\sqrt{2}N_0$.

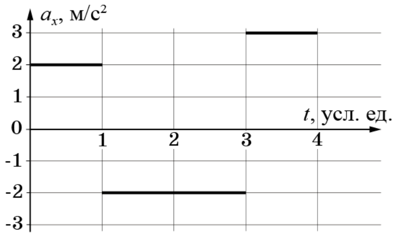
Для плавления вещества потребуется количество теплоты $2Q_0$. На это потребуется время:

$\tau_п = 0{,}5\tau_0 + (2 - \sqrt{2})\tau_0 = (2{,}5 - \sqrt{2})\tau_0 \approx 1{,}1\tau_0$.

Критерии оценивания

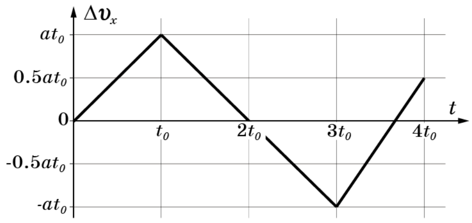
1	Найдена теплоёмкость твёрдой фазы	1 балл
2	Найдена теплоёмкость жидкой фазы	1 балл
3	Найдено отношение теплоёмкостей	1 балл
4	Установлена связь $4N_0\tau_0 = 4Q_0$	2 балла
5	Построен график и найдено время нагрева вещества до точки плавления	3 балла
6	Найдено время плавления вещества	2 балла

9 класс

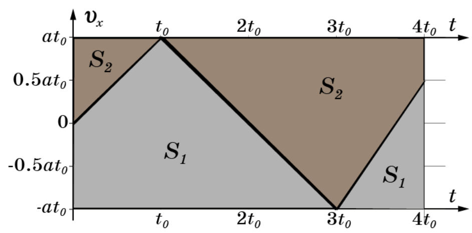


Задача 1. До остановки. Две частицы движутся вдоль оси OX. Зависимости их ускорения a_x от времени оказалась одинаковыми (см. рис.). За все время наблюдений проекция скорости v_x каждой из частиц ровно один раз обращалась в ноль, а пройденные ими пути отличались на ΔS = 16 см. Определите пути S_1 и S_2, пройденные частицами, и время τ их движения.

Возможное решение



Обозначим за t_0 и a время движения и ускорение на первом участке. Построим график изменения скорости от времени $\Delta v(t)$ (см. рис.). Отметим, что единственная остановка (v = 0) за время наблюдения будет если сместить график на $v_0 = \pm at_0$. В других случаях будет две или три остановки.



Совместим на одном графике две площади, соответствующие путям двух частиц. Вычисление площадей даст:

$S_1 = 4{,}25at_0^2$

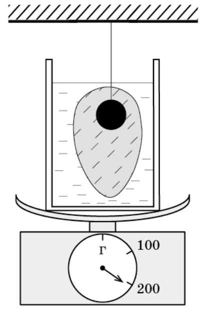
$S_2 = 3{,}75at_0^2$

$\Delta S = 0{,}5at_0^2$ = 16 см

Откуда t_0 = 0,4 с, всё время движения $\tau = 4t_0$ = 1,6 с; S_1 = 1,36 м; S_2 = 1,2 м.

Критерии оценивания

1	Остановка происходит либо при $t_1 = t_0$, либо при $t_2 = 3t_0$ (по 1 баллу за каждый случай)	2 балла
2	Получены выражения для S_1 и S_2 через a и t_0 (или τ) (по 2 балла за каждый путь)	4 балла
3	Получено выражение для ΔS через a и t_0 (или τ)	1 балл
4	Найдено время движения τ	1 балл
5	Найдены пути S_1 и S_2	2 балла



Задача 2. «Наморозили». На весах установлен калориметр с водой при температуре t_0 = 0˚С. Весы показывают при этом m_1 = 100 г. В воду опускают стальной шарик, закрепленный на нити с намерзшим на нем толстым слоем льда, который полностью погружен в воду. Показания весов увеличивается до значения m_2 = 201,3 г. После установления теплового равновесия в калориметре (на этом этапе теплообменом с окружающей средой можно пренебречь), показания весов ещё немного возрастают до m_3 = 204, 45 г. Через большой промежуток времени, когда содержимое калориметра нагрелось до комнатной температуры, весы показали m_4 = 191,3 г. Определите массу $m_с$ стального шарика, массу $m_л$ льда на нём перед опусканием в калориметр, их температуру t перед погружением в воду. Удельная теплоемкость стали $c_с$ = 450 Дж/кг·˚С, удельная теплоемкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг·˚С удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4\cdot10^5$ Дж/кг, плотность стали $\rho_с$ = 7800 кг/м^3, льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3, воды $\rho_в$ = 1000кг/м^3.

Возможное решение.

Показания весов при погружении тела на нити увеличиваются за счёт силы Архимеда действующей на это тело. Поэтому сразу после опускания шарика со льдом в воду:

$$m_2 = m_1 + \left(\frac{m_с}{\rho_с} + \frac{m_л}{\rho_л}\right)\rho_в \qquad (1)$$

После установления теплового равновесия показания весов увеличились из-за дополнительно намёрзшего льда массой $\Delta m_л$. При этом в сосуде устанавливается температура 0°C и можно записать уравнение теплового баланса:

$$\Delta m_л\lambda + (c_с m_с + c_л m_л)t = 0 \qquad (2)$$

Показания весов при этом увеличатся:

$$m_3 - m_2 = \frac{\Delta m_л}{\rho_л}\rho_в - \Delta m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}\Delta m_л \qquad (3)$$

После того как весь лёд растает показания весов P_4 по сравнению с P_2 уменьшатся из-за уменьшения силы Архимеда, но увеличатся за счёл увеличения количества воды на $m_л$:

$$m_2 - m_4 = \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в - m_л = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л}m_л \qquad (4)$$

Из этого уравнения получаем начальную массу льда:

$$m_л = \frac{m_2 - m_4}{\rho_в - \rho_л}\rho_л = 90 \text{ г}$$

Теперь из уравнения (1) можно найти массу стального шарика:

$$m_с = \frac{\rho_с}{\rho_в}\left(m_2 - m_1 - \frac{m_л}{\rho_л}\rho_в\right) \approx 10{,}1 \text{ г}$$

Из (3) находим массу дополнительно намёрзшего льда:

$$\Delta m_л = (m_3 - m_2)\frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л} \approx 28{,}4 \text{ г}$$

Наконец, из (2) определим начальную температуру льда и шарика:

$$t = -\frac{\Delta m_л\lambda}{c_с m_с + c_л m_л} \approx -49{,}9℃$$

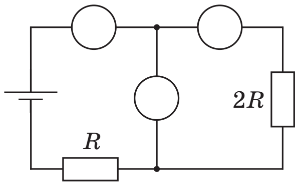
22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Примечание: при подстановке численных ответов в условие плавания получается, что лёд с шариком всплывает, но! На малую часть объема, что практически не влияет на численный ответ.

Критерии оценивания

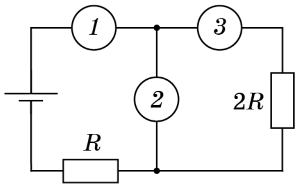
1	Записано выражение для показаний весов при погружении тела на нити (1)	2 балла
2	Записано уравнение теплового баланса (2)	1 балл
3	Записано выражение для показаний весов после намерзания льда (3)	2 балла
4	Записано выражение для показаний весов после таяния льда (4)	2 балла
5	Найдена масса льда	1 балл
6	Найдена масса шарика	1 балл
7	Найдена начальная температура льда с шариком	1 балл

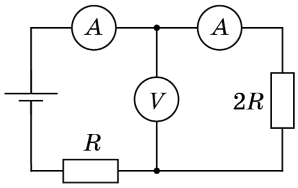
Задача 3. Пропавшие приборы. Миша собрал электрическую цепь, состоящую из идеального источника, двух резисторов, двух амперметров и одного вольтметра. Но второпях он забыл расставить на схеме обозначения приборов, зато точно запомнил, что один из амперметров показывал силу тока I = 1,0 мА, а вольтметр – напряжение U = 1,2 В. Восстановите обозначения приборов. Дайте обоснование. Определите показания второго амперметра, сопротивления резисторов и напряжение источника U_0. Все приборы можно считать идеальными.



Возможное решение.

Прежде всего, определим, где какой прибор подключен. Если в положении «1» будет стоять идеальный вольтметр, то цепь будет разомкнута и показания амперметров будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи. Значит в положении «1» стоит амперметр. Теперь если в положение «3» поставить вольтметр, а в «2» поставить другой амперметр, то последний закоротит участок цепи с вольтметром. Тогда показания вольтметра будут нулевыми, что не удовлетворяет условиям задачи.





Значит, правильная схема приведена на нижнем рисунке.

В этой схеме амперметры подключены последовательно. Это означает, что их показания одинаковы и равны общему току в цепи:

$I_{A1} = I_{A2} = I = 1{,}0$ мА

Такой же ток течёт через резистор 2R, напряжение на нём показывает вольтметр. По закону Ома $2R = \frac{U}{I} = 1200$ Ом, и R = 600 Ом.

Сила тока через резистор R так же равна I, следовательно, падение напряжения на нём $U_R = IR = 0{,}6$ В.

Напряжение источника равно сумме падений напряжений на резисторах.

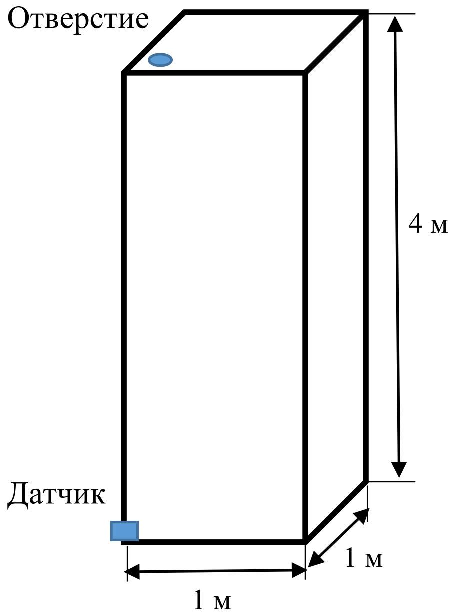
$U_0 = U_R + U_{2R} = 1{,}8$ В.

Критерии оценивания

1	Правильно и обоснованно определено положение вольтметра на схеме	4 балла
2	Правильно определены показания второго амперметра	2 балла
3	Правильно рассчитаны сопротивления резисторов R и $2R$	2 балла
4	Правильно рассчитано напряжение источника U_0	2 балла

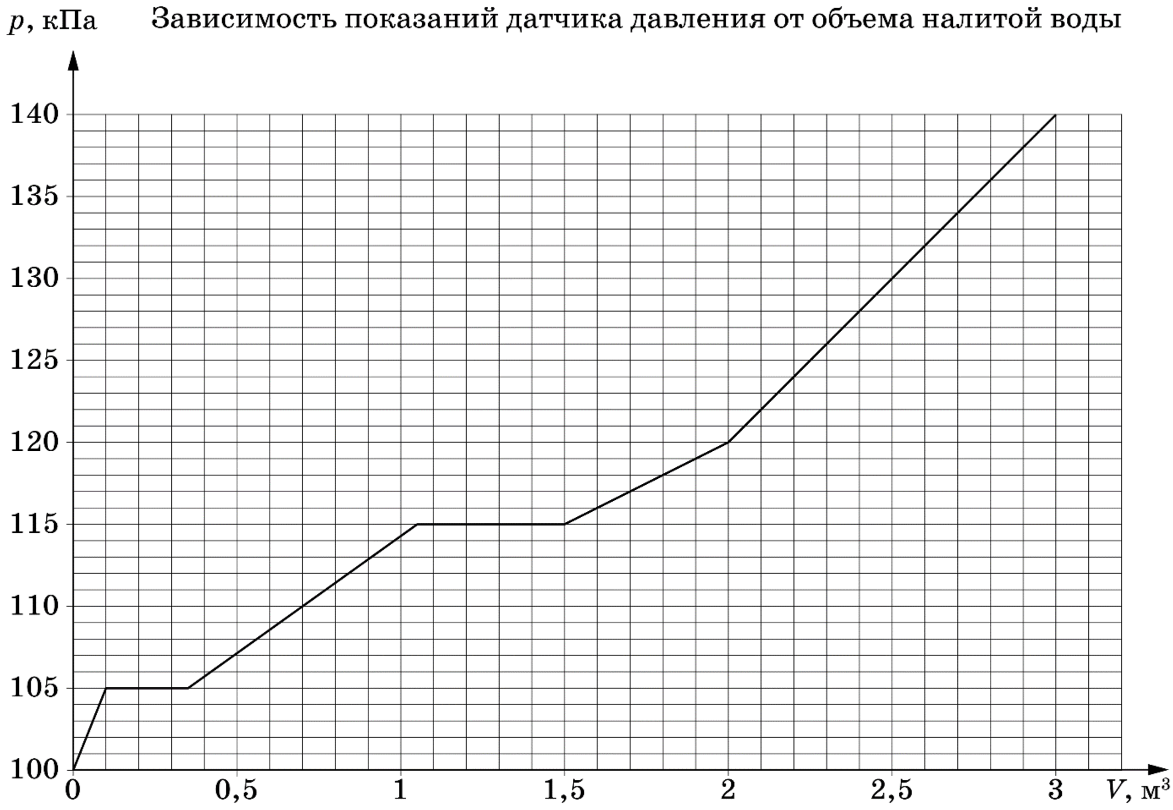
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 4. «Гидростатический черный ящик». Имеется прямоугольный сосуд размерами 1х1х4 м. В верхней крышке сосуда есть отверстие. В нижней части сосуда вплотную ко дну смонтирован миниатюрный датчик давления. Внутри сосуда может быть расположено произвольное число перегородок и закрытых ими полостей. Каждая перегородка имеет пренебрежимо малый объем и расположена горизонтально или вертикально. Все вертикальные перегородки параллельны одной и той же стенке сосуда.



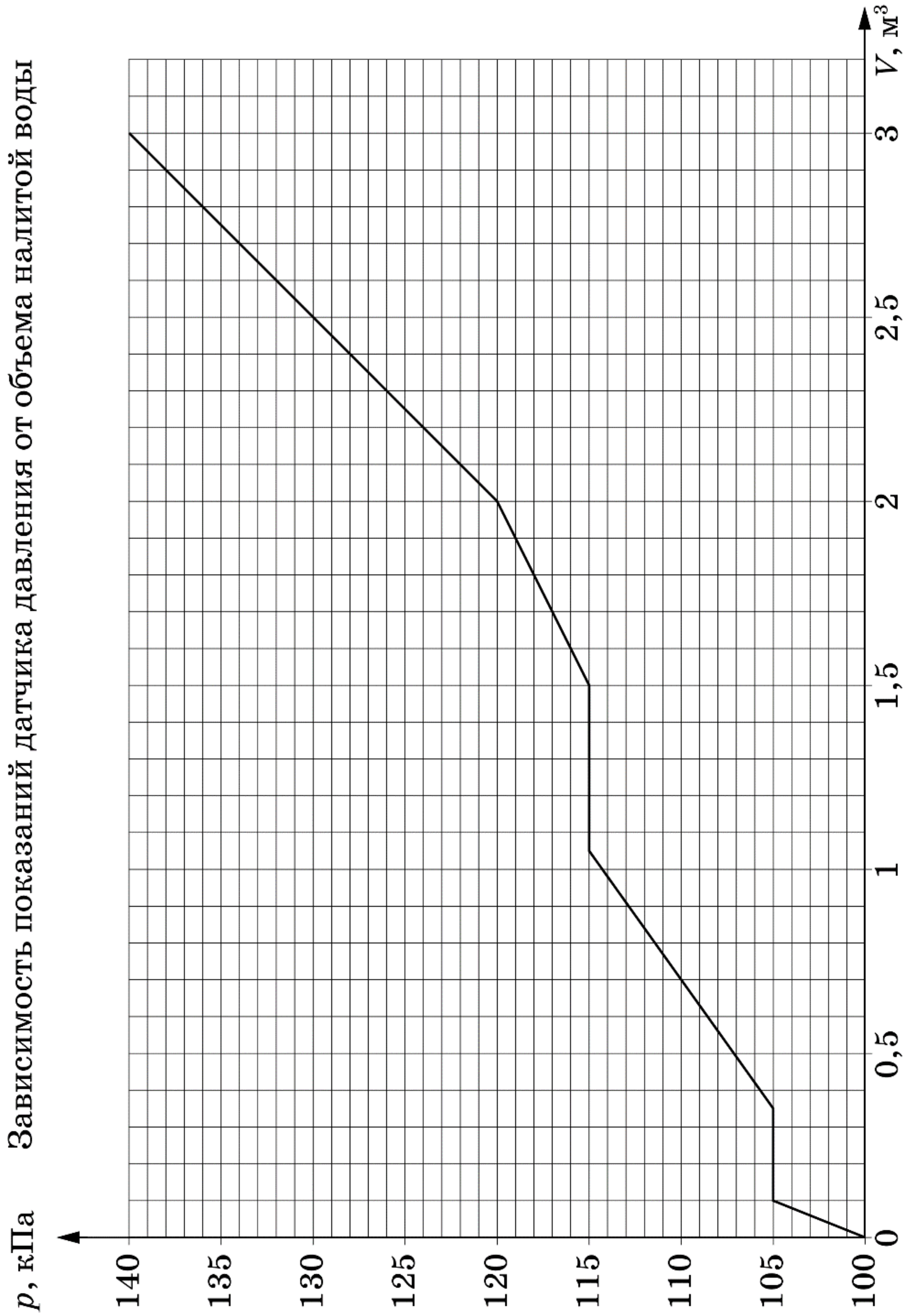
Через верхнее отверстие в сосуд медленно заливают воду, снимая при этом зависимость показаний датчика давления от объема налитой воды. Полученная зависимость представлена на графике. Проанализируйте ее и нарисуйте на выданном вам листе возможную схему расположения перегородок в сосуде, соответствующую данному графику (достаточно любой одной схемы из множества возможных). На схеме укажите масштаб и все характерные размеры. Поясните, каким образом вы получили эти размеры и определили характерные особенности расположения перегородок.

Считайте g = 10 м/с^2, плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3, атмосферное давление p_0 = 100 кПа.



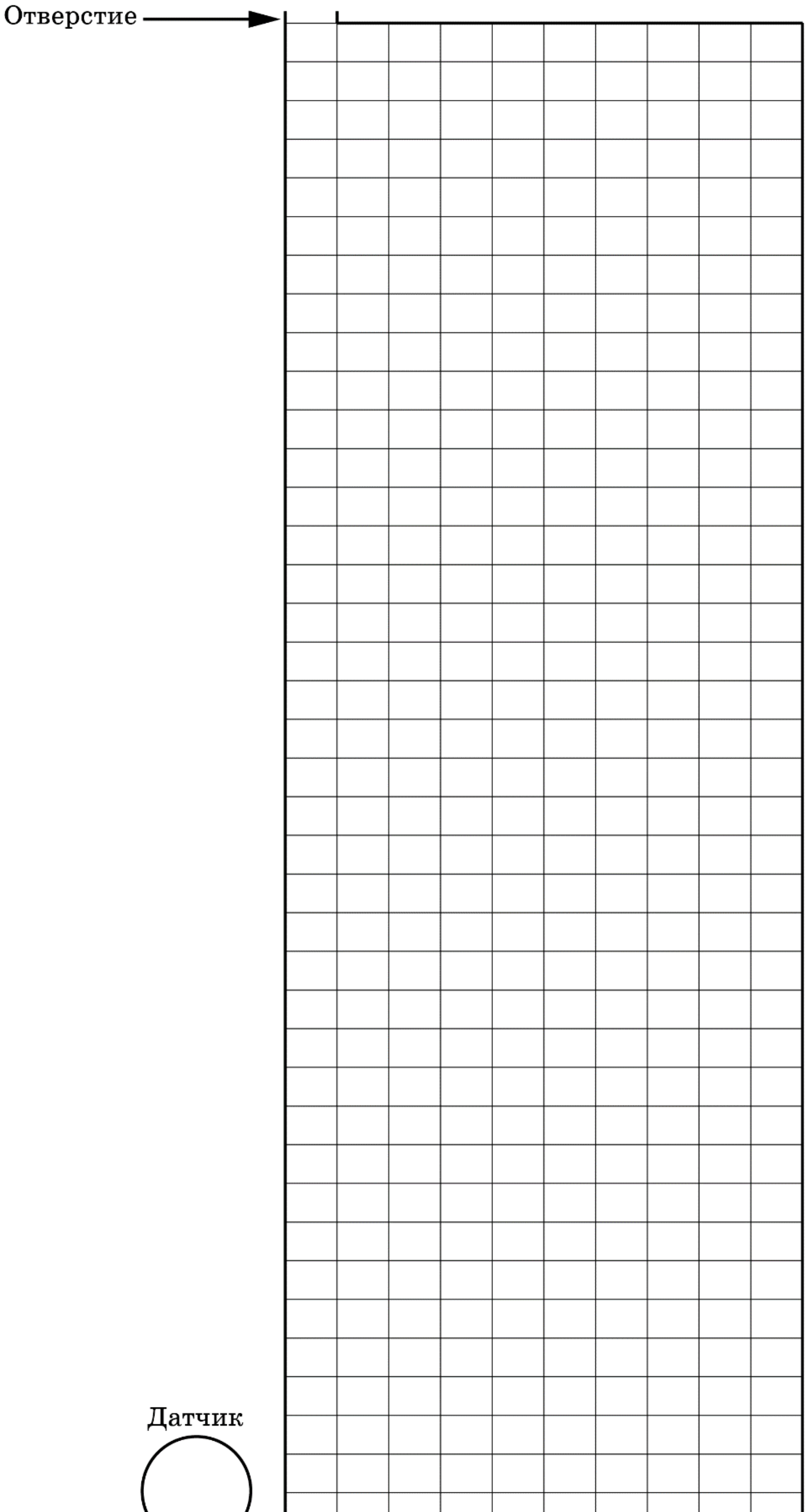
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

График для задачи 4 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



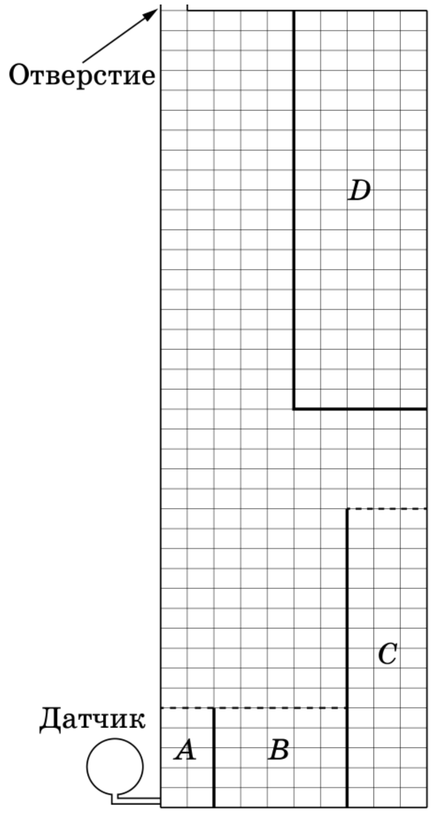
22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Заготовку для схемы задачи 4 следует распечатать на отдельном листе формата А4.
СДАЕТСЯ ВМЕСТЕ С РАБОТОЙ!!!



22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Возможное решение. Мы видим несколько участков линейного увеличения давления. Измеряемое датчиком давление $P = P_0 + \rho g h$, где h – высота свободной поверхности воды над датчиком давления (дном сосуда). Из графика видно, что в конце процесса сосуд оказался заполнен доверху.



Пусть в сосуд долили небольшой объем воды ΔV, который растекся по свободной поверхности уже налитой жидкости. Пусть площадь свободной поверхности воды равна S, тогда $\Delta V = S \cdot \Delta h = \frac{S\Delta P}{\rho g}$, откуда $S = \rho g \frac{\Delta V}{\Delta P}$. Найдем площади свободной поверхности жидкости для каждого линейного участка возрастания давления.

h, м	0,0-0,5	0,5-1,5	1,5-2,0	2,0-4,0
S, м^2	0,2	0,7	1,0	0,5

Из таблицы видно, что в диапазоне высот 1,5 - 2,0 м от дна вода заполняла сосуд по всей его площади.

Теперь разберемся с горизонтальными участками графика. Как возможно такое, что при увеличении объема воды в сосуде давление у дна не возрастает. Это возможно, если в определенный момент времени вода достигает верха некоторой перегородки и затем переливается через нее, а когда уровень воды за перегородкой сравняется с уровнем воды перед перегородкой, то давление на дно вновь начинает расти. Из графика видно, что объем частей *A*, *B* и *C* составляют соответственно 0,1 м^3; 0,25 м^3 и 0,45 м^3. Часть *D* представляет собой полость, образованную горизонтальной и вертикальной перегородками.

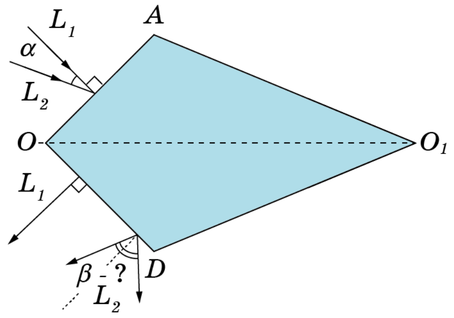
На рисунке приведен один из возможных примеров расположения перегородок в сосуде. Одна клетка соответствует 0,1 м.

Критерии оценивания

1	Сделан пересчет давления в высоту	1 балл
2	Определена площадь свободной поверхности воды на разных высотах	1 балл
3	Дано объяснение горизонтальным участкам на графике	2 балла
4	Указано, что на высоте 1,5-2,0 м отсутствуют перегородки, препятствующие заполнению всей площади сосуда	1 балл
5	Участок графика от 0 до 0,5 м указывает на наличие перегородки между частями *A* и *B*	1 балл
6	Часть *A* имеет объем 0,1 м^3 и высоту 0,5 м	1 балл
7	Участок графика от 0,5 до 1,5 м указывает на наличие перегородки между частями *B* и *C*	1 балл
8	Часть *B* имеет объем 0,25 м^3 и высоту 0,5 м Часть *C* имеет объем 0,45 м^3 и высоту 1,5 м	1 балл
9	Участок графика от 2,0 до 4,0 м соответствует полости *D*	1 балл

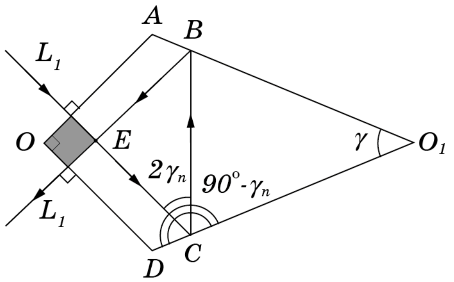
22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 5. Тетрагон. Основание стеклянной призмы имеет форму четырёхугольника OAO_1D (см. рисунок). Угол AOD – прямой. Призма симметрична относительно плоскости, содержащей OO_1 и перпендикулярной основанию. Луч L_1 нормально падает на грань OA и после отражений на гранях DO_1 и AO_1 выходит через грань OD так же под прямым углом к ней. Луч L_2 падает на грань OA под углом α. Под каким углом β относительно нормали к грани OD он выйдет из призмы после отражений на гранях DO_1 и AO_1? Все лучи и перпендикуляры к граням призмы лежат в плоскости OAO_1D.

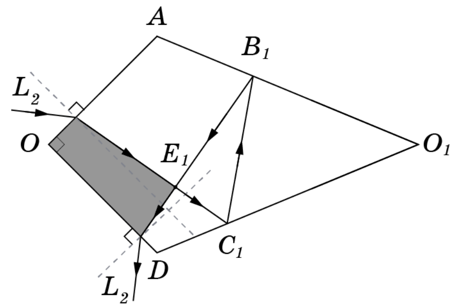


Возможное решение.

Построим ход L_1. Нормально падающие лучи не преломляются на границе раздела сред. Значит, ход лучей симметричен относительно OO_1, и луч дважды пересекает эту линию в точке E. Треугольник BEC прямоугольный и равнобедренный, значит углы EBC и ECB по 45°, значит углы падения и отражения лучей на гранях будут по $\gamma_п$ = 22,5°. Тогда, из четырёхугольника EBO_1C угол γ = 45°.



Построим ход отклонённого луча. Отметим, что сумма углов AB_1C_1 и DC_1B_1 равна сумме углов ABC и DCB (сумма углов в четырехугольниках одинакова). Следовательно, сумма углов $E_1B_1O_1$ и $E_1C_1O_1$ равна сумме углов EBO_1 и ECO_1. Значит, лучи по-прежнему пересекаются в призме под прямыми углами.



С учётом вышесказанного, принимая во внимание равенство суммы углов в «серых» четырёхугольниках, можно заключить, что угол, под которым преломился L_2 на грани OA равен углу, под которым он упал на грань OD. Значит, по закону Снеллиуса, угол под которым луч выйдет из грани OD равен углу, под которым он упал на грань OA.

Заметим, что от показателя преломления стекла ответ не зависит.

Критерии оценивания

1	Правильно описано преломление нормально падающих лучей	1 балл
2	Указана симметричность поведения L_1 в призме	1 балл
3	Применён закон отражения света	1 балл
4	Правильно найдены неизвестные углы в призме (или хотя бы один из них)	2 балла
5	Доказано, что луч, падающий на грань DO_1 и во втором случае перпендикулярен лучу, падающему на грань OD.	2 балла
6	Получено, что угол преломления L_2 на грани OA равен его углу падения на грань OD	2 балла
7	Сделан вывод о том, что угол, под которым луч выйдет из грани OD равен углу, под которым он упал на грань OA ($\beta = \alpha$)	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

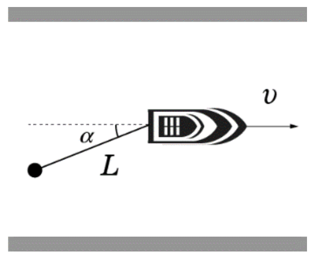
Примечание к критериям

Если задача решалась альтернативным способом, например, через пошаговое построение хода лучей, то следует придерживаться следующих правил:

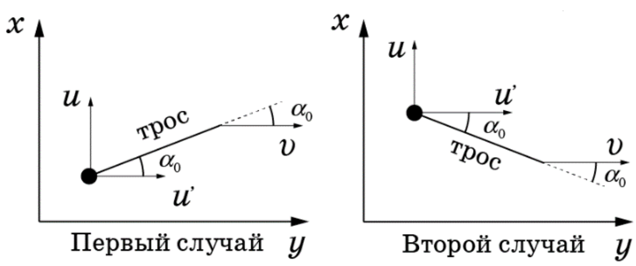
1) Полностью правильное решение с выводом равенства углов $\beta = \alpha$ – 10 баллов.
2) Рассмотрение хода луча L_1 с правильным нахождением угла γ – 5 баллов.

10 класс

Задача 1. Воднолыжник. Катер едет посередине прямого длинного канала фиксированной ширины с постоянной скоростью v. За катером на натянутом все время тросе длиной L курсирует от одного берега канала до другого воднолыжник. В момент времени, когда расстояние между лыжником и правым берегом увеличивалось со скоростью u, а трос составлял с направлением движения катера угол α_0, спортсмен оторвался от воды. Пренебрегая вертикальной составляющей скорости, найдите модуль скорости u_0 спортсмена в этот момент? Какова в этот же момент сила натяжения троса T, если масса спортсмена m? На рисунке в качестве иллюстрации показан вид сверху в некоторый момент движения воднолыжника.



Возможное решение: Разложим скорость спортсмена относительно берега на две составляющие: перпендикулярную берегу u и продольную u'. Так как расстояние от спортсмена до точки катера, к которой прикреплен трос, не меняется, то проекции скоростей воднолыжника и катера на линию, проходящую через трос, должны быть одинаковы.



В первом случае, когда спортсмен находится между правым берегом и катером, получим: $v\cos\alpha_0 = u'\cos\alpha_0 + u\sin\alpha_0$, тогда $u' = v - u\,\mathrm{tg}\alpha_0$.

Во втором случае, когда спортсмен находится между катером и левым берегом, получим: $v\cos\alpha_0 = u'\cos\alpha_0 - u\sin\alpha_0$, тогда $u' = v + u\,\mathrm{tg}\alpha_0$.

Модуль скорости спортсмена относительно берега $u_0 = \sqrt{u^2 + u'^2} = \sqrt{u^2 + (v \pm u\,\mathrm{tg}\alpha_0)^2}$.

Так как относительно катера воднолыжник движется по окружности радиусом L, то сила натяжения троса $T = \frac{mu_{\text{отн}}^2}{L}$, где $u_{\text{отн}}^2 = u^2 + (u' - v)^2 = u^2(1 + \mathrm{tg}^2\alpha_0) = \frac{u^2}{\cos^2\alpha_0}$.

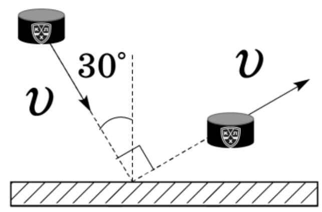
Окончательно, $T = \frac{mu^2}{L\cos^2\alpha_0}$.

Критерии оценивания

1	Записано уравнение кинематической связи между скоростью спортсмена и скоростью катера или заменяющие его соотношения между скоростями	2 балла
2	Получено выражение для продольной составляющей скорости спортсмена относительно берега (спортсмен между правым берегом и катером)	1 балл
3	Получено выражение для продольной составляющей скорости спортсмена относительно берега (спортсмен между левым берегом и катером)	1 балл
4	Получен ответ на первый вопрос (для рассмотренных случаев)	1 балл
5	Из решения видно, что сила натяжения определяется скоростью спортсмена относительно катера	2 балла
6	Получено выражение для скорости спортсмена относительно катера	2 балла
7	Получено выражение для силы натяжения троса	1 балл

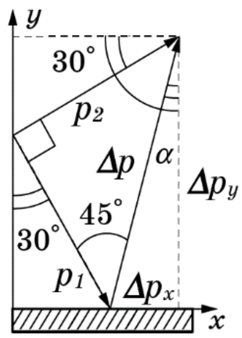
22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 2. Шайбу! Шайба летит в сторону движущейся поступательно тяжёлой плиты так, что их плоскости параллельны. Вектор скорости шайбы составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с нормалью к поверхности плиты. Происходит столкновение. Векторы скорости шайбы до и после столкновения одинаковы по модулю и перпендикулярны друг другу (см. рисунок). Кроме того, они лежат в одной плоскости с вектором скорости плиты. Определите минимальное и максимальное значения коэффициента трения μ, при которых возможно такое столкновение.



Возможное решение.

Свяжем импульсы шайбы до и после удара: $\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \Delta\vec{p}$ (см. рис).



Из рисунка видно, что вектор $\Delta\vec{p}$ образует с вертикалью (осью OY) угол $\alpha = 90^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$.

Если после столкновения шайбы с плитой проекция скорости шайбы на ось OX меньше проекции скорости плиты на ту же ось, то это значит, что в течение всего времени столкновения шайба скользила по плите и, следовательно, $F_{\text{Тр.}} = \mu N$. Здесь N – нормальная реакция опоры. В таком случае

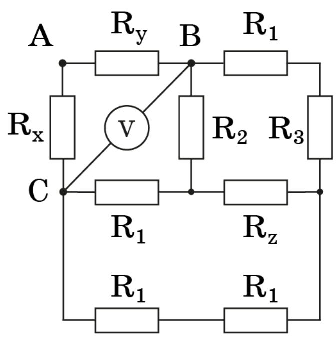
$$\frac{\Delta p_X}{\Delta p_Y} = \frac{\left(\dfrac{\Delta p_X}{\Delta t}\right)}{\left(\dfrac{\Delta p_Y}{\Delta t}\right)} = \frac{F_{\text{Тр.}}}{N} = \mu = \tan\alpha \approx 0,27\,.$$

Если же после столкновения шайбы с плитой проекция скорости шайбы на ось OX сравняется с проекцией скорости плиты на ту же ось, то коэффициент трения μ может быть любым большим 0,27.

Критерии оценивания

1	Отмечено (или явно использовано при решении), что изменение проекций скорости шайбы на оси OX и OY происходит из-за действия сил нормальной реакции опоры и силы трения	1 балл
2	Явно указано, что в зависимости от μ x-проекция скорости шайбы после столкновения либо меньше x-проекции скорости плиты (случай 1), либо равна ей (случай 2, большие μ)	2 балла
3	Получено при явном или неявном использовании второго закона Ньютона для изменений проекций импульса шарика соотношение $\frac{\Delta p_X}{\Delta p_Y}$ для первого случая	2 балла
4	Найден угол α (1 балл) и получено значение $\mu_{\min}$	2 балла
5	Отмечено, что при всех $\mu > \mu_{\min}$ проскальзывание исчезает до момента прекращения контакта плиты и шайбы, и x-проекции скорости шайбы и плиты сравниваются, а угол отскока не зависит от μ	2 балла
6	Указано, что во втором случае значение μ может быть сколь угодно велико	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.



Задача 3. Девять резисторов. Электрическая цепь состоит из 9 резисторов и идеального вольтметра (см. рисунок). Сопротивление трех резисторов R_x, R_y и R_z неизвестны, сопротивления остальных: R_1 = 1 кОм, R_2 = 2 кОм, R_3 = 3 кОм. При подключении к точкам A и B источника с постоянным напряжением U_0 = 10 В вольтметр показывает U_1 = 4 В, при подключении того же источника к точкам A и C показания вольтметра U_2 = 5 В.

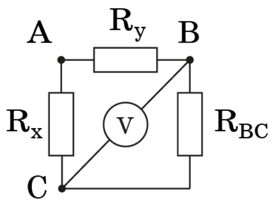
Определите:

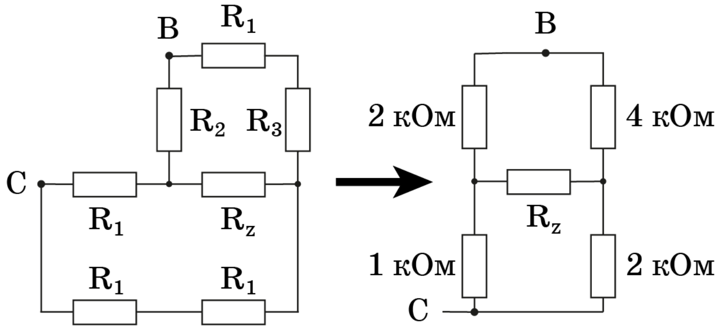
1) значения сопротивлений R_x, R_y и R_z;

2) значения силы тока через источник при подключении его к точкам A и B (I_{AB}) и к точкам A и C (I_{AC}).

Возможное решение.

Перерисуем схему в виде, показанном на левом рисунке. Здесь R_{BC} – сопротивление участка схемы BC, который может быть преобразован (правый рисунок) в сбалансированный мостик с не зависящим от R_z сопротивлением R_{BC} = 2 кОм.





Таким образом, R_z может быть любым. Показания вольтметра при подключении источника к A и B:

$$U_1 = U_0 \frac{R_{BC}}{R_x + R_{BC}}$$

Отсюда находим, что R_x = 3 кОм.

Аналогично, при подключении источника к точкам A и C:

$$U_2 = U_0 \frac{R_{BC}}{R_y + R_{BC}}$$

Отсюда находим, что R_y = 2 кОм.

Силы токов I_{AB} и I_{AC} определить не составляет труда:

$$I_{AB} = \frac{U_0}{R_y} + \frac{U_0}{R_x + R_{BC}} = 7 \text{ мА}.$$

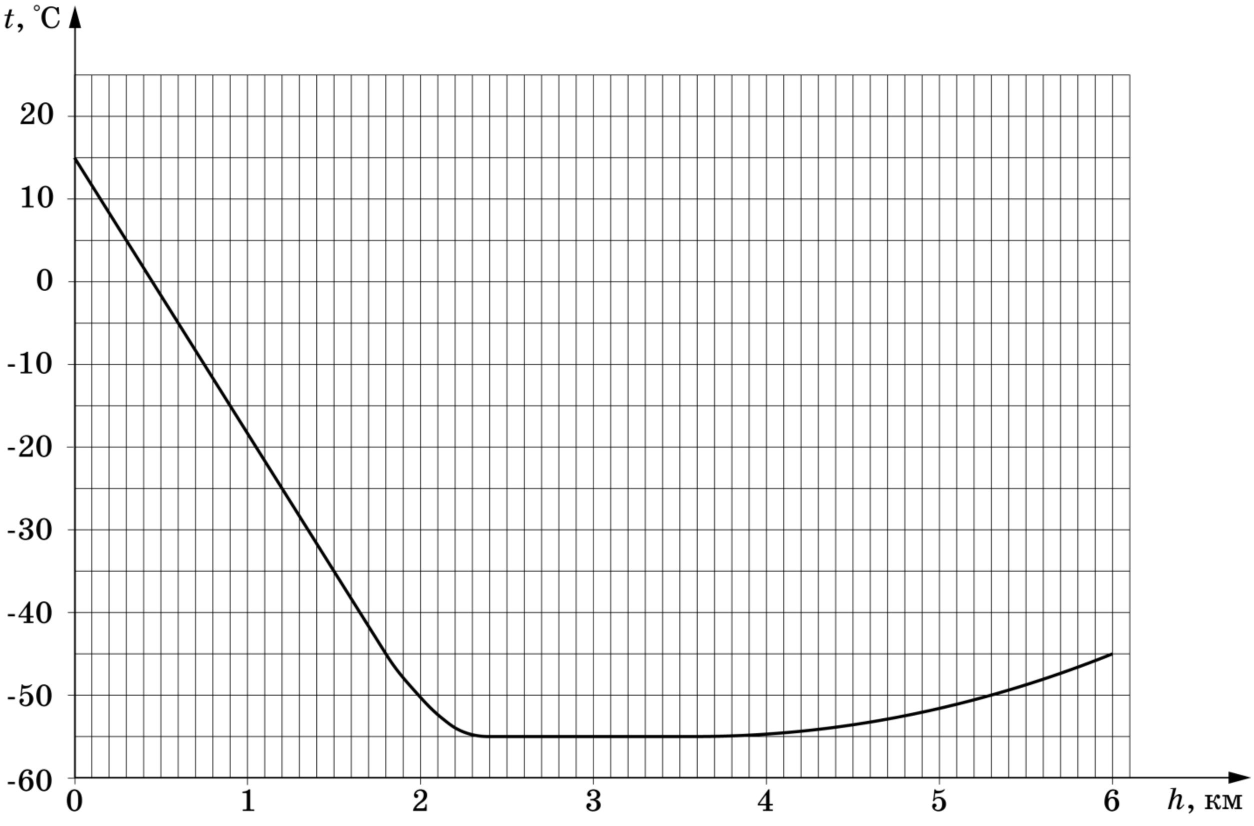
$$I_{AC} = \frac{U_0}{R_x} + \frac{U_0}{R_y + R_{BC}} \approx 5{,}8 \text{ мА}.$$

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Критерии оценивания

1	Аргументированное объяснение произвольности номинала R_z	2 балла
2	Правильно найдено сопротивление R_{BC}	2 балла
3	Правильно найдено сопротивление R_x	2 балла
4	Правильно найдено сопротивление R_y	2 балла
5	Правильно найдена сила тока I_{AB}	1 балл
6	Правильно найдена сила тока I_{BC}	1 балл

Задача 4. На планете R19. В далеком космосе астронавты исследовали атмосферу планеты R19. Оказалось, что она очень похожа на атмосферу Земли: состоит из идеального газа с молярной массой μ = 28 г/моль и имеет схожую зависимость температуры от высоты (см. рис.). И даже ускорение свободного падения у поверхности R19 равно g = 9,9 м/с^2. Однако, атмосферное давление на уровне моря отличается от земного. Оно равно p_0 = 500 кПа. Определите по этим данным, пренебрегая изменением g с высотой, давление p_1 и плотность ρ_1 на высоте h_1 = 1,0 км. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль·К).



Возможное решение.

1) Заметим, что на участке от 0 до 2 км зависимость температуры от высоты линейная убывающая: $T = T_0 - \alpha h$. Из графика $\alpha = \left|\frac{\Delta T}{\Delta h}\right| = 33{,}3\,\frac{\text{К}}{\text{км}}$.
2) Получим зависимость $p(h)$.

   При малом изменении высоты на Δh давление изменяется на $\Delta p = -\rho g \Delta h$, где плотность газа $\rho = \frac{p\mu}{RT}$. Тогда $\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\mu g}{RT}\Delta h = \frac{\mu g}{RT}\frac{\Delta T}{\alpha}$.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Тогда связь между относительным изменением давления и относительным изменением температуры: $\frac{\Delta p}{p} = k\frac{\Delta T}{T}$, где $k = \frac{\mu g}{R\alpha} \approx 1$.

Это означает, что давление также линейно убывает с высотой и $\frac{\Delta p}{\Delta h} = -\rho g = const$.

3) Таким образом, плотность атмосферы постоянна от 0 до 2 км:

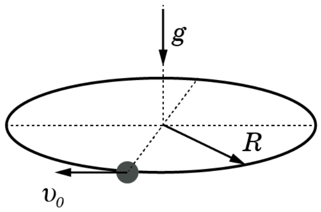
$$\rho = \rho_0 = \frac{p_0\mu}{RT_0} = 5{,}85\ \text{кг/м}^3.$$

4) Давление на высоте 1 км $p_1 = p_0 - \rho_0 gh = 442$ кПа.

Критерии оценивания

1	Для участка от 0 до 2 км найдено $\left\|\frac{\Delta T}{\Delta h}\right\| = 33{,}3\,\frac{\text{К}}{\text{км}}$	1 балл
2	Записано выражение $\Delta p = -\rho g\Delta h$	1 балл
3	Записано выражение для плотности газа $\rho = \frac{p\mu}{RT}$	1 балл
4	Получено выражение для связи между относительными изменениями давления и температуры при малом изменении высоты: $\frac{\Delta p}{p} = k\frac{\Delta T}{T}$, где $k = \frac{\mu g}{R\alpha}$	2 балла
5	Вычислено $k \approx 1$	1 балл
6	Сделан вывод о том, что давление линейно убывает с высотой	1 балл
7	Сделан вывод о том, что плотность атмосферы постоянна от 0 до 2 км	1 балл
8	Вычислена плотность $\rho = 5{,}85\ \text{кг/м}^3$	1 балл
9	Вычислено давление на высоте 1 км: $p_1 = 442$ кПа	1 балл

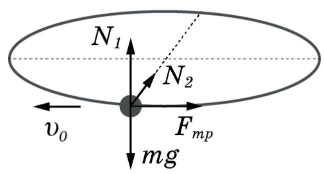
Задача 5. Бусинка на кольце. На тонкое проволочное кольцо радиусом R свободно надета бусинка массой m. Кольцо неподвижно и расположено горизонтально в поле тяжести g. Коэффициент трения скольжения между бусинкой и кольцом равен μ. В начальный момент времени бусинка движется со скоростью υ_0.



1) Найдите модуль силы трения, действующей на бусинку, в начальный момент времени.
2) Найдите модуль полного ускорения бусинки в этот же момент.
3) Запишите выражение, позволяющее с погрешностью не более 2% найти путь бусинки за время, в течение которого ее скорость уменьшилась на 1%.

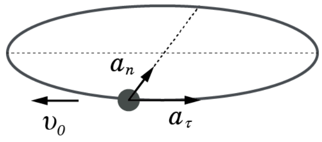
Возможное решение.

1) Сила нормальной реакции опоры $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$, где $|\vec{N}_1| = mg$ – ее вертикальная составляющая, $|\vec{N}_2| = \frac{mv_0^2}{R}$ – горизонтальная составляющая в начальный момент времени. Сразу после начала движения модуль силы трения, действующей на бусинку, $F_{\text{тр}} = \mu N$, где $N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$.



Окончательно, $F_{тр} = \mu m\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$.

2) Полное ускорение бусинки $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$, где $a_n = \frac{v_0^2}{R}$ – нормальная составляющая ускорения в начальный момент времени, $a_\tau = \frac{F_{тр}}{m} = \mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$ – тангенциальная составляющая. Сразу после начала движения модуль полного ускорения:



$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(\mu g)^2 + (1 + \mu^2)\left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}.$$

3) Необходимая точность будет обеспечена при использовании приближенных формул: $\Delta S = v_0 \Delta t$; $\Delta v = a_\tau \Delta t$, где ΔS – искомый путь, Δt – время после начала движения, за которое скорость бусинки уменьшилась на 1%.

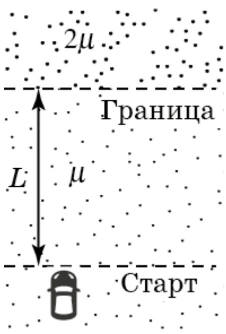
Тогда $\Delta S = \frac{v_0 \Delta v}{a_\tau} = \frac{v_0^2 \cdot}{a_\tau} 10^{-2} = \frac{v_0^2}{\mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}} \cdot 10^{-2}$.

Критерии оценивания

1	Записано выражение для вертикальной составляющей силы нормальной реакции опоры $\lvert\vec{N}_1\rvert = mg$	1 балл
2	Записано выражение для горизонтальной составляющей силы нормальной реакции опоры $\lvert\vec{N}_2\rvert = \frac{mv_0^2}{R}$	1 балл
3	Получено выражение для силы трения $F_{тр} = \mu m\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$	1 балл
4	Записано выражение для модуля полного ускорения $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	1 балл
5	Записано выражение для нормальной составляющей ускорения $a_n = \frac{v_0^2}{R}$	1 балл
6	Получено выражение для тангенциальной составляющей ускорения $a_\tau = \mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}$	1 балл
7	Записаны приближенные формулы $\Delta S = v_0 \Delta t$; $\Delta v = a_\tau \Delta t$ (по 1 баллу за каждую формулу)	2 балла
8	Получен ответ в виде $\Delta S = \frac{v_0 \Delta v}{a_\tau}$	1 балл
9	Получено конечное выражение для ответа $\Delta S = \frac{v_0^2}{\mu\sqrt{g^2 + \left(\frac{v_0^2}{R}\right)^2}} \cdot 10^{-2}$	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

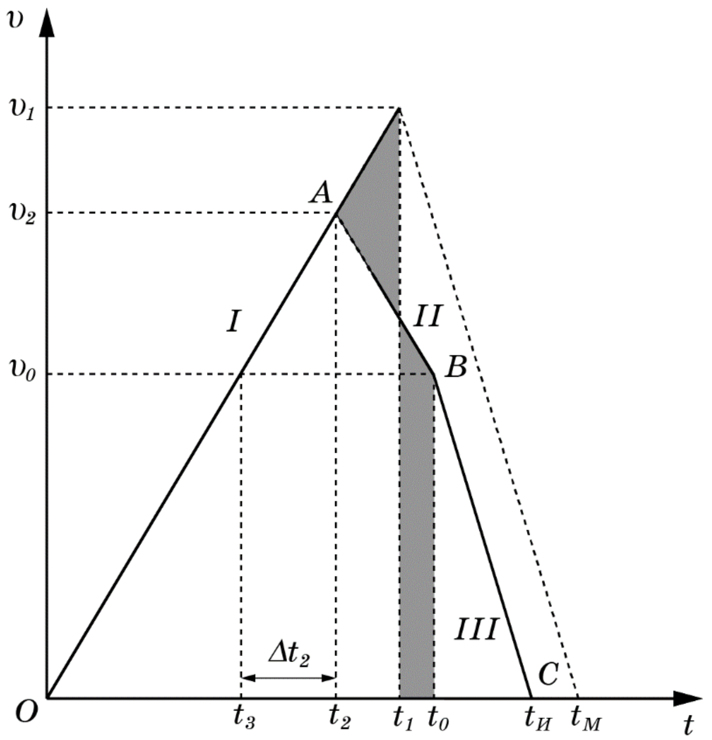
11 класс.



Задача 1. Испытания автомобиля. Плоский горизонтальный полигон для испытания гоночных автомобилей имеет два участка с разным покрытием. По условиям испытаний автомобиль должен проехать по прямой расстояние L от линии старта до линии границы между участками в одном направлении, стартуя с нулевой начальной скоростью (см. рисунок). После пересечения линии границы автомобиль должен остановиться. Коэффициент трения на первом участке равен μ, а на втором 2μ. За какое минимальное время $t_И$ автомобиль может выполнить это испытание (от старта до полной остановки)? Какая при этом будет скорость υ_0 у автомобиля при пересечении им линии границы участков? Нарисуйте график зависимости скорости автомобиля от времени, соответствующий вашему решению, и отметьте на нем момент прохождения автомобилем линии границы. Автомобиль полноприводный с неограниченной мощностью двигателя. Размерами машины по сравнению с L пренебречь.

Возможное решение.

1. Если участок длиной L проехать максимально быстро (с максимально возможным ускорением $a = \mu g$), то скорость на линии границы будет $\upsilon_1 = \sqrt{2\mu g L}$, а время разгона $t_1 = \sqrt{\dfrac{2L}{\mu g}}$. При этом минимально возможное время торможения за линией границы составит $t_M - t_1 = \sqrt{\dfrac{L}{2\mu g}}$. Общее время испытания $t_M = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{2L}{\mu g}} \approx 2{,}12\sqrt{\dfrac{L}{\mu g}}$
2. Если пересекать линию границы со скоростью $\upsilon_0 < \upsilon_1$, то увеличится время достижения этой линии, но сократится время торможения за ней. Вопрос о конкуренции между этими изменениями времен требует дополнительного изучения.
3. Пусть на границе скорость $\upsilon_0\left(\upsilon_0 < \upsilon_1\right)$, которая достигается за минимально возможное время t_0 при следующем характере движения: разгон с максимальным положительным ускорением $a = \mu g$ до такой скорости $\upsilon_2 > \upsilon_0$, при которой оставшегося пути хватит, чтобы сбросить эту скорость до заданной υ_0 при максимально возможном отрицательном ускорении $a_{торм} = -\mu g$. Данное утверждение иллюстрируется рисунком.



На рисунке участок *I* соответствует разгону с максимальным ускорением μg, участок *II* соответствует заблаговременному торможению (с максимальным ускорением $-\mu g$) от скорости υ_2 до скорости υ_0 на границе, участок *III* – торможению за линией границы с ускорением $-2\mu g$ до полной остановки в момент $t_И$. Отметим, что площади серых фигур равны (так как пути в первом движении до t_1 и во втором движении до t_0 равны L).
С помощью рисунка найдем зависимость t_0 от υ_0.

Первый раз скорость υ_0 достигается в момент $t_3 = \dfrac{\upsilon_0}{\mu g}$, к этому моменту пройден путь

$S_1 = \dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu g}$. Половина оставшегося до границы пути пройдена за время Δt_2, и

$$\frac{L - S_1}{2} = \upsilon_0 \Delta t_2 + \frac{\mu g \Delta t_2^{\,2}}{2} = \frac{L}{2} - \frac{\upsilon_0^2}{4\mu g}.$$

Выразим $\Delta t_2 = \sqrt{\dfrac{\upsilon_0^2}{2(\mu g)^2} + \dfrac{L}{\mu g}} - \dfrac{\upsilon_0}{\mu g}$, а полное время движения до границы:

$$t_0 = t_3 + 2\Delta t_2 = 2\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{2\mu^2 g^2} + \frac{L}{\mu g}} - \frac{\upsilon_0}{\mu g}.$$

4. Полное время испытания $t_и$ согласно условию задачи, равно $t_0 + t_т$, где $t_T = \dfrac{\upsilon_0}{2\mu g}$ – время торможения за линией финиша

$$t_И = t_0 + t_T = 2\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{2\mu^2 g^2} + \frac{L}{\mu g}} - \frac{\upsilon_0}{2\mu g}.$$

Необходимо найти минимум данного выражения, варьируя его по υ_0.

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Для упрощения исследования производной сделаем замены: $x = \dfrac{\upsilon_0}{2\mu g}$; $b = \dfrac{L}{\mu g}$;

$t_{\text{И}} = \sqrt{8x^2 + 4b} - x$ где x и b – по физическому смыслу положительны.

Возьмём производную по x и приравняем её нулю:

$$0 = \frac{16x}{2\sqrt{8x^2 + 4b}} - 1 \Rightarrow \sqrt{8x^2 + 4b} = 8x \Rightarrow 8x^2 + 4b = 64x^2 \Rightarrow 56x^2 = 4b.$$

Возвращаемся к старым переменным: $56\dfrac{\upsilon_0^2}{4(\mu g)^2} = 4\dfrac{L}{\mu g}$ или $\upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{2}{7}\mu g L}$.

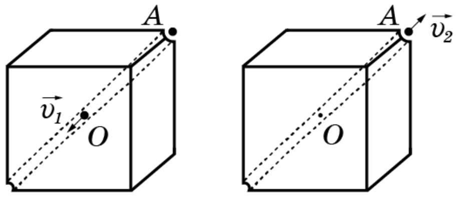
Тогда $t_{\text{И}} = 2\sqrt{\dfrac{2L}{14\mu g} + \dfrac{L}{\mu g}} - \sqrt{\dfrac{L}{14\mu g}} = \sqrt{\dfrac{7L}{2\mu g}} \approx 1{,}87\sqrt{\dfrac{L}{\mu g}}$.

Критерии оценивания

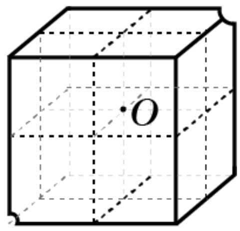
1	Представлен график зависимости скорости от времени, позволяющий обосновать алгоритм движения автомобиля (достаточно присутствия на графике точек *OABC*)	2 балла
2	Предложен алгоритм движения на участке длиной L, обеспечивающий минимальное время его прохождения при заданной скорости υ_0 на границе	2 балла
3	Получена зависимость минимального времени прохождения участка длиной L от заданной скорости на линии границы: а) правильно записаны кинематические соотношения б) получен результат в виде функции $t_0(\upsilon_0)$	 1 балл 1 балл
4	Получено выражение для полного времени испытания как функция скорости на линии границы	1 балл
5	Проведен анализ полученного выражения на минимум	1 балл
6	Получен ответ для минимального времени испытания	1 балл
7	Получен ответ для скорости на линии границы, при которой реализуется минимальное время испытания	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 2. Кубическая планета. На планете в форме куба из однородного материала вдоль большой диагонали высверлили узкий прямой гладкий канал. Если маленький шарик отпустить без начальной скорости из точки A (вершина куба), его скорость в момент прохождения центра куба (точка O) будет равна υ_1. Какую минимальную скорость υ_2 нужно сообщить шарику при запуске в космос из точки A, чтобы он мог покинуть поле тяготения планеты? Атмосферы у планеты нет.



Возможное решение. Исходный куб можно составить из восьми кубиков с ребром вдвое меньшего размера (см. рис.). По аналогии с электростатикой введем гравитационный потенциал φ, который в вершине любого однородного куба будет прямо пропорционален его массе и обратно пропорционален линейным размерам с одним и тем же коэффициентом пропорциональности. Пусть длина ребра и масса малого кубика равны соответственно b и m, а гравитационный потенциал в его центре равен φ_0. Тогда $\varphi_0 = -k\frac{m}{b} = -k\frac{\rho b^3}{b} = -k\rho b^2$, (1)



где k – некоторый размерный коэффициент, а ρ – плотность планеты. Здесь мы учли, что энергия гравитационного взаимодействия отрицательна, если за нулевой уровень принять энергию на бесконечности.

Потенциал в центре большого куба из принципа суперпозиции $\varphi_1 = 8\varphi_0$, а потенциал в его вершине по аналогии с (1) $\varphi_2 = -k\frac{\rho(2b)^3}{2b} = -4k\rho b^2 = 4\varphi_0$.

Из закона сохранения энергии следует:

$$\begin{cases} m\varphi_2 = m\varphi_1 + \dfrac{mv_1^2}{2}; & (2) \\ m\varphi_2 + \dfrac{mv_2^2}{2} = 0. & (3) \end{cases}$$

Из системы уравнений (2) и (3) следует:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2(\varphi_2 - \varphi_1) = -8\varphi_0; \\ v_2^2 = -2\varphi_1 = -8\varphi_0. \end{cases}$$

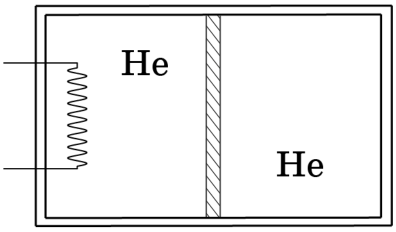
Окончательно получим $v_2 = v_1$.

Критерии оценивания

1	Идея разбиения куба на 8 кубиков вдвое меньшего размера	3 балла
2	Установлена связь потенциала в центре куба с потенциалом в вершине кубика вдвое меньшего по размеру $\varphi_1 = 8\varphi_0$	2 балла
3	Доказано, что при увеличении размера куба в 2 раза при сохранении плотности потенциал в его вершине увеличивается в 4 раза: $\varphi_2 = 4\varphi_0$	2 балла
4	Записана система уравнений из закона сохранения энергии для скоростей и потенциалов	2 балла
5	Обоснованно получен верный ответ для скорости в вершине куба	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Задача 3. Сосуд с поршнем. Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён на две части не проводящим тепло поршнем, который может перемещаться без трения. В начальный момент в левой и правой частях сосуда находится по одному молю гелия при одинаковой температуре. В левую часть сосуда подвели тепло с помощью нагревателя. При этом температура гелия в ней увеличилась на **малую величину** ΔT. Определите изменение температуры ΔT_2 в правой части сосуда и количество теплоты Q, переданное нагревателем.



Возможное решение

Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для 1 моль газа, находящегося в начальном и в конечном состоянии:

$$\begin{cases} P_0 V = RT_0 \\ P_1(V + \Delta V) = R(T_0 + \Delta T) \\ P_1(V - \Delta V) = R(T_0 + \Delta T_2) \end{cases}$$

Здесь учтено, что давление в левой и правой частях всегда (при равновесном процессе) одинаково, а суммарный объём частей не изменяется.

Составим пропорцию из уравнений для конечного состояния:

$$\frac{(V+\Delta V)}{(V-\Delta V)} = \frac{(T_0+\Delta T)}{(T_0+\Delta T_2)}$$

$$(V+\Delta V)(T_0+\Delta T_2) = (V-\Delta V)(T_0+\Delta T)$$

$$VT_0 + V\Delta T_2 + T_0\Delta V = VT_0 + V\Delta T - T_0\Delta V$$

$$2\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{\Delta T_2}{T_0} \qquad (1)$$

При раскрытии скобок мы пренебрегаем малыми величинами второго порядка $\Delta V \Delta T$ и $\Delta V \Delta T_2$.

Запишем первое начало термодинамики для процессов в цилиндре:

$$\begin{cases} Q = A + \Delta U_{ЛЕВ} = A + \frac{3}{2}R\Delta T \\ 0 = -A + \Delta U_{ПРАВ} = -A + \frac{3}{2}R\Delta T_2 \end{cases} \qquad (2)$$

Здесь учтено, что процесс в правой части сосуда адиабатный, а суммарная работа в системе равна нулю.

Для малых изменений объёма и давления работу можно представить в виде:
$A = P_0\Delta V$, что даёт нам вместе с условием на адиабатный процесс (2):

$$0 = -P_0\Delta V + \frac{3}{2}R\Delta T_2 \Rightarrow \Delta V = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{P_0} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{P_0 V} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{R\Delta T_2}{RT_0} = \frac{3}{2}\frac{\Delta T_2}{T_0}$$

Подставляем эту связь в уравнение (1)

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

$$3\frac{\Delta T_2}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{\Delta T_2}{T_0} \Rightarrow \Delta T_2 = \frac{\Delta T}{4}.$$

Тогда
$$A = \frac{3}{2}R\frac{\Delta T}{4}$$
$$Q = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{3}{2}R\frac{\Delta T}{4} = \frac{15}{8}R\Delta T$$

Критерии оценивания

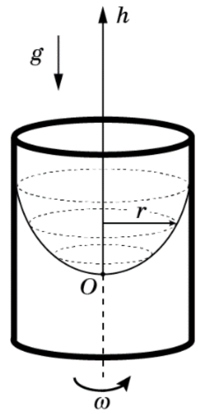
1	Записаны уравнения для начального и конечного состояний газа в правой и левой части сосуда	1 балл
2	В уравнениях состояния учтено равенство давлений и связь изменений объёмов	1 балл
3	Получено выражение (1) а) Если выражение (1) получено, а уравнения состояния не писались (сразу была написана пропорция) за пп.1-3 ставится 4 балла. б) Выражение (1) может быть записано в виде $2T_0\Delta V = V(\Delta T - \Delta T_2)$ с) Если в процессе получения выражения (1) малыми величинами второго порядка не пренебрегли, ставится полный балл	2 балла
4	Записаны выражения для I начала термодинамики в данных процессах а) Важно, чтобы в данных выражениях присутствовал факт адиабатного процесса в правой части и равенство работ газов (с противоположным знаком). Баллы ставятся именно за эти факты! б) Вместо двух выражений может быть записан один закон для системы в целом: $Q = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{3}{2}R\Delta T_2$	2 балла
5	Записано выражение для работы при малом изменении объема и давления	1 балл
6	Получена связь ΔV и ΔT_2: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3}{2}\frac{\Delta T_2}{T_0}$	1 балла
7	Определено изменение температуры ΔT_2	1 балл
8	Получено окончательное выражение для Q	1 балл

22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 4. Айс. Вертикальный цилиндрический сосуд с водой, равномерно вращающийся вокруг своей оси с периодом T_0, быстро охлаждают, так что на поверхности появляется тонкая гладкая ледяная корка. На корку вблизи оси сосуда без начальной скорости помещают маленькую бусинку, которая может без трения скользить по поверхности. Найдите период T ее малых колебаний.

Возможное решение

Равновесная форма поверхности воды во вращающемся сосуде определяется уравнением $\rho g h = \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2$, где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения, h – высота, на которой находится участок поверхности, $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$ – угловая скорость вращения, а r – расстояние от оси вращения до рассматриваемого участка.



Потенциальная энергия бусинки на корке $E_{\text{пот}} = mgh = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ совпадает с потенциальной энергией деформированной пружины

$E_{\text{пот}} = \frac{1}{2}kr^2$ жесткостью $k = m\omega^2$. Период колебаний соответствующего маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi}{\omega} = T_0$.

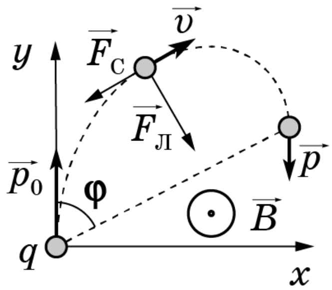
Критерии оценивания

1	Получена зависимость $h(r)$	2 балла
2	Записано выражение для связи угловой скорости с периодом	1 балл
3	Записано выражение для потенциальной энергии бусинки на корке через r	2 балла
4	Записано выражение для жесткости k данной колебательной системы	2 балла
5	Записано выражение для периода колебаний пружинного маятника	1 балл
6	Обоснованно получен ответ $T = T_0$	2 балла

Задача 5. Остановка частицы в магнитном поле. Маленькая частица с положительным зарядом q движется в однородном магнитном поле с индукцией B в вязкой среде. Сила сопротивления среды, действующая на частичку, прямо пропорциональна ее скорости. В начальный момент времени импульс частицы равнялся p_0 и был направлен перпендикулярно линиям индукции. Вектор перемещения частицы к моменту, когда скорость частицы впервые оказалась противонаправлена начальной скорости, составляет острый угол φ с вектором $\overrightarrow{p_0}$.

1) Какой путь прошла частица до остановки?
2) Чему равен модуль перемещения частицы до остановки?

Силой тяжести пренебречь.



Возможное решение. Выберем начало координат в т. A, направим ось y по направлению вектора скорости частицы в т. A, а ось x – перпендикулярно $\overrightarrow{v_0}$ и $\vec{B}$ так, чтобы в начальный момент времени сила Лоренца действовала в положительном направлении оси x. Пусть b - коэффициент пропорциональности в зависимости силы сопротивления от скорости частицы $\vec{F}_c = -b\vec{\upsilon}$

Уравнение движения частицы в проекции на координатные оси выглядит так

$$\begin{cases} ma_x = qB\upsilon_y - b\upsilon_x \\ ma_y = -qB\upsilon_x - b\upsilon_y \end{cases}$$

Сделаем замены $\frac{qB}{m} = k$ и $\frac{b}{m} = \alpha$, и для малого интервала времени Δt

$$a_x = \frac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t}; a_y = \frac{\Delta\upsilon_y}{\Delta t}$$

Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta\upsilon_x}{\Delta t} = k\upsilon_y - \alpha\upsilon_x \\ \dfrac{\Delta\upsilon_y}{\Delta t} = -kB\upsilon_x - \alpha\upsilon_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\upsilon_x = k\upsilon_y\Delta t - \alpha\upsilon_x\Delta t = k\Delta y - \alpha\Delta x \\ \Delta\upsilon_y = -k\upsilon_x\Delta t - \alpha\upsilon_y\Delta t = -k\Delta x - \alpha\Delta y \end{cases}$$

Здесь Δx и Δy - изменение координат частицы за малый промежуток времени Δt. Суммируя изменения проекций скорости и координат частицы за произвольное время от начала движения, получим

$$\begin{cases} v_x = ky - \alpha x \\ v_y - v_0 = -kx - \alpha y \end{cases}$$

В точке C вектор скорости частицы антипараллелен $\overrightarrow{v_0}$ и $v_x = 0$. Отсюда $ky = \alpha x$ и $\frac{x}{y} = \frac{k}{\alpha} = tg\varphi, \alpha = kctg\varphi.$

22 января на портале http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Сила Лоренца действует перпендикулярно скорости и изменение модуля скорости частицы определяется только силой сопротивления. Поэтому

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v$$

$\Delta v = -\alpha v \Delta t = -\alpha \Delta s,$

где Δs – расстояние, пройденное за Δt. Суммируя обе части уравнения за произвольное время движения, получаем

$v - v_0 = -\alpha s,$

$$v_0 = \alpha S = kSctg\varphi,$$

$S = \frac{mv_0 tg\varphi}{qB}.$

Здесь S – расстояние, пройденное частицей от начала движения до момента остановки. Пусть координаты точки O (точки остановки) x_0, y_0. Так как в этой точке $v_x = 0$,

$y_0 = x_0 ctg\varphi.$

$$v_y - v_0 = -v_0 = -kx_0 - \alpha y_0 = -kx_0(1 + ctg^2\varphi) = -\frac{kx_0}{sin^2\varphi}.$$

$$x_0 = \frac{mv_0}{qB} sin^2\varphi.$$

Расстояние от начальной точки до точки остановки

$$AO = l = \frac{x_0}{sin\varphi} = \frac{mv_0}{qB} sin\varphi.$$

Критерии оценивания

1	Записан второй закон Ньютона для проекций на координатные оси	1 балл
2	Переход от уравнений п.1 к уравнениям, связывающим изменение проекций скорости с координатами частицы	1 балл
3	Использование уравнений п.2 для определения коэффициента α	2 балла
4	Второй закон Ньютона в проекциях на направление движения частицы	1 балл
5	Получено выражение для связи изменения модуля импульса частицы с пройденным расстоянием	1 балл
6	Верный результат для S	1 балл
7	Получены уравнения для координат точки остановки частицы	1 балл
8	Определены координаты точки остановки и расстояние AC	2 балла