

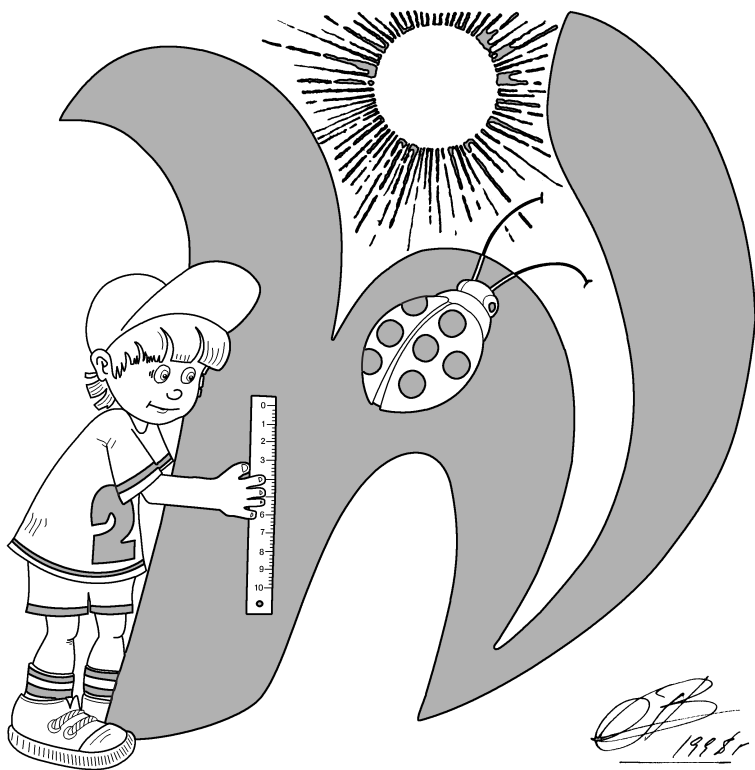
Методическая комиссия по физике  
при центральном оргкомитете  
Всероссийских олимпиад школьников

## XLII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Окружной этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2007/2008 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников  
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

### Авторы задач

#### 9 класс

1. Ерофеев И.,  
Иоголевич И.
2. Мельниковский Л.

#### 10 класс

1. Ерофеев И.,  
Иоголевич И.
2. Шведов О.

#### 11 класс

1. Слободянин В.
2. Мельниковский Л.,  
Соловьёва К.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Ерофеев И., Сметнёв Д.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ .  
© Авторский коллектив  
Подписано в печать 28 января 2013 г. в 15:09.

141700, Московская область, г. Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

**Задача 1. Шаровой сегмент**

Шаровым сегментом называется тело, ограниченное сферической поверхностью и плоскостью (рис. 1). При помощи данного оборудования постройте график зависимости объёма  $v$  шарового сегмента единичного радиуса  $r = 1$  от его высоты  $h$ .

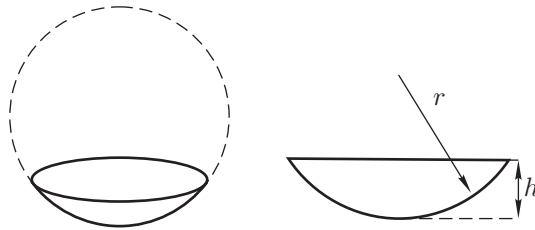


Рис. 1

*Примечание.* Формула объёма шарового сегмента не предполагается известной. Плотность воды принять равной  $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$

*Оборудование.* Стакан с водой, теннисный шарик известной массы  $m$ , шприц с иглой, лист миллиметровой бумаги, скотч, ножницы.

*Рекомендации для организаторов.* Стакан желателно взять цилиндрический с прозрачными стенками без рифлёных поверхностей. Шарик от настольного тенниса стоит проколоть иглой от шприца (не насквозь). Объём шприца 5 мл. Сообщить каждому участнику массу его шарика с точностью до десятой доли грамма.

**Задача 2. Угол между зеркалами**

Определите двугранный угол между зеркалами с наибольшей точностью.

*Оборудование.* Система из двух зеркал, измерительная лента, 3 булавки, лист картона.

*Рекомендации для организаторов.* Для установки требуются 2 зеркала размером приблизительно  $3 \times 4 \text{ см}^2$  и 5 прямоугольных пластинок из оргстекла. Зеркала должны составлять двугранный угол  $\alpha = 33^\circ$  и быть помещены в «домик» из оргстекла (рис. 2).

[ ] Таким образом, «домик» открыт с одной стороны. Конструкция должна быть достаточно жёсткой, для чего все элементы конструкции необходимо склеить. Для точной выдержки угла удобно сделать треугольный шаблон. В качестве измерительной ленты лучше взять нежёсткий швейный сантиметр без миллиметровых делений длиной в 150 см. Размер картона должен быть порядка  $100 \times 70 \text{ см}^2$ , он должен быть достаточно плотным, чтобы булавки хорошо втыкались в него и надёжно держались.

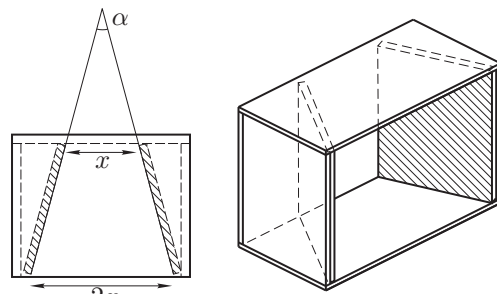


Рис. 2

**Задача 1. Устойчивая пробирка**

1. Найдите массу выданной вам пробирки и её внешний и внутренний диаметры.
2. Вычислите теоретически, при какой наименьшей высоте  $h_{\min}$  и наибольшей высоте  $h_{\max}$  налитой в пробирку воды она будет устойчиво плавать в вертикальном положении, и найдите численные значения, используя результаты первого пункта.
3. Определите  $h_{\min}$  и  $h_{\max}$  экспериментально и сравните с результатами пункта 2.

*Оборудование.* Пробирка неизвестной массы с наклеенной шкалой, сосуд с водой, стаканчик, лист миллиметровой бумаги, нитка.

*Примечание.* Отклеивать шкалу от пробирки запрещается!

*Рекомендации для организаторов.* Диаметр пробирки 1–2 см. Длина — около 20 см. Заранее на пробирку скотчем должна быть надёжно приклеена полоска миллиметровой бумаги с отмеченными и подписанными делениями через каждый сантиметр. Ширина полоски около 5 мм. Длина — на 1 см короче длины пробирки. На пробирках с закруглённым дном удобнее всего совместить начало отсчёта длины с верхним концом пробирки. В качестве сосуда удобно использовать прозрачную двухлитровую пластиковую бутылку с обрезанным верхом. Воды необходимо налить столько, сколько достаточно, чтобы пробирка при полном погружении не касалась дна.

**Задача 2. «Серый ящик»**

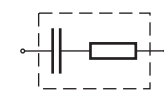


Рис. 3

В «сером ящике» с двумя выводами находится электрическая цепь (рис. 3). Определите ёмкость конденсатора и сопротивление резистора.

*Оборудование.* «Серый ящик», батарейка, вольтметр, который можно считать идеальным, секундомер, резистор с известным сопротивлением, провода, ключ, монтажная плата.

*Рекомендации для организаторов.* Ёмкость конденсатора и сопротивления резисторов следует выбирать достаточно большими, чтобы время разрядки конденсатора через каждый из резисторов составляло порядка нескольких десятков секунд (возможные значения  $C \simeq 1000 \text{ мкФ}$ ,  $R \simeq 50 \text{ кОм}$ ). Сопротивление вольтметра должно быть много больше сопротивления резисторов (подойдёт цифровой мультиметр). Батарейку можно взять стандартную, с напряжением 1,5–4,5 В.

11 класс

**Задача 1. Полезный цитрус**

Из медной и цинковой пластин, лимона и салфеток соберите гальванический элемент. Снимите зависимость  $U(I)$  напряжения на элементе от силы тока через него. Постройте график этой зависимости. При помощи выданного оборудования определите цвет свечения светодиодов.

*Оборудование.* Лимон, салфетки, набор цинковых и медных пластин, переменный резистор, вольтметр, амперметр, набор пронумерованных светодиодов, канцелярский нож, клипсы, тарелка, миллиметровая бумага.

*Примечание.* Необходимо ждать, пока показания приборов стабилизируются. Показания считать установившимися, если они не изменяются в течение 5 секунд.

*Рекомендации для организаторов.* В качестве цинковой и медной пластины желательно использовать оцинкованное железо и односторонний текстолит. Размеры пластин должны быть около  $10 \times 10 \text{ см}^2$ . К каждой пластине необходимо припаять провод длиной 10–20 см. У участника должны быть 5 пар пластин. Сопротивление переменного резистора 5 кОм. К резистору необходимо припаять провода длиной 10–20 см. В качестве вольтметра и амперметра рекомендуется использовать 2 цифровых мультиметра. Светодиоды должны иметь прозрачный, не матовый корпус (линзу), чтобы участники могли определить цвет только по его свечению. Светодиоды должны ярко светиться от 3 В. К ним также необходимо припаять провода. Каждому участнику рекомендуется дать по 3 светодиода с разными цветами свечения. Клипсы по возможности большего размера. Лимоны надо брать в одном магазине. В качестве салфеток рекомендуется дать одноразовые носовые платки. Тарелку рекомендуется дать пластиковую, одноразовую, а нож канцелярский.

**Задача 2. Гнётся и не ломается**

Под действием силы  $\vec{F}$  зажатая с края горизонтальная упругая лёгкая пластина деформируется (рис. 4). В линейном (по силе  $\vec{F}$ ) приближении её форма описывается выражением

$$y(x) = \frac{F}{2dD} \left( x^2 l - \frac{x^3}{3} \right).$$



Рис. 4

Здесь  $d$  — ширина линейки,  $l$  — длина линейки,  $D$  — так называемая «цилиндрическая жёсткость» пластины.

Определите цилиндрическую жёсткость линейки. Оцените модуль Юнга  $E$  древесины линейки.

*Оборудование.* Штатив с двумя лапками, грузы известной массы, деревянная линейка, лазерная указка, пластилин, зеркальце.

*Рекомендации для организаторов.* В качестве грузов удобнее всего взять монетки разного достоинства (и сообщить участникам их массы). Длина линейки  $30 \div 50 \text{ см}$ .

Размеры зеркальца  $\sim 2 \times 2 \text{ см}^2$ . Объём пластилина  $\sim 1 \text{ см}^3$

## Возможные решения

### 9 класс

#### Задача 1. Шаровой сегмент

Для начала измерим радиус шарика, отрезав тонкую полоску миллиметровой бумаги и обмотав ей шарик  $n$  раз. Радиус шарика  $R = l/(2\pi n)$ , где  $l$  — длина миллиметровой бумаги.

Нальём воды в стакан. Для уменьшения ошибки последующих измерений глубин погружения шарика, вызванной паралаксом можно приклеить скотчем полоски миллиметровой бумаги к стакану с двух сторон (можно воспользоваться уже имеющейся длинной полоской, разрезав её пополам). Выровняв по уровню воды начала отсчета обеих полосок, мы получаем довольно точный измерительный аппарат. Совмещая соответствующие деления обеих полосок с нижним краем шарика, мы можем находить глубину его погружения  $H$ .

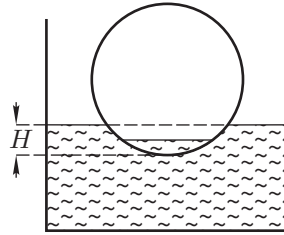


Рис. 5

Рассмотрим плавающий шарик с некоторой массой  $M$  воды внутри (рис. 5). Сила тяжести, действующая на шарик, уравновешивается силой архимеда вытесненной воды  $(M+m)g = \rho gV$ , где  $V$  как раз и есть объём шарового сегмента высоты  $H$ . Получаем, что  $V = (M + m)/\rho$ .

Теперь мы можем снять зависимость объёма шарового сегмента шарика от его высоты, доливая при помощи шприца по 0,1 г воды. Но это не совсем то, что спрашивается в задаче. Мы должны отнормировать  $H$  и  $V$ . Понятно, что для получения нужных величин следует уменьшить все линейные размеры в  $R$  раз. То есть  $h = H/R$ . Тогда объём  $v = V/R^3$ .

В результате получим необходимый график.

*Примечание.* Экспериментально полученный график не совпадает с теоретическим, описываемым формулой  $v = \pi h^2(1 - h/3)$ , из-за поверхностного натяжения.

#### Задача 2. Угол между зеркалами

При трёхкратном отражении от зеркал, луч может вернуться по тому же самому пути. Тогда он претерпевает одно отражение под углом  $90^\circ$ . Рассмотрим два таких луча, падающих на оба зеркала. Из геометрических построений можно найти, что угол между ними  $\gamma = \pi - 3\alpha$  (рис. 6), где  $\alpha$  — угол между зеркалами.

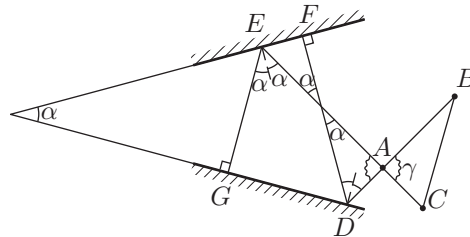


Рис. 6

Таким образом, требуется выставить булавку  $A$  примерно посередине и вблизи зеркал. Затем выставить булавку  $B$  так, чтобы она, её отражение и булавка  $A$  лежали на одной прямой. Аналогично выставляем булавку  $C$ . Для увеличения точности булавки  $B$  и  $C$  надо выставить подальше от  $A$ . Измерим расстояния  $|AB|$ ,  $|BC|$  и  $|AC|$ . Угол  $\gamma$  найдём по формуле косинусов:

$$\cos \gamma = \frac{|AB|^2 + |AC|^2 - |BC|^2}{2|AB||AC|}.$$

$$\text{А угол } \alpha = \frac{\pi - \gamma}{3}.$$

**Задача 1. Устойчивая пробирка**

1. Обернём несколько раз пробирку ниткой. Приложим нитку к шкале и вычислим по формуле  $D_0 = l/(n\pi)$  внешний диаметр пробирки, где  $l$  — длина намотанной нитки,  $n$  — количество оборотов.

Пусть пробирка плавает вертикально (рис. 7). Запишем равенство нулю суммы всех сил, действующих на пробирку:

$$Mg + \rho ghS_1 = \rho gHS_0, \quad (1)$$

где  $S_0$  и  $S_1$  — площади внешнего и внутреннего сечения пробирки,  $M$  — масса пробирки. Поделив обе части на  $\rho gS_0$ , увидим, что между глубиной погружения пробирки и высотой налитой в неё воды есть зависимость:

$$H = h \frac{S_1}{S_0} + \frac{M}{\rho S_0}.$$

Снимем зависимость  $H(h)$  и изобразим её на графике. Масса пробирки  $M = \rho\pi D_0^2 y_0$ , где  $y_0$  — координата точки пересечения графика с осью ординат. Внутренний диаметр равен  $D_1 = \sqrt{\alpha}D_0$ , где  $\alpha$  — угловой коэффициент наклона графика. Заметим, что начиная с некоторого момента при заметном подъёме уровня воды в пробирке уровень её погружения почти не изменяется. При проведении прямой эти данные нужно отбросить.

2. Для устойчивого плавания пробирки необходимо, чтобы центр тяжести системы «пробирка + налитая вода» был ниже точки приложения силы Архимеда; в критическом положении они совпадают, то есть  $x_c = x_{арх}$ . Введём безразмерные коэффициенты:  $\beta = S_1/S_0$  — отношение площади внутреннего сечения к внешнему, и  $\gamma = M/(\rho S_0 L)$  — отношение массы пробирки к массе воды, вытесняемой пробиркой при полном погружении. Тогда

$$x_c = \frac{1}{2} \frac{\beta h^2/L + \gamma L}{\gamma + \beta h/L}, \quad x_{арх} = \frac{1}{2}(\gamma L + \beta h),$$

а после преобразований и нахождения корней квадратного уравнения:

$$h_{крит\ 1,2} = \frac{\gamma\beta \pm \sqrt{\gamma^2\beta + \gamma\beta^2 - \gamma\beta}}{\beta(1 - \beta)} L. \quad (2)$$

Знак «−» соответствует наименьшей высоте столба  $h_{min}$ .

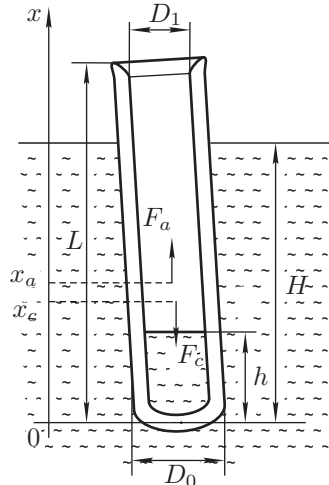


Рис. 7

Максимальная же высота  $h_{max}$  обусловлена тем, что пробирка начинает тонуть (в (1)  $H = L$ ). Откуда

$$h_{max} = \frac{L}{\beta}(1 - \gamma), \quad h_{min} = \frac{\gamma\beta - \sqrt{\gamma^2\beta + \gamma\beta^2 - \gamma\beta}}{\beta(1 - \beta)} L.$$

3. Для экспериментального нахождения наибольшей и наименьшей высоты воды в пробирке, при которой она устойчиво плавает в вертикальном положении, проведём серию из нескольких измерений, постепенно доливая в пробирку воды. Значение  $h_{max}$  оказывается больше теоретического по причине значительного поверхностного натяжения

**Задача 2. «Серый ящик»**

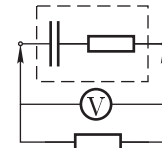


Рис. 8

Пусть  $C_X$  и  $R_X$  — неизвестные ёмкость конденсатора и сопротивление резистора «серого ящика»,  $R_0$  — известное сопротивление резистора.

С помощью батарейки зарядим конденсатор до некоторого напряжения  $U_C$ , которое можно измерить после отсоединения батарейки, подсоединив вольтметр к выводам «серого ящика». Подсоединим теперь параллельно вольтметру резистор с известным сопротивлением  $R_0$  (рис. 8). Тогда показание вольтметра станет  $U = U_C R_0 / (R_0 + R_X)$ ; отсюда найдем  $R_X = (U_C / U - 1) R_0$ . Значение  $U$  меняется от опыта к опыту, поэтому следует провести серию опытов и взять среднее значение.

Построим график зависимости показания вольтметра  $U(t)$  от времени  $t$ . На начальном этапе эту зависимость можно считать линейной:

$$U(t) \simeq U_0 - kt.$$

При этом напряжение на конденсаторе равно  $U_C(t) = U(t)(1 + R_X/R_0)$ , а заряд

$$Q(t) = C_X U(t)(1 + R_X/R_0) = C_X (U_0 - kt)(1 + R_X/R_0).$$

Скорость изменения заряда конденсатора, равная силе тока в цепи, равна по модулю  $I = C_X k(1 + R_X/R_0)$ , показание вольтметра составляет  $U_0 = IR_0 = kC_X(R_0 + R_X)$ . Следовательно, ёмкость конденсатора

$$C_X = \frac{U_0}{k(R_0 + R_X)}$$

выражается через известные величины (коэффициент  $k$  измеряется по графику).

Для проверки результатов можно провести несколько опытов с различными значениями напряжения на конденсаторе.

11 класс

Задача 1. Полезный цитрус

Собираем гальванический элемент. Для этого помещаем хорошо пропитанную лимонным соком салфетку между двумя различными пластинами. Данную конструкцию зажимаем клипсами. Собираем схему для снятия вольтамперной характеристики (рис. 9). При снятии характеристики необходимо каждый раз выждать некоторое время, пока показания приборов не стабилизируются. Строим график  $U(I)$ . Из графика видно, что максимальное значение  $U$  порядка 0,8 В (рис. 10). Этого не достаточно для зажигания светодиода, поэтому для определения цвета свечения светодиодов требуется собрать батарею из нескольких гальванических элементов, соединив их последовательно.

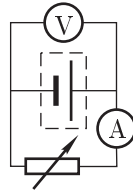


Рис. 9

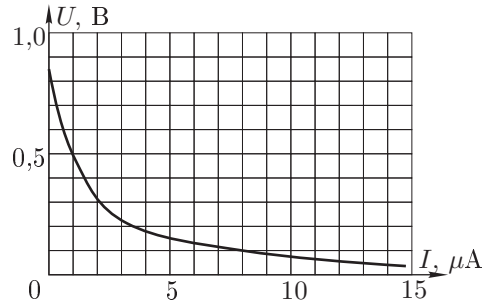


Рис. 10

Задача 2. Гнётся и не ломается

Установим штатив с горизонтальной линейкой на стол (рис. 11). Прикрепим зеркальце на нижнюю сторону линейки у её свободного края при помощи пластилина. Зафиксируем лазер при помощи второй лапки на штативе под линейкой так, чтобы его луч попадал на зеркальце. Кусочками пластилина будем отмечать на полу положение зайчика в зависимости от массы груза, нагружающего линейку.

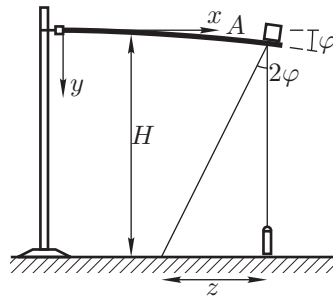


Рис. 11

Угол поворота зеркальца определяется выражением

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = y'(x)|_{x=l} = \frac{Fl^2}{2dD}$$

и в линейном приближении пропорционален приложенным силам. С другой стороны, изменение угла  $\varphi$  можно получить, измерив смещение зайчика  $z$ :

$$2\varphi = \frac{Hz}{H^2 + z^2}.$$

Построив график зависимости смещения зайчика  $z$  от веса груза  $mg$ , получим цилиндрическую жёсткость  $D$ .

Для оценки модуля Юнга древесины  $E$  заметим, что относительная деформация верхней поверхности линейки  $\delta l = h\varphi/l$ , где  $h$  — толщина линейки. Из условия равенства моментов  $Ehd \cdot h \cdot h\varphi/l \sim lF$  получаем  $D \sim Eh^3$ .