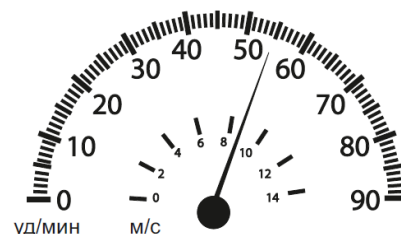


7 класс

7.1 Длина удава. Отдыхая на одном экзотическом острове, экспериментатор Глюк взял напрокат скутер, основная шкала спидометра которого была проградуирована в привычных для местного населения единицах измерения скорости – «удавах в минуту». Хозяин проката, желая пойти навстречу иностранным туристам, выяснил, что по принятой в Европе системе единиц (СИ) скорость должна измеряться в «метрах в секунду», и рядом с местной шкалой нанес «общепринятую» европейскую (см. рисунок). Определите:



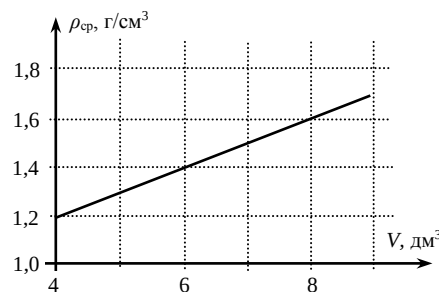
- на какую максимальную скорость (в км/ч) рассчитана экзотическая шкала спидометра скутера?
- чему равны (в км/ч) показания спидометра на рисунке?
- какова длина местных удавов, выраженная в метрах?

7.2 На речке. Двигаясь вниз по реке, лодка под мостом обогнала плот. Через некоторое время она доплыла до пристани, быстро развернулась и, с прежней относительно воды скоростью, поплыла вверх по течению, где снова встретила плот на расстоянии $S_1 = 1\,100$ м от моста. Если бы с момента первой встречи с плотом лодка плыла с вдвое большей скоростью относительно воды, то их вторая встреча произошла на расстоянии $S_2 = 600$ м от моста. Определите во сколько раз скорость лодки v больше скорости течения реки u , и на каком расстоянии S от моста находится пристань.

7.3 Стержень. Половина (по длине) длинного стержня имеет линейную плотность $\lambda_1 = 60$ г/дм, а вторая половина $\lambda_2 = 20$ г/дм. Стержень разрезали поперек на две равные по массе части. Чему оказались равны средние линейные плотности получившихся частей?

Примечание: Линейной плотностью протяженных тел λ называют массу единицы их длины.

7.4 Окаменевшая жидкость. Если в сосуд объемом V_0 , доверху заполненный жидкостью, опускать камни плотностью $\rho = 2,2$ г/см³, то в зависимости от их объема V ($V < V_0$) средняя плотность содержимого сосуда будет изменяться, как показано на графике. Определите объем сосуда V_0 и плотность жидкости ρ_0 .



18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

7.1. Длина удава

Возможное решение

Приложив к рисунку линейку, можно определить, что скорости 14 м/с соответствует 87 уд/мин, откуда переводной коэффициент шкал скоростей $0,159 \div 0,161$ (уд/мин)/(м/с).

Следовательно, $90 \text{ уд/мин} = 90 \times 14 \times 3,6/87 = 52 \text{ км/ч}$, а показания спидометра $55 \text{ уд/мин} = 55 \times 14 \times 3,6/87 = 32 \text{ км/ч}$ (здесь учтено, что $1 \text{ м/с} = 3,6 \text{ км/ч}$).

Так как $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$, то $1 \text{ удав} = 14 \times 60/87 = 9,7 \text{ м}$.

7.2. На речке

Возможное решение

Время движения лодки от моста до пристани $t = \frac{S}{v+u}$. Так как в системе отсчета плота скорость лодки не меняется, то таким же будет и время возвращения лодки к плоту. За все

время отсутствия лодки плот проплывет расстояние $S_1 = \frac{2Su}{v+u}$. Если скорость лодки

возрастет в 2 раза, то плот проплывет $S_2 = \frac{2Su}{2v+u}$. Пусть скорость лодки в k раз больше

скорости течения реки. Тогда $S_1 = \frac{2S}{k+1}$, а $S_2 = \frac{2S}{2k+1}$. Откуда $k = 5$, а $S = 3300 \text{ м}$.

7.3. Стержень

Возможное решение

Так как длины частей стержня одинаковы, а линейные плотности отличаются в 3 раза, во столько же раз отличаются и их массы. Пусть масса всего стержня $4m$, тогда массы каждой из разрезанных частей $2m$, а линия разреза отсекает две трети тяжелой половины. Следовательно, линейная плотность однородной короткой части равна $\lambda_1 = \lambda_1 = 60 \text{ г/дм}$, а среднюю линейную плотность длинной составной части можно рассчитать по формуле:

$$\lambda_{II} = \frac{\frac{l}{6}\lambda_1 + \frac{l}{2}\lambda_2}{\frac{2}{3}l} = 30 \text{ г/дм, где } l - \text{длина всего стержня.}$$

7.4. Окаменевшая жидкость

Возможное решение

Проще всего решать задачу не аналитически, а продлить (экстраполировать) график до объема 0 дм^3 и до плотности $2,2 \text{ г/см}^3$. В первом случае мы получим плотность жидкости $0,8 \text{ г/см}^3$, а во втором – объем сосуда 14 дм^3 .

7 класс

Критерии оценивания

7.1 Длина удава

- | | |
|--|---------|
| 1. Сравнение шкал производится для хорошо совпадающих делений | 2 балла |
| 2. Найдено отношение скоростей $0,159 \div 0,161$ (уд/мин)/(м/с) | 2 балла |
| 3. Найдено значение максимальной скорости $51 \div 53$ км/ч | 2 балла |
| 4. Определены показания спидометра $31 \div 33$ км/ч | 2 балла |
| 5. Найдена длина удава $9,6 \div 9,8$ м | 2 балла |

7.2 На речке

- | | |
|--|---------|
| 1. Выражение для времени движения лодки от моста до пристани | 1 балл |
| 2. Учет равенства времен удаления и возвращения лодки от плота | 2 балла |
| 3. Выражение для смещения плота за время отсутствия лодки | 2 балла |
| 4. Выражение для смещения плота во второй ситуации | 1 балл |
| 5. Найдено отношение скоростей | 2 балла |
| 6. Получен численный ответ для расстояния до пристани с указанием единиц измерений | 2 балла |

7.3 Стержень

- | | |
|--|---------|
| 1. Выражены массы частей через длины и линейную плотность | 2 балла |
| 2. Определено место разреза стержня | 2 балла |
| 3. Получен численный ответ с указанием единиц измерений для линейной плотности короткой части | 2 балла |
| 4. Получен численный ответ с указанием единиц измерений для линейной плотности длинной составной части | 4 балла |

7.4 Окаменевшая жидкость

- | | |
|---|---------|
| 1. Учет линейности быстроты изменения средней плотности от изменения добавленного объема (экстраполяция). | 2 балла |
| 2. Идея нахождения плотности при нулевом добавленном объеме | 2 балла |
| 3. Найдена плотность жидкости (численное значение и единицы измерения) | 2 балла |
| 4. Идея нахождения объема сосуда, заполненного только камнями | 2 балла |
| 5. Найден объем сосуда (численное значение и единицы измерения) | 2 балла |

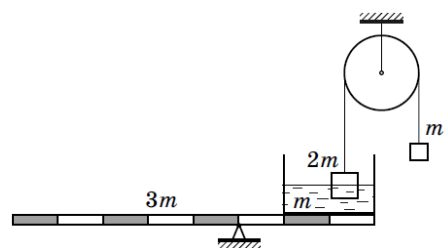
8 класс

8.1 Ни два, ни полтора... Автомобиль проехал треть пути со скоростью $v = 46$ км/ч. Затем четверть времени всего движения он ехал со скоростью в полтора раза превышающей среднюю на всем пути. На последнем участке автомобиль ехал со скоростью $2v$. Определите максимальную скорость автомобиля.

8.2 Проволока. Длинная проволока состоит из трех частей, соединенных последовательно друг за другом. Первая часть длиной в четверть от длины всей проволоки имеет линейную плотность $\lambda_1 = 30$ г/дм. Вторая часть массой в треть от массы всей проволоки имеет линейную плотность λ_2 . Масса третьей части равна сумме масс первых двух. Определите среднюю линейную плотность $\lambda_{\text{ср}}$ всей проволоки. Какая минимальная линейная плотность λ_2 может быть у второй части проволоки?

Примечание: Линейной плотностью протяженных тел λ называют массу единицы их длины.

8.3. Жидкое равновесие. Прямоугольный легкий сосуд с жидкостью массой m помещен на однородный рычаг массой $3m$. В жидкость опущено тело массой $2m$, не касающееся дна сосуда и удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо подвесить к противоположному концу нити, для равновесия всей системы? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.



8.4 Быстрее, но медленнее. Чайник с водой при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$ нагрелся на газовой горелке до $t_1 = 40^\circ\text{C}$ за время $\tau_1 = 2$ мин. Желая ускорить нагрев, половину воды вылили, и еще через $\tau_2 = 1$ мин температура воды достигла $t_2 = 55^\circ\text{C}$. Так как и это показалось медленным, вылили еще половину оставшейся воды, но при этом случайно задели кран горелки, вдвое убавив ее мощность. Через какое время τ_3 чайник все-таки нагреется до $t_3 = 100^\circ\text{C}$? Потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

8.1. Ни два, ни полтора...

Возможное решение

Из условия не очевидно, на каком участке (втором или третьем) скорость больше. По

определению средняя скорость на всем пути $v_{cp} = \frac{S}{t}$, где S – все пройденное расстояние, а

t – все время движения. Тогда скорость на втором участке $\frac{3}{2}v_{cp} = \frac{S_2}{\frac{1}{4}t}$, и пройденное на этом

участке расстояние $S_2 = 3S/8$, а длина оставшегося третьего участка равна $7S/24$. Время

движения на первом и третьем участке $\frac{3}{4}t = \frac{S}{3v} + \frac{7S}{48v}$, откуда $v = \frac{23}{36} \frac{S}{t}$, или

$v_{cp} = 36v/23 = 72$ км/ч, а $3v_{cp}/2 = 108$ км/ч, что больше $2v = 92$ км/ч. Окончательно, максимальная скорость $3v_{cp}/2 = 108$ км/ч.

8.2. Проволока

Возможное решение

Средняя линейная плотность всей проволоки равна $\lambda_{cp} = \frac{m}{l}$, где m – масса всей проволоки, а

l – ее длина. По условию масса первой части равна $m_1 = \frac{m}{2} - \frac{m}{3} = \frac{m}{6}$. Откуда $\lambda_1 = \frac{4m}{6l} = \frac{2}{3} \lambda_{cp}$,

или $\lambda_{cp} = 3\lambda_1/2 = 45$ г/дм.

Так как масса второй части проволоки фиксирована, то минимальная линейная плотность λ_2 достигается при максимальной длине второй части. Но она, по условию, не может

превысить $3l/4$, откуда $\lambda_2 = \frac{4m}{9l} = \frac{4}{9} \lambda_{cp} = 20$ г/дм.

8.3. Жидкое равновесие

Возможное решение

Сила давления на дно сосуда F распределена равномерно по всей площади и не зависит от места погружения в жидкость тела $2m$. При этом, $F = mg + F_A$, где F_A – сила, противодействующая силе Архимеда, действующей на тело $2m$.

Из условия равновесия тела $2m$: $T + F_A = 2mg$, где T – сила натяжения нити, которая в свою очередь может быть найдена из условия равновесия груза m_x ($T = m_x g$).

Правило моментов для рычага относительно точки опоры имеет вид: $3mgl = F2l$.

Решая систему уравнений, получаем $m_x = 3m/2$.

8.4. Быстрее, но медленнее

Возможное решение

Так как после первого уменьшения массы воды вдвое не произошло увеличения вдвое скорости роста температуры, пренебрегать теплоемкостью чайника нельзя.

Запишем уравнения теплового баланса для трех случаев:

$$N\tau_1 = C_0(t_1 - t_0) + C(t_1 - t_0),$$

$$N\tau_2 = C_0(t_2 - t_1) + \frac{C}{2}(t_2 - t_1),$$

$$\frac{N}{2}\tau_3 = C_0(t_3 - t_2) + \frac{C}{4}(t_3 - t_2), \text{ где } C_0 \text{ и } C - \text{теплоемкости чайника и начальной массы воды}$$

соответственно.

Из первых двух уравнений легко получить, что $2C_0 = C$. Тогда из третьего и первого следует, что $\tau_3 = 4,5$ мин.

8 класс

Критерии оценивания

8.1 Ни два, ни полтора...

- | | |
|--|---------|
| 1. Уравнение для средней скорости на всем пути | 1 балл |
| 2. Уравнение для средней скорости на втором участке | 2 балла |
| 3. Выражена длина второго участка | 1 балл |
| 4. Выражена длина третьего участка | 1 балл |
| 5. Выражение для времени движения на первом и третьем участке | 1 балл |
| 6. Получена связь между средней скоростью и скоростью на первом участке | 1 балл |
| 7. Получено численное значение с указанием единиц измерения для средней скорости | 2 балла |
| 8. Явно выбрана максимальная скорость | 1 балл |

*За решение с неаргументированным правильным ответом баллы не ставятся.

8.2 Проволока

- | | |
|---|---------|
| 1. Выражение для средней линейной плотности | 1 балл |
| 2. Найдена доля массы, соответствующая первой части | 1 балл |
| 3. Установлена связь средней линейной плотности с линейной плотностью первого участка | 1 балл |
| 4. Найдено численное значение с указанием единиц измерения средней линейной плотности | 2 балла |
| 5. Обоснование минимального значения линейной плотности второго участка | 1 балл |
| 6. Найдена максимальная длина второго участка | 2 балла |
| 7. Найдено численное значение с указанием единиц измерения минимальной линейной плотности второго участка | 2 балла |

8.3. Жидкое равновесие

- | | |
|--|---------|
| 1. Учет равномерного распределения силы давления по дну сосуда | 1 балл |
| 2. Условие равновесия тела $2m$ | 2 балла |
| 3. Условие равновесия тела m_x | 2 балла |
| 4. Правило моментов для рычага | 3 балла |
| 5. Найдено значение m_x | 2 балла |

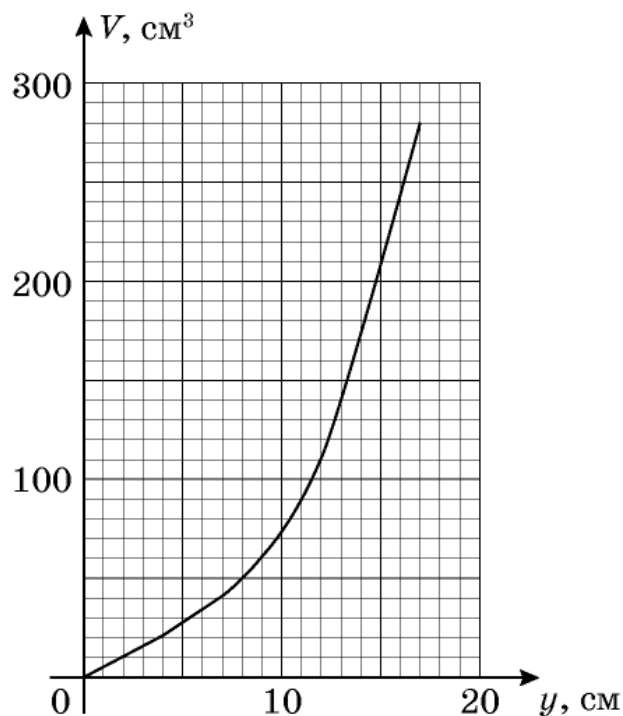
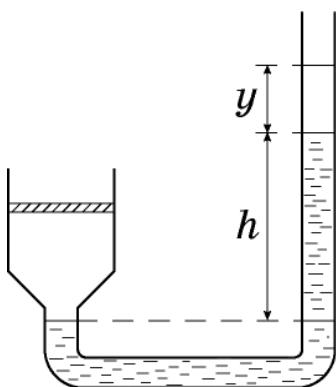
8.4 Быстрее, но медленнее

- | | |
|--|----------|
| 1. Обоснование необходимости учета теплоемкости чайника | 2 балла |
| 2. Уравнения теплового баланса для каждого из случаев (по 2 балла) | 6 баллов |
| 3. Получен численный ответ с указанием единиц измерений | 2 балла |

9 класс

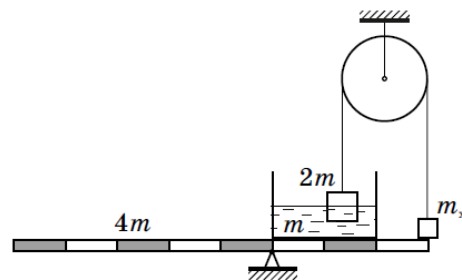
Задача 1. Безопасная дистанция. По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением a_1 , а другая с a_2 . Если с постоянным ускорением до полной остановки начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 0,3$ с. В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $L_1 = 6$ м или $L_2 = 9$ м. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений Δa машин, если известно, что сами ускорения примерно равны 5 м/с^2 .

Задача 2. Масса поршня. Цилиндрический сосуд с поршнем соединен коническим переходником с трубкой постоянного сечения. Разность уровней воды в правом и левом колене $h = 20$ см. В трубку медленно наливают воду, измеряя объём V добавленной воды и подъём уровня y в правом колене. С помощью графика зависимости V от y найдите массу поршня и объём конической части сосуда. Трение между поршнем и цилиндром не учитывайте. Плотность воды $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

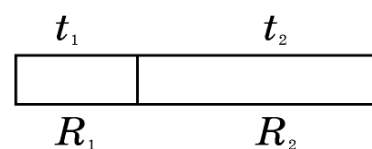


18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

Задача 3. Жидкое равновесие. Прямоугольный легкий сосуд с жидкостью массой m помещен на однородный рычаг массой $4m$. В жидкость опущено тело массой $2m$ (с плотностью меньшей, чем плотность жидкости), удерживаемое нитью, перекинутой через блок (см. рисунок). Какой массы m_x груз необходимо прикрепить к противоположному концу нити и разместить на краю рычага, чтобы система осталась в равновесии? Трения в осях рычага и блока нет. Необходимые расстояния можно взять из рисунка.

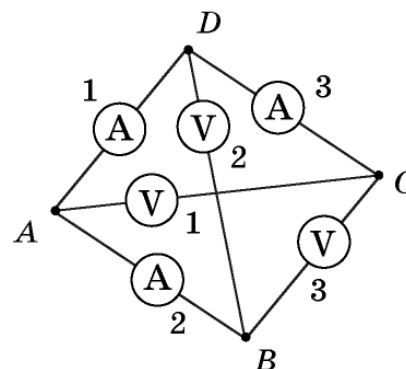


Задача 4. Электротермодинамика. Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны: R_1, R_2, t_1, t_2 . Проводники соединяют плоскими гранями. Каким окажется сопротивление составного проводника после того, как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.



Примечание: сопротивление проводника при температуре t равно: $R = R_0(1 + \beta(t - t_0))$, где R_0 – сопротивление проводника при $t_0 = 0^\circ\text{C}$; β – температурный коэффициент сопротивления, причём $\beta t \ll 1$.

Задача 5. Электрический тетраэдр. В ребра тетраэдра $ABCD$ включены три амперметра с внутренним сопротивлением $R_A = 0,1$ Ом и три вольтметра с внутренним сопротивлением $R_V = 10$ кОм. Определите показания всех приборов при подключении источника с напряжением $U_0 = 1,5$ В.



- а) к точкам A и D ;
- б) к точкам B и C .

9.1. Безопасная дистанция

Возможное решение

Безопасное расстояние между машинами складывается из разности тормозных путей до полной остановки и длины участка на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения. $L_1 = v\tau + \frac{v^2}{2a_1} - \frac{v^2}{2a_2}$; $L_2 = v\tau + \frac{v^2}{2a_2} - \frac{v^2}{2a_1}$, откуда

$$v = \frac{L_1 + L_2}{2\tau} = 25 \text{ м/с.} \quad \frac{\Delta a}{a_1 a_2} = \frac{L_2 - L_1}{v^2}, \quad \text{откуда } \Delta a \approx 0,12 \text{ м/с}^2.$$

9.2. Масса поршня.

Возможное решение

Условие равновесия поршня: $pS = Mg + p_0S$.

Давление воздуха в сосуде $p = p_0 + \rho gh$ (равновесие столба воды).

Отсюда $M = \rho hS$.

Однако ни сечение поршня, ни сечение трубки не даны.

Обратимся к связи объёма налитой воды и подъёма уровня.

Поскольку давление воздуха в сосуде постоянно, то остаётся постоянной разность уровней воды справа и слева, а именно она равна h , и поэтому оба эти уровня поднимаются на u .

Пока вода не попала в сосуд $V = 2sy$, где s сечение трубки.

Этому отвечает начальная линейная часть графика, по её наклону находится сечение трубки $s = (1/2)(\Delta V/\Delta y)_{\text{нач}} = 2,5 \text{ см}^2$.

Искривлённая часть графика отвечает заполнению конической части сосуда. Когда вода дойдёт до цилиндрической части, то приращение объёма будет $\Delta V = S\Delta y + s\Delta y$. Это отвечает конечной линейной части графика, из её наклона находим $S + s = (\Delta V/\Delta y)_{\text{кон}} = 35 \text{ см}^2$, а $S = 32,5 \text{ см}^2$.

Тогда $M = \rho hS = 650 \text{ г}$.

Объём конической части сосуда $V_x = \Delta V - s\Delta y$, где $\Delta V = 120 \text{ см}^3$ и $\Delta y = 9 \text{ см}$ для искривлённого участка графика, тогда $V_x = 98 \text{ см}^3$.

9.3. Жидкое равновесие

Возможное решение

Сила давления на дно сосуда F распределена равномерно по всей площади и не зависит от места погружения в жидкость тела $2m$. При этом, $F = mg + F_a$, где F_a – сила, противодействующая силе Архимеда, действующей на тело $2m$.

Из условия равновесия тела $2m$: $T + F_a = 2mg$, где T – сила натяжения нити.

Из условия равновесия груза m_x : $T + N = m_x g$, где N – сила реакции опоры.

Правило моментов для рычага относительно точки опоры имеет вид: $4mgl = Fl + N3l$.

Неизвестных больше чем уравнений и без введения дополнительных условий систему решить невозможно.

Предположим, что груз m_x – очень легкий, тогда рычаг начнет перевешивать, его правая часть пойдет вверх и нить провиснет ($T = 0$). Решая систему уравнений, получим нижнюю границу значений масс $m_x = m/3$.

В случае если m_x велико, правая часть рычага начинает движение вниз, тело $2m$ перестает действовать на воду. Сила Архимеда обращается в ноль. Тогда решение системы дает $m_x = 3m$.

Следовательно, система в равновесии, если масса тела m_x лежит в диапазоне $m/3 < m_x < 3m$.

9.4. Электротермодинамика

Возможное решение. Сопротивление R_i цилиндров пропорционально их длине, как и их теплоемкость C_i . Следовательно,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{R_{0,1}}{R_{0,2}}. \quad (1)$$

Запишем уравнение теплового баланса: $C_1 t_1 + C_2 t_2 = (C_1 + C_2) t$.

Из него, с учётом (1) получим: $t = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2} = \frac{R_{0,1} t_1 + R_{0,2} t_2}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$

Изменение температуры первого цилиндра

$$\Delta t_1 = t - t_1 = \frac{R_{0,2}(t_2 - t_1)}{R_{0,1} + R_{0,2}}; \quad \Delta t_2 = t - t_2 = \frac{R_{0,1}(t_1 - t_2)}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления первого цилиндра

$$\Delta R_1 = R_{0,1} \beta \Delta t_1 = \beta (t_2 - t_1) \frac{R_{0,1} R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления второго цилиндра

$$\Delta R_2 = R_{0,2} \beta \Delta t_2 = \beta (t_1 - t_2) \frac{R_{0,1} R_{0,2}}{R_{0,1} + R_{0,2}}.$$

Изменение сопротивления составного цилиндра $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2 = 0$.

Следовательно, сопротивление составного цилиндра при нагреве не изменится и будет равно

$$R = R_1 + R_2.$$

Примечание: Строго говоря, если $R = R_0 (1 + \beta(t - t_0))$, то требование $\beta t \ll 1$ избыточно.

9.5. Электрический тетраэдр

Возможное решение

Вопрос (а). На рис. 1 приведена эквивалентная схема цепи для случая (а). Сила тока, текущего через амперметр, подключенный к точкам A и D, равна

$I_{AD} = U_0 / R_A = 15 \text{ A}$. Заметим, что $R_A \ll R_V$. Поэтому

при расчёте силы токов, текущих через вольтметры, сопротивлением амперметров можно пренебречь. Поскольку

$$U_{AC} \approx U_0, U_{BC} \approx U_0, U_{BD} \approx U_0 = 1,5 \text{ В},$$

можно считать $I_{AC} \approx U_0 / R_B = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, $I_{BC} \approx U_0 / R_B = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, и

$I_{BD} \approx U_0 / R_B = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$. $I_{AB} = I_{BC} + I_{BD} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ A}$. Аналогично,

$I_{CD} = I_{BC} + I_{AC} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ A}$.

Вопрос (б). На рис. 2 приведена эквивалентная схема цепи для случая (б). Напряжение на вольтметре, подключенном к точкам B и C, равно $U_{BC} = U_0 = 1,5 \text{ В}$. Сила тока,

текущего через амперметры

$I_{BA} = I_{AD} = I_{DC} = U_0 / (3R_A) = 5,0 \text{ A}$.

Напряжение $U_{BD} = U_{BA} + U_{AD} = 2R_A I_{BA} = 1,0 \text{ В}$.

Аналогично, $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = 2R_A I_{DC} = 1,0 \text{ В}$.

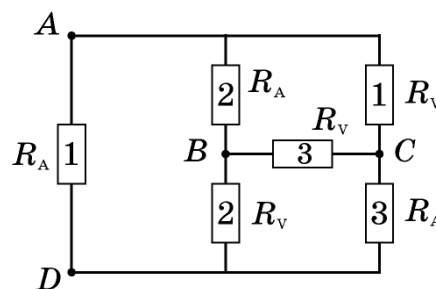


Рис. 1

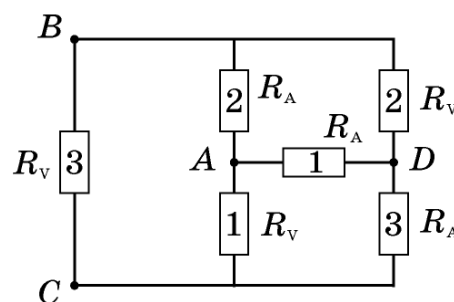


Рис. 2

9 класс

Критерии оценивания

Задача 1. Безопасная дистанция.

- | | |
|---|---------|
| 1. Выражение для длины участка, на котором задний автомобиль движется с постоянной скоростью до начала торможения | 1 балл |
| 2. Найдены тормозные пути машин до полной остановки | 2 балла |
| 3. Получены выражения для безопасных расстояний | 2 балла |
| 4. Получена формула и найдено численное значение скорости | 2 балла |
| 5. Сделана оценка разности ускорений | 3 балла |

Задача 2. Масса поршня.

- | | |
|---|-----------|
| 1. Условие равновесия поршня ($pS = Mg + p_o S$) | 1 балл |
| 2. Давление воздуха в сосуде ($p = p_o + \rho gh$) | 1 балл |
| 3. Выражение для массы поршня ($M = \rho h S$) | 1 балл |
| 4. Постоянство разности уровней и равенство их изменений (0,5 + 0,5) | 1 балл |
| 5. Связь объёма и u для начального участка ($V = 2sy$) | 0,5 балла |
| 6. Анализ начального участка графика и нахождение сечения трубки
($s = (1/2)(\Delta V / \Delta y)_{\text{нач}} = 2 \text{ см}^2$) | 1 балл |
| 7. Связь объёма и u для конечного участка ($\Delta V = S \Delta y + s \Delta y$) | 0,5 балла |
| 8. Анализ конечного участка графика и нахождение сечения поршня
($S + s = (\Delta V / \Delta y)_{\text{кон}} = 27,2 \text{ см}^2$, а $S = 25,2 \text{ см}^2$) | 1 балл |
| 9. Нахождение массы поршня ($M = \rho h S = 504 \text{ г}$) | 1 балл |
| 10. Нахождение объёма конической части ($V_x = \Delta V - s \Delta y = 50 \text{ см}^3$) | 2 балла |

Задача 3. Жидкое равновесие

- | | |
|--|---------|
| 1. Учет равномерного распределения силы давления по дну сосуда | 1 балл |
| 2. Условие равновесия тела $2m$ | 1 балл |
| 3. Условие равновесия тела m_x | 1 балл |
| 4. Правило моментов для рычага | 2 балла |
| 5. Обосновано и найдено минимальное значение m_x | 2 балла |
| 6. Обосновано и найдено максимальное значение m_x | 2 балла |
| 7. Явно указан диапазон допустимых масс m_x | 1 балл |

Задача 4. Электротермодинамика.

- | | |
|--|---------|
| 1. Отмечено соотношение (1) | 2 балла |
| 2. Найдена установившаяся температура | 2 балла |
| 3. Найдены Δt_1 и Δt_2 | 2 балла |
| 4. Найдены ΔR_1 и ΔR_2 | 2 балла |
| 5. Показано, что $\Delta R = 0$, т.е. $R = R_1 + R_2$. | 2 балла |

Задача 5. Электрический тетраэдр.

Ответ на вопрос (а)

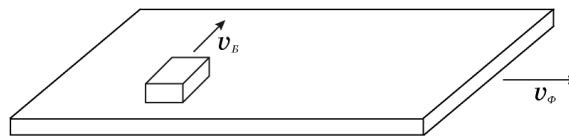
- | | |
|---|---------|
| 1. Идея пренебречь сопротивлением амперметров на участках AB и CD | 1 балл |
| 2. Установлено, что при этом все вольтметры подключены параллельно | 1 балл |
| 3. Получен верный ответ для показаний амперметра AD и всех вольтметров | 1 балл |
| 4. Идея определения силы токов через амперметры AB и CD через первое правило Кирхгофа | 1 балл |
| 5. Получен верный ответ для силы тока через амперметры AB и CD | 2 балла |

Ответ на вопрос (б)

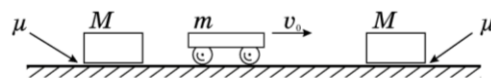
- | | |
|--|--------|
| 1. Идея исключить вольтметры BD и AC на начальном этапе решения | 1 балл |
| 2. Получен верный ответ для показаний амперметров с использованием п.1 и показания вольтметра BC | 1 балл |
| 3. Идея определения показаний вольтметров BD и AC через сумму напряжений на амперметрах | 1 балл |
| 4. Получен верный ответ для показаний вольтметров BD и AC | 1 балл |

10 класс

Задача 1. Просто трение. На гладкой горизонтальной поверхности льда лежит лист фанеры, на котором находится стальной брусок. Одновременно листу фанере и бруску сообщают скорости v и $\sqrt{3}v$ относительно льда, причём их направления взаимно перпендикулярны. В процессе дальнейшего движения, из-за наличия трения, скорости бруска и доски изменяются. Определите минимальные скорости фанеры и бруска (относительно льда) в процессе их движения. Масса бруска равна массе фанеры.



Задача 2. Расталкивание. На горизонтальной поверхности покоятся два бруска массой M каждый. Между брусками помещают тележку массой m ($m = M/3$) и сообщают ей начальную скорость v_0 .



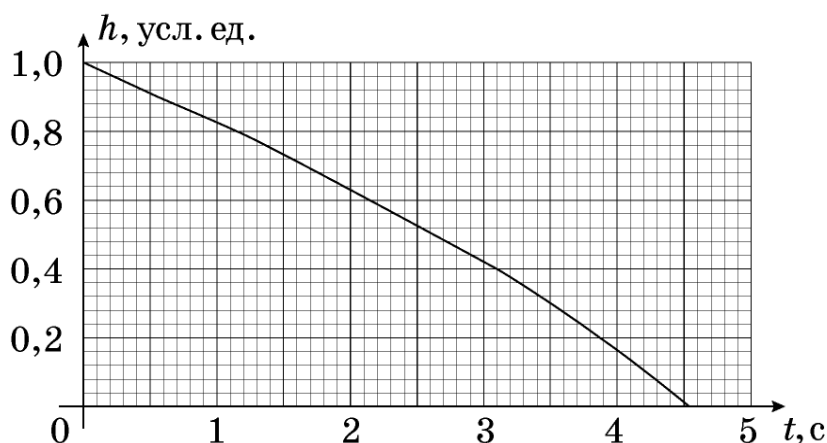
Найдите, насколько сдвинутся бруски в результате абсолютно упругих столкновений с тележкой, если за время между столкновениями они успевают останавливаться. Время соударения тележки с брусками бесконечно мало. Коэффициенты трения между брусками и полом равен μ . Ускорение свободного падения g .

Задача 3. Из глубин... Со дна глубокого озера всплывает пузырёк воздуха. На него действует сила сопротивления $F = kr v$, где r – радиус пузырька, v – его скорость, k – постоянная. Вблизи дна радиус пузырька $r_0 = 1,0$ мм. На рис. 1 представлен график зависимости глубины h на которой находится пузырёк, от времени t , прошедшего от начала его движения.

1) Какова глубина озера?

2) За какое время τ_1 всплывёт пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_1 = 0,5$ мм?

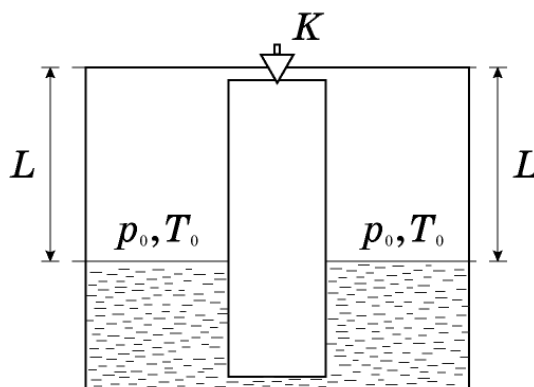
3) За какое время τ_2 пузырёк, радиус которого у дна водоёма равен $r_0 = 1,0$ мм, всплывёт со дна водоёма глубиной $H = 10$ м?



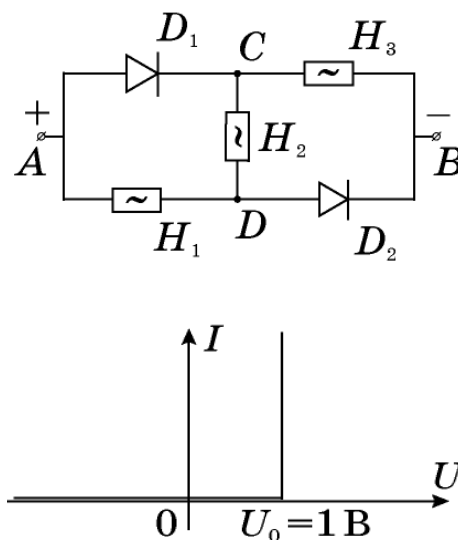
Примечание 1. Давление водяных паров в пузырьке, поверхностное натяжение воды, изменение формы пузырька и изменение температуры воздуха в пузырьке не учитывайте.

Примечание 2. Плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, атмосферное давление $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$, объем пузырька $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Задача 4. Частичный нагрев. Два одинаковых вертикальных цилиндра соединены сверху и снизу трубками пренебрежимо малого объёма. В верхней трубке имеется кран K , который исходно открыт. В цилиндры налита жидкость плотности ρ . Оставшийся объём цилиндров высоты L заполнен газом с давлением p_0 и комнатной температурой T_0 . При неизменной температуре газа в левом цилиндре газ в правом нагрели до температуры T и закрыли вентиль. Нагреватель отключили. Когда воздух в правом цилиндре остыл до комнатной температуры, разность уровней жидкости в цилиндрах стала $2h$. Найдите температуру T , если в левом цилиндре температура газа всё время оставалась комнатной. Ускорение свободного падения g .



Задача 5. Нелинейная электрическая цепь. Электрическая цепь (верхний рисунок) состоит из двух одинаковых диодов (D_1 и D_2), трёх одинаковых нелинейных элементов (H_1 , H_2 и H_3) и батарейки, поддерживающей постоянное напряжение $U_{AB} = 5,0 \text{ В}$. Идеализированная вольтамперная характеристика диода приведена на нижнем рисунке. Сила тока, протекающего через нелинейный элемент, может быть определена по формуле: $I = kU^2$, где U – напряжение на элементе, $k = 0,1 \text{ А/В}^2$ – постоянный коэффициент. Определите: 1) напряжения U_H на нелинейных элементах; 2) силы токов, протекающих через диоды.

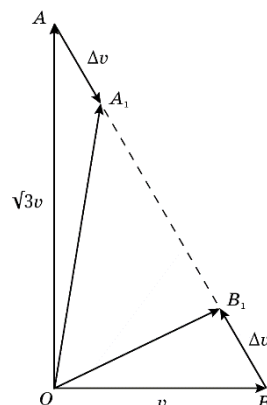


18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

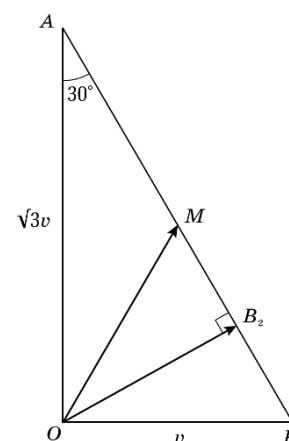
10.1. Просто трение

Возможное решение

Рассмотрим векторы начальных скоростей бруска и фанеры и их изменения за некоторый малый промежуток времени Δt . На рисунке вектор OA соответствует скорости бруска, вектор OB скорости фанеры в начальный момент времени. Векторы изменений их скоростей равны по модулю (так как массы равны) и направлены вдоль вектора их относительной скорости AB (скорость бруска относительно фанеры – вектор AB , а сила трения, действующая на брусок направлена от A к B и наоборот для листа фанеры).



Через время Δt концы векторов новых скоростей OA_1 и OB_1 , по-прежнему лежат на AB и силы трения, действующие на тела, по-прежнему направлены вдоль AB . Скорости бруска и фанеры будут изменяться до тех пор, пока не выровняются по величине и направлению, а точки A_1 и B_1 не окажутся на середине AB . Дальнейшее очевидно из геометрии. Скорость бруска уменьшается, пока не достигнет постоянного значения OM , $OM = AB/2 = v$. Минимальная скорость листа фанеры достигается прежде, чем скорости установятся – длина вектора OB_2 равна $OB_2 = OA \sin 30^\circ = \sqrt{3}v/2$.



Таким образом, минимальная скорость бруска относительно льда при движении равна v , а фанеры, соответственно $\sqrt{3}v/2$.

10.2. Расталкивание

Возможное решение

1. После первого столкновения скорость правого бруска $u_1 = 2mv/(M+m) = v/2$, скорость тележки $v_1 = v(m-M)/(M+m) = -v/2$ (из законов сохранения энергии и импульса). Знак минус означает, что тележка начнёт двигаться влево.

2. Из законов сохранения энергии и импульса при столкновении с левым бруском получим, что тележка будет двигаться вправо со скоростью $v/4$. А скорость правого бруска после второго столкновения с тележкой станет $v_2 = v/8 = v_1/4$. Соответственно $v_3 = v_2/4$ и т.д.

3. А) Кинетические энергии правого бруска будут изменяться также в геометрической прогрессии, но с показателем $1/16$. Отсюда можно найти полное перемещение правого бруска, а затем и левого.

Б) Можно заметить, что после каждого столкновения отношение кинетических энергий правого и левого брусков остаётся одинаковым и равным 4, тогда $L_{\text{лев}} = L_{\text{прав}}/4$. С учётом работы силы трения имеем $mv^2/2 = \mu Mg(L_{\text{лев}} + L_{\text{прав}})$, а так как $m = M/3$, то $L_{\text{прав}} = 2v^2/(15\mu g)$ и $L_{\text{лев}} = v^2/(30\mu g)$.

10.3. Из глубины...

Возможное решение

Массу пузырька воздуха можно не учитывать, поэтому сила F сопротивления движению равна силе Архимеда F_A : $F = F_A$, или иначе: $krv = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$.

Отсюда найдём $v = \frac{4\pi r^2 \rho g}{3k}$.

В соответствии с законом Бойля-Мариотта ($pV = \text{const}$) запишем:

$$\frac{4\pi}{3}r_0^3(p_0 + \rho gh_0) = \frac{4\pi}{3}r^3(p_0 + \rho gh).$$

Зависимость радиуса пузырька от глубины такова:

$$r = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{1/3}.$$

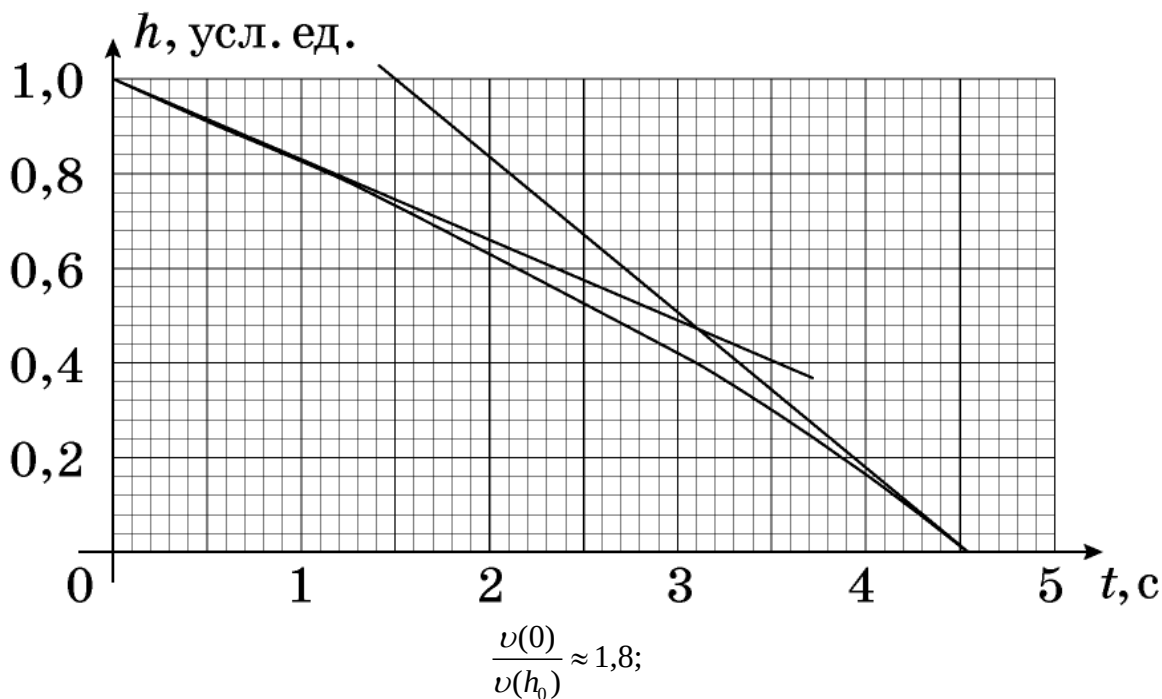
Откуда

$$v = \frac{4\pi \rho g r_0^2}{3k} \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{2/3}.$$

Скорости пузырька вблизи дна $v(h_0)$ и у поверхности $v(0)$ относятся как

$$\frac{v(0)}{v(h_0)} = \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0} \right)^{2/3}.$$

Отношение скоростей можно определить через отношение угловых коэффициентов касательных, проведенных к графику зависимости $h(t)$ в соответствующих точках. Для нашего графика (данного в условии)



$$\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0} \approx 2,4;$$

$$h_0 \approx 14 \text{ м.}$$

Для ответа на второй вопрос задачи достаточно заметить, что на любой глубине скорость пузырька, пропорциональна квадрату его начального радиуса. Соответственно, для пузырька с начальным радиусом 0,5 мм скорость будет в четыре раза меньше, чем для пузырька радиусом $r_0 = 1$ мм, а время движения будет в четыре раза больше, то есть примерно 18 с.

При ответе на третий вопрос задачи найдем радиус пузырька, имевшего $r_0 = 1$ мм на глубине 14 м, когда он достигнет глубины 10 м.

$$r'_0 = r_0 \left(\frac{p_0 + \rho gh_0}{p_0 + \rho gh} \right)^{1/3} = r_0 \left(\frac{24}{20} \right)^{1/3}$$

Такой же пузырек в соответствие с графиком движется от глубины 10 м до поверхности

$t' = 2,9$ с. Пузырек, имеющий на этой глубине радиус $r_0 = 1$ мм будет двигаться в $\left(\frac{r'_0}{r_0} \right)^2$ раз

медленнее, то есть достигнет поверхности за время

$$t = t' \left(\frac{r'_0}{r_0} \right)^2 \approx 3,3 \text{ с.}$$

10.4. Частичный нагрев

Возможное решение

1. Пусть S сечение цилиндров, ν полное число молей газа, R газовая постоянная. Из уравнения состояния идеального газа для начальной ситуации имеем: $2p_0SL = \nu RT_0$.
2. При открытом вентиле давление газа слева и справа одинаково, обозначим его p .
3. Из уравнения состояния в применении к каждому цилиндру при открытом вентиле и разных температурах имеем: $pSL = \nu_1 RT_0$; $pSL = \nu_2 RT$, где ν_1 и ν_2 число молей слева и справа.
4. Так как суммарное число молей неизменно, то $\nu = \nu_1 + \nu_2$.
5. Отсюда выражаем давление $p = 2p_0T/(T + T_0)$.
6. После закрытия вентиля число молей газа слева и справа остаются прежними. В конце температура везде T_0 , а объёмы газа слева и справа соответственно $(L + h)S$ и $(L - h)S$.
7. Разница давлений газа при перепаде уровней $p_1 - p_2 = 2\rho gh$.
8. Выразим давления через уравнение состояния и предыдущие соотношения:
 $\nu_1 RT_0/(L + h)S - \nu_2 RT_0/(L - h)S = pL/(L + h) - pL/(L - h) = 2\rho gh$.
9. Подставив $p = 2p_0T/(T + T_0)$ получим уравнение для искомой T :
 $p_0LT/(T + T_0)(L + h) - p_0LT_0/(T + T_0)(L - h) = \rho gh$.
10. Откуда $T = T_0(L + h)(p_0L + \rho gh(L - h))/(L - h)(p_0L - \rho gh(L + h))$.

10.5. Нелинейная электрическая цепь

Возможное решение

Каждый диод может быть открыт или закрыт. Всего возможны три варианта:

- а) оба диоды закрыты;
- б) один диод закрыт (например, D_1), другой (D_2) открыт;
- в) оба диоды открыты.

Случай (а) $U_{AD} = U_{DC} = U_{CB} = U_{AB} / 3$. $U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} > U_0$ – не подходит.

Случай (б) $U_{DB} = 1\text{ В}$; $U_{DC} = U_{CB} = 0,5\text{ В}$; $U_{AC} = 4,5\text{ В} > U_0$ – не подходит.

Случай (в) $U_{AC} = U_{AD} = U_0 = 1\text{ В}$.

$$U_1 = U_3 = U_{AB} - U_0 = 4\text{ В}.$$

$$U_2 = U_{AB} - 2U_0 = 3\text{ В}.$$

$$I_{D1} = I_{D2} = I_{N3} + I_{N2} = kU_3^2 + kU_2^2 = 2,5\text{ А}.$$

10 класс
Критерии оценивания

Задача 1. Просто трение.

- | | |
|---|----------|
| 1. Утверждение, что силы трения направлены параллельно относительной скорости бруска и фанеры | 1 балл |
| 2. Вывод о том, что направление относительной скорости и сил трения остается неизменным в процессе всего движения | 3 балла |
| 3. Обоснованно получены минимальные скорости бруска и фанеры по 3 балла | 6 баллов |

Примечание. За математические ошибки при верной физической модели, позволяющей получить корректный результат, но допущенной математической ошибке снимается 1 балл.

Задача 2. Расталкивание.

- | | |
|---|---------|
| 1. Нахождение скоростей после 1-го столкновения | 3 балла |
| 2. Нахождение скоростей после последующих столкновений | 3 балла |
| 3А. Нахождение отношения энергий и перемещений из геометрической прогрессии $L_{\text{Прав}} = 2v^2 / (15\mu g)$ и $L_{\text{Лев}} = v^2 / (30\mu g)$ | 4 балла |
| 3Б. См. решение варианта Б | 4 балла |
- Баллы за 3А и 3Б не суммируются, это разные варианты решений!

Задача 3. Из глубин...

- | | |
|--|---------|
| 1. Указано, что из-за малости массы воздуха в пузырьке, можно приравнять силу сопротивления движению силе Архимеда | 1 балл |
| 2. Получено выражение для связи скорости пузырька с его размером | 1 балл |
| 3. С использованием закона Бойля-Мариотта получено уравнение для связи радиуса пузырька на глубине h с начальным размером пузырька и глубиной | 1 балл |
| 4. Получено выражение для зависимости скорости пузырька от начального размера и глубины | 1 балл |
| 5. Обоснованно получен ответ для глубины озера, в пределах 15-25 метров | 2 балла |
| 6. Обоснованно получен ответ для времени всплытия пузырька с радиусом 0,5 мм | 1 балл |
| 7. Идея ответа на третий вопрос задачи через сравнение времен всплытия пузырьков разных радиусов с одной глубины и верный пересчет размера пузырька для глубины 10 м именно для этой цели (1 балл +1 балл) | 2 балла |
| 8. Получен обоснованный ответ на третий вопрос задачи в пределах 1,5 - 3,5 секунд | 1 балл |

Задача 4. Частичный нагрев.

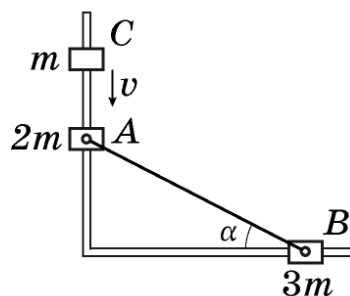
- | | |
|--|-----------|
| 1. Уравнение состояния для начальной ситуации ($2p_0SL = \nu RT_0$) | 1 балл |
| 2. Равенство давлений при открытом вентиле | 0,5 балла |
| 3. Уравнение состояния в случае разных температур
($pSL = \nu_1RT_0$; $pSL = \nu_2RT$) | 1 балл |
| 4. Неизменность суммарного числа молей ($\nu = \nu_1 + \nu_2$) | 0,5 балла |
| 5. Нахождение давления p ($p = 2p_0T/(T + T_0)$) | 1 балл |
| 6. Ситуация после закрытия вентиля и остывания | 1 балл |
| 7. Перепад давлений ($p_1 - p_2 = 2\rho gh$) | 1 балл |
| 8. Уравнения для искомого T | 2 балла |
| 9. Нахождение искомого T (См. ответ в тексте) | 2 балла |

Задача 5. Нелинейная электрическая цепь.

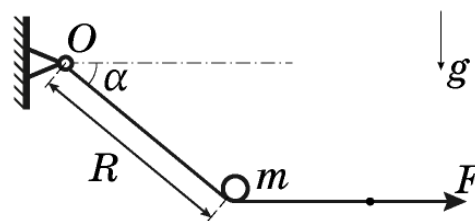
- | | |
|--|---------|
| 1. Доказано, что диоды открыты, ток через диоды течет, напряжения на диодах равно 1 В | 2 балла |
| 2. Получено значение напряжения на элементах Н1 и Н3 | 2 балла |
| 3. Получено значение напряжения на Н2 с верным указанием направления тока через него или полярности напряжения (при неверно указанной полярности пункт оценивается в 1 балл, то же самое, если направление тока или полярность напряжения вообще не упоминается) | 2 балла |
| 4. Верно найдены токи через все элементы | 2 балла |
| 5. Использовано первое правило Кирхгофа для нахождения тока через диоды | 1 балл |
| 6. Обоснованно получен верный ответ для тока через диоды | 1 балл |

11 класс

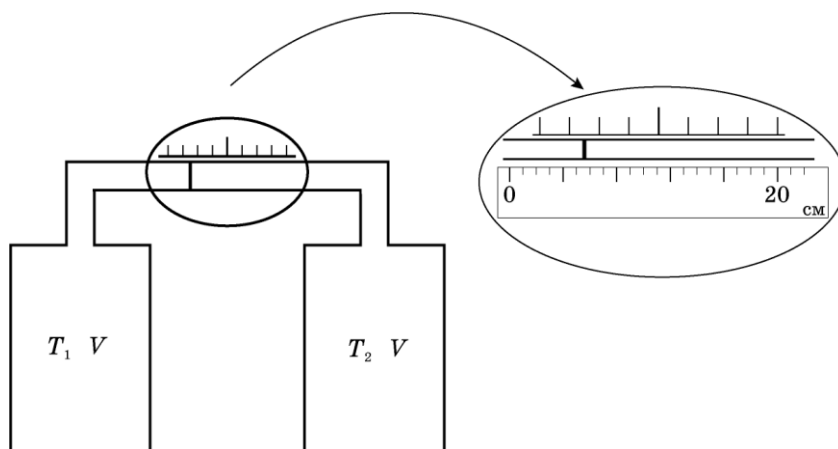
Задача 1. Три муфты. Три муфты (A , B и C) массы которых равны $2m$, $3m$ и m , соответственно, могут скользить без трения по двум горизонтальным направляющим, пересекающимся под прямым углом. Муфты A и B с помощью шарниров соединены с лёгким, жёстким, неупругим стержнем так, что угол между стержнем и направляющей, на которой надета муфта B , равен α . Между муфтой C , движущейся со скоростью v , и покоящейся муфтой A , происходит неупругое столкновение. Определите скорости муфт сразу после соударения.



Задача 2. Отрыв цилиндра. Тонкая лёгкая нерастяжимая лента прикреплена к стене в точке O (см. рис.). На ленте удерживают небольшой цилиндр массой m так, что наклонный участок ленты длины R образует угол α с горизонталью. К свободному концу ленты приложили силу F и цилиндр отпустили. Найдите его скорость в момент отрыва от ленты. Сила F все время направлена горизонтально и постоянна по величине. Считайте, что трения нет, ускорение свободного падения равно g .

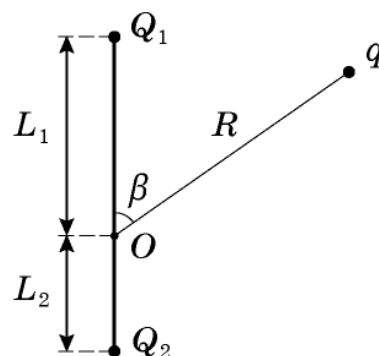


Задача 3. Дифференциальный термометр. Два одинаковых сосуда с объемами $V = 1,0$ л каждый соединены трубкой длиной $L = 300$ см и поперечным сечением $S = 1$ см² с небольшим поршнем внутри, который может скользить в ней без трения (см. рис.). Когда температуры газов в сосудах равны $T_0 = 300$ К поршень располагается посередине трубки. При незначительных изменениях температур в сосудах, поршень смещается вдоль шкалы, нанесенной рядом. Перерисовав в тетрадь, проградуируйте эту шкалу (оцифруйте ее деления в градусах Кельвина) чтобы по ней можно было считывать разность температур $\Delta T = T_1 - T_2$ (с учетом знака!). Будет ли эта шкала линейной? На выносном рисунке рядом со шкалой помещена линейка.



18 января, на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitu.net/vseros>

Задача 4. И так можно измерять. В точке O к стержню привязана непроводящая нить длиной R с зарядом q на конце. Известный эталонный заряд Q_2 и измеряемый заряд Q_1 установлены на расстояниях L_2 и L_1 от точки O . Все заряды одного знака и могут считаться точечными.



- Найдите величину заряда Q_1 , если в состоянии равновесия нить отклонена на угол β от отрезка, соединяющего заряды Q_2 и Q_1 .
- Какой величины заряды Q_1 можно измерить таким способом в случае, если $L_1 = 2 L_2$, $R = 3 L_2$?

Задача 5. Составной конденсатор. Электрическая цепь состоит из катушки индуктивностью L , трёх пластин (1, 2, 3) площадью S и ключа. Расстояние между пластинами равны d и $2d$ (рис. 1). Внешние пластины имеют заряды q и $-q$.

- 1) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа.
- 2) Определите максимальную силу тока через катушку после замыкания ключа в случае, если половина пространства между пластинами 1 и 2 заполнена диэлектриком с проницаемостью ε (рис. 2).

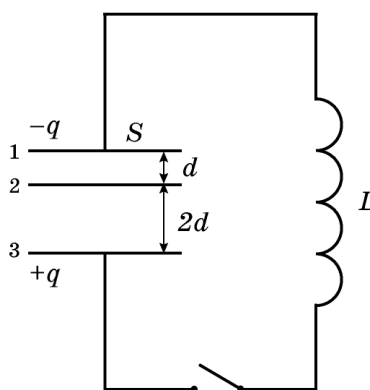


Рис. 1

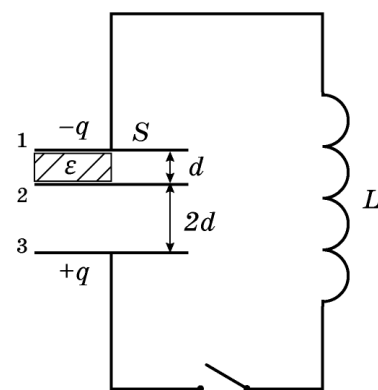


Рис. 2

11.1. Три муфты

Возможное решение

Пусть в результате удара через стержень передаётся импульс p : $p = \int F(t)dt$, где

F – сила упругости.

Запишем изменение импульса для муфт A и C :

$$mv - p \sin \alpha = 3mv_{AC}.$$

Тогда изменение импульса для муфты B равно

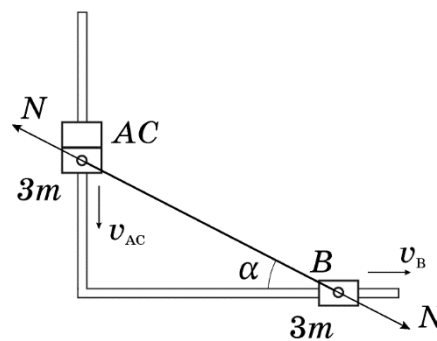
$$p \cos \alpha = 3mv_B.$$

Из кинематической связи следует: $v_{AC} \tan \alpha = v_B$.

Решая полученные уравнения найдём:

$$v_{AC} = v \frac{\cos^2 \alpha}{3};$$

$$v_B = v \frac{\sin(2\alpha)}{6}.$$



11.2. Отрыв цилиндра

Возможное решение

При отсутствии трения натяжение вдоль ленты одинаково по величине и $T = F$ для любого участка ленты.

Если сила давления на ленту со стороны шайбы $\vec{N}$, а $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ натяжения ленты справа и слева от обхватывающего шайбу участка, то $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. При пренебрежимо малой массе этого участка сумма векторов сил, приложенных к нему равна нулю.

В момент отрыва шайба от ленты $\vec{N} = 0$, а $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$. Так как натяжение направлено вдоль ленты, то отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента становится горизонтальной.

При переходе в горизонтальное положение свободный конец ленты смещается по горизонтали на $x = R(1 - \cos \alpha)$ и работа силы F , приложенной к этому концу,

$$A = Fx = FR(1 - \cos \alpha).$$

Эта работа идёт на приращение механической энергии цилиндра:

$$A = FR(1 - \cos \alpha) = mv^2 / 2 + mgR \sin \alpha, \text{ откуда } mv^2 / 2 = R[F(1 - \cos \alpha) - mg \sin \alpha],$$

$$\text{или } v = \sqrt{2R[F(1 - \cos \alpha) - mg \sin \alpha]}.$$

Ответ имеет смысл если подкоренное выражение положительно.

11.3. Дифференциальный термометр

Возможное решение

Для начального состояния газов в сосудах можно записать уравнение Менделеева-Клапейрона: $\frac{p_0(V + LS/2)}{T_0} = \nu R$, здесь p_0 – давление газа вначале, а $V_0 = V + LS/2$.

Если температура в левом сосуде повысится на ΔT_1 , а в правом понизится на ΔT_2 и поршень сместится влево на ΔL , то новые уравнения состояния примут вид: $\frac{p(V_0 + \Delta LS)}{T_0 + \Delta T_1} = \nu R$ и

$\frac{p(V_0 - \Delta LS)}{T_0 - \Delta T_2} = \nu R$. Приравняв левые части с учетом $\Delta LS \ll V$, получим:

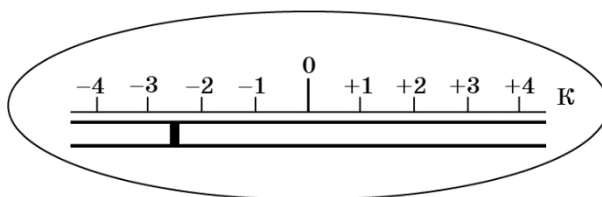
$\Delta L = \frac{V_0(\Delta T_1 + \Delta T_2)}{2ST_0}$, откуда, учитывая, что $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2$, окончательно $\Delta L = \frac{V_0 \Delta T}{2ST_0}$. Из

выведенного уравнения следует, что при малых изменениях температур сосудов малые смещения поршня связаны линейно с разностью температур ΔT .

Заметим, что 4-м делениям шкалы термометра соответствует 9 см. Следовательно, цена

деления шкалы $\Delta T_{\text{дел}} = \frac{2ST_0 \Delta L_1}{V + LS/2} \approx 1,2 \text{ К}$.

Таким образом, шкала термометра, показывающего разность температур $T_1 - T_2$ должна выглядеть так:



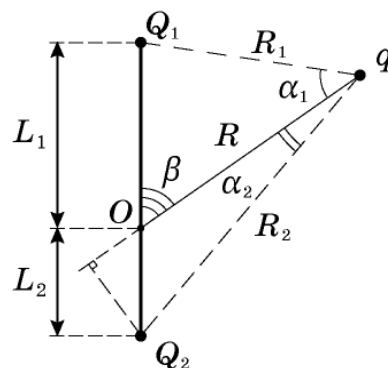
11.4. И так можно измерять

Возможное решение

Условие равновесия заряда на конце нити: равенство нулю суммы кулоновских сил со стороны Q_1 и Q_2 и натяжения нити, направленного к точке O .

Исключим натяжение, рассмотрев составляющие кулоновских сил, поперечные нити. Из условия равновесия следует

$$\frac{Q_1 \sin \alpha_1}{R_1^2} = \frac{Q_2 \sin \alpha_2}{R_2^2}, \quad (1)$$



где R_1 и R_2 расстояния от конца нити до зарядов, а α_1 и α_2 углы, образуемые кулоновскими силами с нитью.

$$\text{Поскольку } R_1 \sin \alpha_1 = L_1 \sin \beta, \quad R_2 \sin \alpha_2 = L_2 \sin \beta \quad (2)$$

$$\text{и } \frac{Q_1 L_1}{R_1^3} = \frac{Q_2 L_2}{R_2^3}, \quad \text{то } Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3 \quad (3)$$

Из теоремы косинусов находим $R_1^2 = R^2 + L_1^2 + 2RL_1 \cos \beta$, $R_2^2 = L_2^2 + 2RL_2 \cos \beta$, (4)

$$\text{Откуда находим } Q_1 = Q_2 \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \left(\frac{R^2 + L_1^2 - 2RL_1 \cos \beta}{R^2 + L_2^2 + 2RL_2 \cos \beta} \right)^{3/2} \quad (5)$$

При нити, отклонённой от прямой, соединяющей заряды Q_1 и Q_2 , равновесие устойчиво так как с изменением β возникнет возвращающая сила. При $\beta = 0$ и 180° равновесие будет при любом Q_1 , но оно не обязательно устойчиво.

Минимальный измеримый заряд $Q_{\min}$ достигается при стремлении β к 0 , а максимальный $Q_{\max}$ — к 180° . (6)

При указанных в условии значениях $L_1 = 2L_2$, $R = 3L_2$ получим, что при

$$Q_{\min} = \frac{1}{128} Q_2 \text{ и } Q_{\max} \geq \frac{10^3}{128} Q_2 = \frac{125}{16} Q_2. \quad (7)$$

Более компактная запись решения получается, если задачу решать в векторном виде.

11.5. Составной конденсатор

Возможное решение

1) Три пластины представляют собой два последовательно соединённых конденсатора емкостью $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$. Заряд на обоих конденсаторах равен q . Ёмкость

эквивалентного конденсатора $C_{\text{экв}} = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}$.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{2C_1} + \frac{q^2}{2C_2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}. \quad (1)$$

Из записанных уравнений найдём $I_{\max} = q \sqrt{\frac{3d}{\varepsilon_0 SL}}$.

2) Верхний конденсатор можно представить как два, соединённых параллельно:

$C_{11} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S / 2}{d}$, $C_{12} = \frac{\varepsilon_0 S / 2}{d}$. Их суммарная емкость $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (1 + \varepsilon)$.

В рассматриваемом случае закон сохранения выглядит так же как (1). После подстановки в него выражений для C_{11} и C_{12} , получим:

$$I_{\max} = q \sqrt{\frac{2d}{\varepsilon_0 SL} \frac{2 + \varepsilon}{1 + \varepsilon}}.$$

11 класс
Критерии оценивания

Задача 1. Три муфты

- | | |
|---|---------|
| 1. Идея связи изменения импульсов шайб на разных стержнях с проекцией силы реакции стержня | 2 балла |
| 2. Получено соотношение для изменения импульсов шайб
$\Delta p_{AC} = \Delta p_B \operatorname{tg} \alpha$ | 2 балла |
| 3. Получено соотношение для связи v_{AC} и v_B | 2 балла |
| 4. Обоснованно получен верный ответ для v_{AC} | 2 балла |
| 5. Обоснованно получен верный ответ для v_B | 2 балла |

Задача 2. Отрыв цилиндра

- | | |
|---|---------|
| 1. Отмечено, что $\vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ | 1 балл |
| 2. Показано, что, отрыв цилиндра от ленты происходит в момент, когда вся лента принимает горизонтальное положение | 1 балл |
| 3. Найдено смещение конца ленты к моменту отрыва цилиндра | 2 балла |
| 4. Найдена работа A силы F к моменту отрыва цилиндра от ленты | 2 балла |
| 5. Отмечено, что работа A пошла на приращение механической энергии цилиндра | 1 балл |
| 6. Записан закон сохранения механической энергии | 2 балла |
| 7. Получено выражение для скорости цилиндра | 1 балл |

Задача 3. Дифференциальный термометр

- | | |
|--|---------|
| 1. Уравнения состояния для новых температур сосудов | 2 балла |
| 2. Связь между смещением поршня и разностью температур | 3 балла |
| 3. Вывод о линейности шкалы | 1 балл |
| 4. Определение цены деления шкалы термометра | 2 балла |
| 5. Рисунок с оцифрованной шкалой | 2 балл |

Задача 4. И так можно измерять

- | | |
|--|---------|
| 1. Условие равновесия заряда на конце нити (условие (1)) | 2 балла |
| 2. Установлены тригонометрические соотношения (2) | 1 балл |
| 3. Получено выражение (3) | 1 балл |
| 4. Получено выражение (4) | 1 балл |
| 5. Получено выражение (5) | 2 балла |
| 6. Записано условие устойчивости равновесия | 1 балл |
| 7. Получен ответ (7) | 2 балла |

Задача 5. Составной конденсатор

Случай (1)

- | | |
|---|---------|
| 1. Записан закон сохранения энергии | 2 балла |
| 2. Получено выражение для максимума силы тока | 2 балл |
| 3. Найдена максимальная сила тока | 1 балл |

Случай (2)

- | | |
|---|---------|
| 4. Записан закон сохранения энергии | 2 балла |
| 5. Получено выражение для максимума силы тока | 2 балл |
| 6. Найдена максимальная сила тока | 1 балл |